

平成 30 年 6 月 6 日現在

機関番号：15101

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15H03501

研究課題名(和文) 中等教育を一貫する数学的活動の領域間ネットワーク化による論証カリキュラム開発研究

研究課題名(英文) Research on curriculum development of mathematical proof by networking  
mathematical activities within and between the domains consistent in secondary  
education

研究代表者

溝口 達也 (Mizoguchi, Tatsuya)

鳥取大学・地域学部・准教授

研究者番号：70304194

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 11,500,000円

研究成果の概要(和文)：本研究全体の目的は、中等教育を一貫する論証指導の理論的枠組みを構築し、その枠組みを用いて数学的活動に基づく論証指導カリキュラムを開発することである。この目的の達成のために、以下の4つの下位目的を設定することで、各項目に対応して成果を上げることができた：先行研究の分析と位置付け；中等教育を一貫する論証指導の理念を明確にすること；カリキュラム開発における領域内・領域間の数学的活動のネットワーク化の枠組みを構築すること；数学的活動に基づく論証教材の開発。加えて、研究期間内に外国人研究者を招聘し、国際セミナー等を開催するとともに、研究成果の一端を数学教育学の著名な国際ジャーナルへ掲載した。

研究成果の概要(英文)：The purpose of this research as a whole is to build a theoretical framework for teaching of mathematical proof consistent in secondary education and develop a curriculum of this domain based on mathematical activities with using the framework. The main outcomes of this research are described in accordance with the following four working topics: analysing of earlier researches on mathematical proof; clarifying the idea of teaching mathematical proof consistent in secondary education; establishing a framework for networking mathematical activities within and between the domains for curriculum development; developing some didactic situations based on mathematical activities.

In addition, an international seminar was held with foreign researchers, and some research results were published in a distinguished international journal in mathematics education.

研究分野：数学教育学

キーワード：論証 数学的活動 カリキュラム開発 中等教育 数学教育

### 1. 研究開始当初の背景

わが国における論証指導は、実践レベルでも研究レベルでも、これまで主に中学校図形領域において議論されてきている。しかし、全国的な学力調査の結果をみれば、その教育成果は必ずしも成功的ではなく、論証指導のあり方はこれまで繰り返し問題視されてきている。高等学校への進学率がほぼ 100%である今日、中等教育を一貫する視座から、また領域を横断する視座から、さらに国際的な視座から、わが国の数学教育における論証指導を抜本的に捉え直す必要があると考える。

本科研では、これまでの研究成果をさらに発展させ、領域内・領域間での論証指導の質的相違や、各領域におけるカリキュラム開発の具体的内容の開発をめざす。研究期間中の研究活動は研究組織の中で協働的に進め、理論と実践の往還を通して、論証指導カリキュラムを開発してだけでなく、研究成果を国際的な標準のもとで評価・改善していく。

### 2. 研究の目的

本研究全体の目的は、中等教育を一貫する論証指導の理論的枠組みを構築し、その枠組みを用いて数学的活動に基づく論証指導カリキュラムを開発することである。

この目的の達成のために、以下の4つの下位目的を設定する。

先行研究の分析と位置付け

中等教育を一貫する論証指導の理念を明確にすること

カリキュラム開発における領域内・領域間の数学的活動のネットワーク化の枠組みを構築すること

数学的活動に基づく論証教材の開発

### 3. 研究の方法

本研究では、上述の4つの下位研究を達成するために、理論と実践の循環のもとで協働的な研究活動を進めていく。具体的には、中等教育を一貫する論証指導の理論的枠組みを基盤とし、その枠組みを適用した現行カリキュラム分析および新たなカリキュラム開発を行い、理論的枠組みの改良を進めていく。

また、本研究では、こうした研究活動の過程や成果を、数学教育学の国際的な研究コミュニティの中で発信し、評価・改善を行うことを重視している。そのため、海外研究者招聘による国際研究集会の開催や国際学会における研究成果の発表は、本研究の主要な研究活動として位置づくものである。

### 4. 研究成果

本研究の成果は多岐に及ぶが、ここでは「研究の目的」で述べた4つの下位目的に照らして整理することとする。

#### 4.1 先行研究の分析と位置付け

➤ 数学教育における証明研究の今日的動向の特定：国際数学教育心理学会(PME)の研究ハンドブック第2集を中心にレビュー

し、証明とアーギュメンテーションの定義の問題、生徒の証明観、教室における証明の学習指導に関する研究について検討した。これまで証明研究では、生徒の証明学習の困難性を指摘したものが多く、効果的な教師の介入や学習方法についての研究が少なく、それらを探究する教室での教授デザイン型の研究が注目されている。

