

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 6 月 12 日現在

機関番号：12613

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15H03602

研究課題名(和文) 多倍長積分計算を高速化するアクセラレータとソフトウェアのコ・デザイン

研究課題名(英文) Co-design of hardware and software to accelerate a numerical integration with high precision.

研究代表者

台坂 博 (DAISAKA, HIROSHI)

一橋大学・大学院商学研究科・教授

研究者番号：80399295

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 11,500,000円

研究成果の概要(和文)：多倍長演算を用いた数値積分を加速するため、我々は多倍長演算専用アクセラレータを開発した。我々は多倍長演算(4/6/8倍精度)が可能なプロセッサをデザインし、再構成可能デバイスに実装した。また、OpenCLによる高速な多倍長演算ライブラリを構築した。これによりGPU上で高速な多倍長演算が可能である。これらは我々の開発したコンパイラで統合的に扱うことが可能である。実アプリケーションでの検証を行い、我々のシステムの有用性を実証した。

研究成果の概要(英文)：We developed a dedicated system to accelerate numerical integrations with multi precision operations. We designed a processor enabling 4/6/8 precision operations and implemented it on a Field-programmable gate array. We also constructed a software library with OpenCL which supports a calculation with high precision. This library enables us to perform a calculation with high precision at high speed on GPUs. Both can be utilized uniformly by our developed compiler system. Applying to our applications, we demonstrated a validity of our system.

研究分野：惑星科学

キーワード：多倍長精度演算 アクセラレータ FPGA ファインマンループ図形演算 エルミート積分

### 1. 研究開始当初の背景

(1) これまでの科学技術計算のほとんどは倍精度演算で行われてきたが、倍精度演算では精度が不足する事例も多々存在する。その一つは、高次摂動まで取り入れた際のファインマンループ図形積分の数値計算である。これは多次元積分の数値計算が必要であり、倍精度演算を用いた計算では数値不安定を起こすことが報告されている。また、惑星系の軌道安定の数値計算でも、倍精度を用いた計算で十分なのかは定かではない。多倍長演算を使う応用計算のために、ソフトウェア実装による様々なライブラリが提供されている。しかしながら、ソフトウェア実装は倍精度演算の組合せで実現しているため計算速度は非常に遅く、大規模計算が必要なアプリケーションでは実用的ではない。

(2) 本研究で対象とする多次元積分や多粒子系の相互作用計算は総和演算で定式化できる。この計算には高い並列度があるため、この利点を生かして、我々は以下の手法により多倍長演算の高速化を実現してきた。ひとつの方法は専用アクセラレータの開発である。多倍長演算(4倍、6倍、8倍精度)が可能な浮動小数点加算器と乗算器をもったプロセッサエレメント(以下、PE)を独自開発し、そのPEを複数個搭載したSIMD型プロセッサ(以下、MPプロセッサ)を開発し、再構成可能デバイス(FPGA)に実装した。専用アクセラレータを容易に使うためのプログラミングシステム、指示行ベースのコンパイラであるGooseコンパイラを開発した。もう一つの方法はGPUなどの一般に利用可能なアクセラレータでのソフトウェア実装による高速化である。2つの倍精度変数を使用して多倍長を表現するDD方式での高速化を実現してきた。このように多倍長演算による多次元積分計算が現実的になっている。しかしながら、応用計算に対しPE/MPプロセッサの構成が必ずしも最適ではない、DD方式のGPUにも最適化の余地がある、等の高速化に対して問題も残っている。

### 2. 研究の目的

本研究では、多倍長演算による積分計算の速度を向上させるために、発展型のアクセラレータであるMP-GRAPE1システムと、GPU上でも高速な多倍長演算を可能とするソフトウェア群を新たに開発し、高速な多倍長精度浮動小数点演算手法を確立する。また、実アプリケーションでの検証により、その有用性を実証する。

### 3. 研究の方法

(1) 多倍長演算アクセラレータとプログラミングシステムの最適化 : MP-GRAPE1 シス

テムのために、応用問題に対して最も高速化が期待できるPEやプロセッサアーキテクチャを調査検討し、その結果に基づいた多倍長演算用PE/MPプロセッサの開発を行う。これをFPGAに実装して専用アクセラレータを実現する。同時に、Gooseコンパイラの最適化を行う。