➤ 世界探究パラダイムに基づく探究における論証活動に関する理論的考察：教授人間学理論(ATD)の範疇で提示されている、「世界探究パラダイム」に基づいた“study and research paths (SRP)”と呼ばれる探究的要素を多く含む一連の活動を取り上げ、そこで求められる論証活動を考察した。その結果、SRPでは従来のパラダイムに基づいた通常の授業とは大きく異なった教授学的契約が存在し、そのため、これまでは難しかった、「なぜ」という理由についての問いを学習者が自ら立て、自らその回答を作り上げていくという論証活動、特に対象の構造を理解するための証明が生じやすいという結論に至った。

#### 4.2 論証指導の理念に関する成果

➤ 数学的リテラシーとしての論証の必要性の特定：教育全体の動向として、強化ベースから能力ベースへとカリキュラム開発の理念がシフトしている。このような動向を受けて数学教育においても現実場面における問題解決能力が強調されている。論証は現実場面に関する主張を正当化する記述として、新しい時代の目標においても重要な位置を占める。

➤ 言語活動としての数学教育の位置付け：今日の教育動向においては、世界を読み解くリテラシーのための教育という捉え方は拡張されうる。数学は、対象水準、メタ水準の世界を記述する言語として機能する。中等教育数学においては、主として後者の水準を読み解くための言語活動として論証の意義がある。

#### 4.3 数学的活動のネットワークに関する成果

➤ カリキュラム開発における数学的活動のネットワークの方法論的考察：数学的活動の諸相をLayerとして規定した。これらのLayerは、Layer A：授業、Layer B：単元、Layer C：カリキュラムとして示される

➤ 数学的活動のネットワーク化の条件の特定：特に「関数」領域と「方程式」単元に焦点をあて、それらを統合した形で学習指導を進めた際の授業の特徴を明らかにした。

#### 4.4 論証教材の開発に関する成果

➤ アーギュメンテーションの視点からみた数学的帰納法の指導の課題：ツールミンモデルを用いて、帰納的なアーギュメンテーションと数学的帰納法による証明の構造的な連続性について検討した。また、事例の分析を通して、中学校段階での素地指導では、過程型一般化に基づく「主張」の

正当化が課題となること、高校数学では、「論拠」としての過程型一般化を支える「裏付け」として数学的帰納法の必要性を生じさせ、数学的帰納法の原理の形式化を図ることが課題となることを明らかにした。

- ▶ 平行四辺形になるための条件の真偽判断の教材化:中等教育全体を通した論証指導の視点から、平行四辺形となるための条件に関する真偽判断を教材として検討した。そうした真偽判断の数学的活動において、言明が真であることを証明する、偽を示すべく反例を求める、という2つの思考の間を往還するような考察を促すことで、言明の全称性を意識させ、反例を論理的に構成したり、背理法を生み出したりする思考を引き出しうることを示した。こうした活動は、証明という思考活動に必要性を与えるものであると同時に、中等教育における論証学習の漸進性に沿うものであると考えられる。

#### 4-5 研究活動の国際化と研究成果の国際発信

本研究の主要な成果は、上述した通りであるが、本研究の成果に関して特筆すべきこととして、本研究における研究活動の国際化と研究成果の国際発信があげられる。研究活動の国際化に関しては、2016年10月にフランスのイヴ・シュバラール博士とスペインのマリアンナ・ボスク博士を迎え、国際研究集会・講演会・ワークショップを開催したことがあげられる。国際研究集会では、本研究のテーマを国際的な標準のもとで批判的に捉えなすことができた。シュバラール氏による講演会では、全国各地(加えて大韓民国)から100名を超える参加者があった。またシュバラール氏とボスク氏によるワークショップでは特に若手研究者向けに教授人間学理論の視点と方法を学ぶ機会を設けることができた。

この招聘事業を契機として、本研究では、教授人間学理論に基づく研究を一層推進することができたように思う。具体的には、本研究における論証教材の開発事例をもとに、教授人間学理論の視点からわが国における開発研究の性格について考察した。その結果、本研究における論証教材の開発研究は、「主に教室の活動に焦点をあてながら、メディアの使用が制限されつつも、自然で生成力のある最初の問いから始まる探究から生じる、やや規模の小さい数学的活動としての論証活動の解釈基準を開発してきた」という特徴が明らかとなった。

また、研究成果の国際発信については、2016年7月にドイツ・ハンブルクで開催された第13回数学教育世界会議でワークショップを行い、諸外国の実践家や研究者とともに本研究の成果に関する議論ができたことがあげられる。また、上述した国際研究集会での議論を受けて、本研究におけるカリキュラ

ム開発の枠組みやその課題を、文化的な視点から捉え直し、その研究成果を数学教育学の著名な国際ジャーナル(*For the Learning of Mathematics*)に掲載することができたことも特筆すべきことである。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計21件)

1. 真野祐輔・瀧中裕明, 「数学的活動に基づく数学的帰納法の指導の課題:カリキュラム開発に向けて」, 日本数学教育学会『第3回春期研究大会論文集』(第1巻), 67-74, 2015. 査読無
2. Shinno, Y., Miyakawa, T., Iwasaki, H., Kunimune, S., Mizoguchi, T., Ishii, T., & Abe, Y., A theoretical framework for curriculum development in the teaching of mathematical proof at the secondary school level. In *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 4, pp. 169-176), 2015. 査読有
3. 阿部好貴・石井英真, 「数学的リテラシーとしての論証の必要性(2)」, 日本数学教育学会『第3回春期研究大会論文集』(第1巻), 63-66, 2015. 査読無
4. 宮川健・國宗進, 「中等教育を一貫する論証指導の視点からみた一般性の扱いについて:文字式を用いた代数的な証明の場合」, 日本数学教育学会『第3回春期研究大会論文集』(第1巻), 75-82, 2015. 査読無
5. 岩崎秀樹, 「中等教育を一貫する数学的活動に基づく論証指導カリキュラムの開発研究(II)」, 日本数学教育学会『第3回春期研究大会論文集』(第1巻), 51-52, 2015. 査読無
6. 溝口達也, 「カリキュラム開発における数学的活動とそのネットワークの方法論的考察」, 日本数学教育学会『第3回春期研究大会論文集』(第1巻), 57-62, 2015. 査読無
7. Mizoguchi, T., Functions and equations: Developing an integrated curriculum with the required mathematical activities, In *Pursuit of quality mathematics education for all: Proceedings of the 7th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education* (Vol. 1), 625-635, 2015. 査読有
8. 真野祐輔・熊倉啓之, 「数学的活動に基づく数学的帰納法の指導の課題(2)」, 日本数学教育学会『第4回春期研究大会論文集』, 139-146, 2016. 査読無
9. Otaki, K., Miyakawa, T., & Hamanaka, H., Proving activities in inquiries using the Internet, In *Proceedings of the 40th*

- Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 11-18), 2016. 査読有
10. 宮川健・瀧中裕明, 「インターネットを用いた探究を通じた論証指導: 問いを視点とした単元間をつなぐ数学的活動の事例」, 日本数学教育学会『第4回春期研究大会論文集』, 147-154, 2016. 査読無
  11. 宮川健・瀧中裕明・大滝孝治, 「世界探究パラダイムに基づくSRPにおける論証活動(1)」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 22(2), 25-36, 2016. 査読有
  12. 瀧中裕明・大滝孝治・宮川健, 「世界探究パラダイムに基づくSRPにおける論証活動(2)」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 22(2), 59-72, 2016. 査読有
  13. 阿部好貴・石井英真・岩崎秀樹, 「言語活動としての数学教育」, 日本数学教育学会『第4回春期研究大会論文集』, 135-138, 2016. 査読無
  14. Mizoguchi, T. & Yamawaki, M., Networking of mathematical activities through units for curriculum development: A case of “Function and Equations”, In Proceedings of the 9th International Conference on Educational Research (pp. 834-845), 2016. 査読有
  15. Mizoguchi, T., Iwasaki, H., Kunimune, S., Hamanaka, H., Miyakawa, T., Shinno, Y., Sugimoto, Y., & Otaki, K., Curriculum development in the teaching of mathematical proof at the secondary schools in Japan, In *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education* (pp. 743-744), 2017. 査読無
  16. 國宗進・藤田太郎・真野祐輔, 「数学教育における証明研究の今日的動向: 国際的な研究動向と日本の証明研究への示唆」, 日本数学教育学会『第5回春期研究大会論文集』(pp. 125-132), 2017. 査読無
  17. 大滝孝治・真野祐輔・岩崎秀樹, 「教授人間学理論からみた日本の論証教材の開発研究の性格: 紙テープ結びの教材化の取り組みを事例に」, 日本数学教育学会『第5回春期研究大会論文集』(pp. 117-124), 2017. 査読無
  18. 瀧中裕明・熊倉啓之・宮川健, 「平行四辺形になるための条件の真偽判断を通じた証明的考察: 中等教育を一貫する論証指導の視座から」, 日本数学教育学会『第5回春期研究大会論文集』(pp. 101-108), 2017. 査読無
  19. 阿部好貴・溝口達也・石井英真, 「カリキュラム開発における数学的活動のレイヤー論: 「関数と方程式」の開発を事例に」, 日本数学教育学会『第5回春期研究大会論文集』(pp. 109-116), 2017. 査読無
  20. 岩崎秀樹・杉野本勇気・大滝孝治・岩知道秀樹, 「数学教育研究としての教材開発のあり方: 中等教育を一貫する論証指導のために」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 23(2), 1-13, 2017. 査読有
  21. Shinno, Y., Miyakawa, T., Iwasaki, H., Kunimune, S., Mizoguchi, T., Ishii, T., & Abe, Y., Challenges in curriculum development for mathematical proof in secondary school: cultural dimensions to be considered, *For the Learning of Mathematics*, 38(1), 26-30, 2018. 査読有
- 〔学会発表〕(計10件)
1. 溝口達也・山脇雅也, 「関数のグラフ表現における生徒の座標認識: 《大きさ》から《位置》への認識の変容の必要性」, 日本数学教育学会第48回秋期研究大会, 2015年11月8日, 信州大学教育学部.
  2. Mizoguchi, T. & Yamawaki, M., Assessment of students performances in a lesson: Focus on the integrated unit ‘Functions and Equations’, World Association of Lesson Studies International Conference 2015, 2015年11月24日, Khon Kaen University, Thailand.
  3. 宮川健・瀧中裕明・大滝孝治, 「世界探究パラダイムに基づくSRPにおける論証活動(1)」, 全国数学教育学会第43回研究発表会, 2016年1月31日, 広島大学.
  4. 瀧中裕明・大滝孝治・宮川健, 「世界探究パラダイムに基づくSRPにおける論証活動(2)」, 全国数学教育学会第43回研究発表会, 2016年1月31日, 広島大学.
  5. 瀧中裕明, 「平行四辺形の条件に関する教材研究: 証明・反例を用いた真偽判断の視点から」, 近畿数学教育学会第60回研究発表会, 2016年9月24日, 神戸大学.
  6. 山脇雅也・溝口達也, 「中学校数学科における2次関数と2次方程式の教授学習に関する研究: 統合単元『関数と方程式』の開発と実践」, 全国数学教育学会第45回研究発表会, 2017年1月28日, 広島大学.
  7. 荻原友裕・溝口達也, 「『重心』に関する教授学的転置と新たな授業デザイン: 人口重心を問いとしたSRP」, 全国数学教育学会第46回研究発表会, 2017年6月24日, 滋賀大学.
  8. 溝口達也・阿部好貴・大滝孝治, 「数学的活動のレイヤー論とプラクセオロジー論の比較」, 全国数学教育学会第46回研究発表会, 2017年6月24日, 滋賀大学.
  9. Mizoguchi, T., Abe, Y. & Otaki, K., Nature of “Functions and Equations” using Geogebra: From two different frameworks, The 41th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, 2017年7月20日, Singapore.
  10. Hamanaka, H. & Otaki, K., Generating a *raison d’être* of logical concepts in mathematical activity at secondary school: Focusing on necessary/sufficient conditions,

6th International Conference on the  
Anthropological Theory of the Didactic, 2018  
年 1 月 25 日, France.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

溝口 達也 (MIZOGUCHI TATSUYA)  
鳥取大学・地域学部・准教授  
研究者番号：70304194

### (2) 研究分担者

岩崎 秀樹 (IWASAKI HIDEKI)  
広島大学・名誉教授  
研究者番号：50116539

熊倉啓之 (KUMAKURA HIROYUKI)  
静岡大学大学・教育学部・教授  
研究者番号：18530693

濱中裕明 (HAMANAKA HIROAKI)  
兵庫教育大学・学校教育研究科・教授  
研究者番号：20294267

宮川 健 (MIYAKAWA TAKESHI)  
上越教育大学・学校教育研究科・准教授  
研究者番号：30375456

石井英真 (ISHII TERUMASA)  
京都大学・教育学研究科・准教授  
研究者番号：10452327

阿部 好貴 (ABE YOSHITAKA)  
新潟大学・人文社会・教育科学系・准教授  
研究者番号：40624630

真野 祐輔 (SHINNO YUSUKE)  
大阪教育大学・教育学部・准教授  
研究者番号：10585433

大滝 孝治 (OTAKI KOJI)  
北海道教育大学・教育学部・特任講師  
研究者番号：90750422

### (3) 連携研究者

國宗 進 (KUNIMUNE SUSUMU)  
静岡大学・名誉教授  
研究者番号：50214979

### (4) 研究協力者

杉野本 勇気 (YUGINOMOTO YUKI)  
長崎大学・教育学部・准教授  
研究者番号：40637477