(2) OpenCL/CUDAによる高速な多倍長演算手法の確立 : CPU, GPUにおいて4倍、6倍、8倍精度による多倍長演算を高速に計算する仕組みを確立する。具体的には、OpenCL/CUDAで多倍長での乗算や加算の高速化に適した方法を確立する。その結果を元にライブラリを構築する。さらに、上記Gooseコンパイラと協調設計することで、GPUを使用して簡単に4倍、6倍、8倍精度演算が高速に実行可能な環境を構築する。

(3) 応用計算(ファインマンループ図形積分と軌道積分では高次エルミート法)に適用し、高速化の検証を行う。この高速化により、素粒子反応実験を理解するための基盤を確立する。

### 4. 研究成果

(1) 多倍長演算アクセラレータの開発とMP-GRAPE1の構築: これまでに我々が開発したアクセラレータを基盤として更なる高速化のための基礎調査を行い、その結果を元にPEとMPのデザインと専用アクセラレータコード生成用バックエンドシステムの最適化の検討を行った。具体的にはIEEEの規格に合わせるために演算器の仮数部を19ビットに広げるなどの拡張や最適化を行なった。最適化したPE/MPプロセッサをIntel/Altera社Arria10FPGAボードに実装し、その性能評価を行った。以下の表で、各精度において、実装できたPE数、動作クロック、理論性能および実行性能を示す。

	4倍	6倍	8倍
PE数	78	40	25
Clock(MHz)	115	115	110
理論性能(GFlops)	17.9	9.2	5.5
実行性能(GFlops)	6.4	3.3	2.1

実効性能の計測には、6次元積分となるファインマン図形積分で次元当たりの分点数を64(全点数は64<sup>6</sup>)のものを用いた。ボード当たり理論性能は、これまでに比べて、4倍精度で約3倍、6倍精度で約3.8倍、8倍精度では約5倍の高速化が達成された。得られた実効性能は理論性能の約35%である。この数値は、主に、PEで1クロック1演算に制限していること、MPプロセッサ内のデータ移動やホスト計算機とMPプロセッサのデータ移動のオーバーヘッドのため、それらを考慮した解析モデルを用いて説明すること

ができる。また、得られた実効性能は、20コアのCPUを搭載した計算機の50台以上に相当するものである。

演算器の構成の検討の結果、現在の我々のアプリケーションにおいて、積和演算の割合が大きいため積和演算器を導入しても性能向上に寄与しないこと、演算器の利用効率を大きく改善するためにはパイプライン化が有効であることが明らかになった。

この開発したアクセラレータを4台搭載した専用計算システム MP-GPAPE1 を構築した。以下は構築したシステムの写真である。



このシステム上でファインマン図形積分の計算を実行し性能評価を行った。期待通り、使用するアクセラレータの台数に反比例して計算時間が短縮できることが確認できた。

(2) OpenCL による実用的な多倍長演算ライブラリの構築: OpenCL は様々な GPU やアクセラレータが対応している。そのため実用的な多倍長演算ライブラリにより様々な GPU を利用して多倍長精度演算を高速化できる。我々は、DD 方式による4倍精度浮動小数点演算のライブラリ、および、整数型の組合せを利用した8倍精度演算までに対応するライブラリを構築した。また、GPU 内部構造に適合したパラメータ調整を行い、幅広い GPU に最適なライブラリを作成した。構築したライブラリは、Nvidia 社 P100, AMD 社 FirePro7100w, PEZY 社 PEZY-SC, SC2 などでもテストを行い、種々の GPU 上で高速な多倍長演算が実現できることを確認した。

(3) Goose コンパイラによる統一的プログラミング環境を実現: Goose は、専用アクセラレータを容易に使うためのプログラミングシステムで、C/C++コードに加速した部分に指示行を追加するだけでアクセラレータのカネールコードと API を含んだ C/C++ソースコード生成する。この Goose に拡張を加え、QD ライブラリや MPFR ライブラリを利用したホスト計算機での多倍長計算、開発した OpenCL 多倍長演算ライブラリを利用した GPU での多倍長計算を可能にした。また、MPI コードの生成機能も追加した。この Goose を使うことによって、ソースコードを変更するこ

となく、専用ハードウェア、GPU、ホスト計算機で多倍長計算を可能とし、さらには、容易に、クラスタ計算機上でも多倍長演算を高速化することが可能になった。

(4) ファインマン図形積分への応用: ファインマン図形積分は素粒子反応の理論的理解に重要である。その数値積分に、我々は、二重指数型変換法を用いており、高精度な数値解を求めるには、多倍長演算が必要である。計算したいループ図形は多種存在するため、様々な図形に対して適応精度の手法とその数値計算コードの開発、および被積分関数の導出を行った。開発したシステムを用いて、いくつかの物理パラメータを用いて図形積分の数値計算を行い、多倍長演算を用いた計算で、高速かつ高精度に数値積分が可能であることを示した。

この高速計算が可能なることを利用して、物理パラメータを様々に変えて積分の性質を調査することが可能になった。いくつかの物理パラメータを変えた数値計算を行い、2 ループ・ボックス型の積分で端点以外に発散する領域が存在することを明らかにした。

ファインマンループ図形積分に関しては、空間分割法による積分手法を考案した。その手法の有用性を確認するために、その比較として、これまでにない多くの分割数(積分の分点数が  $200^7$ )を用いた図形積分の数値計算を行なった。この計算は、GPU クラスタ上で行ない、また、開発した OpenCL 多倍長演算ライブラリと Goose を用いることで容易に行うことができた。その結果、種々のループ図形積分について、達成精度と必要な分割数の関係を明らかにした。

(5) エルミート積分法への応用: エルミート積分法は積分の一種で軌道計算に用いられている。高次項を正しく評価するためには多倍長演算が必要である。我々は10次、12次の積分公式の定式化を行い、今世紀になって発見された解のある3体問題の8文字軌道の計算による検証を行った。その結果、期待した精度が達成されていることを確認した。

## 5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計4件)

H Daisaka, N Nakasato, T Ishikawa, F Yuasa, K Nitadori, "A development of an accelerator board dedicated for multi-precision arithmetic operations and its application to Feynman loop integrals II", proceedings of the 18th International Workshop on Advanced Computing and Analysis Techniques in Physics Research, 査読有, 7pp, 2018

<https://arxiv.org/abs/1803.07224>

中里 直人, 台坂 博, 石川 正, “小型  
FPGA スパコンの勘どころ”, インターフ  
ェース, 357 巻, pp139-141, 2017, 査読  
無  
台坂 博, 中里 直人, 石川 正, 湯浅 富  
久子, 似鳥 啓吾, “多倍長精度積分計  
算を加速させる専用システム GRAPE9-MPX  
の開発とその応用”, 電子情報通信学会  
技術研究報告, 査読無, 178 巻, pp13-18,  
2017  
Hiroshi Daisaka, Naohito Nakasato,  
Tadashi Ishikawa, Fukuko Yuasa,  
“Application of GRAPE9-MPX for high  
precision calculation in particle  
physics and performance results”,  
Precedia Computer Science, 査読有, 51,  
1323-1332, 2015  
DOI: 10.1016/j.procs.2015.05.317

[学会発表](計 17 件)

台坂 博, “ファインマン積分の数値計  
算法:GRAPE9-MPX と PEZY-SC よる多倍長  
精度計算の高速化とアプリケーション”,  
日本物理学会第 73 回年次大会, 2018 年  
湯浅 富久子, “ファインマン積分の数  
値計算法:DCM による電弱高次補正計算”,  
日本物理学会第 73 回年次大会, 2018 年  
似鳥 啓吾, “Newton 重力の高階微分を  
用いた高次 Hermite 積分法”, 日本応用  
数理学会 2017 年度年会, 2017 年  
中里 直人, “メニーコアプロセッサに  
よる多倍長精度数値積分の性能評価”,  
日本応用数理学会 2017 年度年会, 2017  
年  
台坂 博, “A development of an  
accelerator board dedicated for  
multi-precision arithmetic operations  
and its application to Feynman loop  
integrals II”, 18th International  
Workshop on Advanced Computing and  
Analysis Techniques in Physics  
Research, 2017 年

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

台坂 博 (DAISAKA Hiroshi)  
一橋大学・大学院商学研究科・教授  
研究者番号: 80399295

### (2) 研究分担者

湯浅 富久子 (YUASA Fukuko)  
大学共同利用機関法人高エネルギー加速  
器研究機構・計算科学センター・准教授  
研究者番号: 00203943

中里 直人 (NAKASATO Naohito)  
会津大学・コンピュータ理工学部・上級准  
教授

研究者番号: 00392051

似鳥 啓吾 (NITADORI Keigo)  
国立研究開発法人理化学研究所・計算科学  
研究機構・研究員  
研究者番号: 80600824

石川 正 (ISHIKAWA Tadashi)  
大学共同利用機関法人高エネルギー加速  
器研究機構・計算科学センター・准教授  
研究者番号: 90184481