

令和 4 年 6 月 22 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(S)

研究期間：2015～2019

課題番号：15H05739

研究課題名（和文）幾何学的群論の深化と展開

研究課題名（英文）Progress in Geometric group theory

研究代表者

藤原 耕二 (Fujiwara, Koji)

京都大学・理学研究科・教授

研究者番号：60229078

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 60,800,000円

研究成果の概要（和文）：幾何学的群論に新たな手法を導入し、いくつかの画期的な成果を得た。代表者は Bestvina-Bromberg との共同研究で、Projection complex（射影複体）の理論を創出し、曲面の写像類群に応用し、その漸近次元が有限であることを示した。分担者の小澤は、計算機を援用した手法で、Kaluba-Novak との共同研究を行い、5次自由群の自己同型群が「性質T」を持つことを示し、長年の未解決問題に決着をつけた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

これらの結果は幾何学的群論の画期的な成果と評価されている。たとえば、代表者は2018年に開催された国際数学会議で、射影複体の理論とその写像類群への応用について招待講演をした。また、代表者は2015年度日本数学会秋季賞を受賞した。

小澤が証明した5次自由群の自己同型群が性質Tをもつ、という定理は、長年の未解決問題に決着をつけるだけでなく、その手法において斬新で新しい研究の方向性を開いた点でも画期的である。

研究成果の概要（英文）：During this project, Fujiwara with his joint work with Bestvina-Bromberg introduced the theory of Projection complex, and found several important applications. For example, we proved that a mapping class group acts on a finite product of quasi-tree with a QI -embedding orbit, and as a consequence it has finite asymptotic dimension. By now the technique of projection complex became an important tool in Geometric group theory. Ozawa in his joint work with Kaluba-Novak proved that the automorphism group of the free group of rank 5 has property T, using computer. This settles a long standing problem. It also opens a new direction of research.

研究分野：幾何学的群論

キーワード：写像類群 擬ツリー カズダンの性質T 射影複体 自由群の自己同型群

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

- (1) 1980年代にグロモフによって創始された「双曲群」の理論を端緒として幾何学的群論が誕生し、リーマン幾何・双曲幾何・低次元トポロジー・離散群論・作用素環論などに広範な影響を与えていた。なかでも、2015年までに、幾何学的群論の成果と技法を使い Agol らが三次元トポロジーの分野で画期的な成果を得ていた。
- (2) 代表者は Bestvina-Bromberg との共同研究で、擬ツリーへの群作用の理論の構築を開始し、多くの応用が見込まれていた。分担者の小澤は離散群と作用素環論の関わりの中で、いくつもの優れた研究成果を得ていた。代表者と小澤の研究グループを中心として、京都大学は幾何学的群論の国際的な研究拠点の一つとなっていた。

2. 研究の目的

研究開始の研究目的を二つに分けて記載する。

- (1) 学術的には、1980年代から進捗が目覚ましい幾何学的群論の分野において、それをさらに深化させた成果を出すことと、広範な応用を見出すこと目的としていた。具体的な研究対象としては、双曲群・写像類群・自由群の自己同型群を主要かつ重要な対象としていた。具体的な研究課題として次の四つを設定した。
写像類群や自由群の外部自己同型群のヒルベルト空間やバナッハ空間への作用の存在・非存在
自由群の外部自己同型群の漸近次元
リー群の格子部分群の擬ツリーへの作用の非存在
写像類群や自由群の外部自己同型群をターゲットとする「表現空間」の記述
- (2) また、このような学術研究を通して、代表者の研究グループを中心として、幾何学的群論の国際的な研究拠点として京都大学が機能し、同時に次世代の研究者を養成することを目指していた。

3. 研究の方法

研究の目的で述べた学術的な課題を中心に、代表者と分担者が下のような体制と方法で取り組んだ。また、共同研究者や関係する研究者の招聘、海外への研究訪問を適宜計画し、また国際研究集会を運営、活用した。

- (1) 代表者は Bestvina-Bromberg との共同研究をより一層推し進めることで、擬ツリーへの群作用の広範な応用を見つける。
- (2) 小澤の開発した「性質 T」に関する研究手法にコンピュータを援用し、写像類群や自由群の外部自己同型群などに関して、画期的な成果をあげる。そのための能力を有する研究員を雇用する。
- (3) リーマン幾何に関連する課題に代表者と塩谷、山口が取り組む。

国際的な研究拠点を目指すという目的から、国際的な研究プログラムの運営や参加、また、国際研究集会の組織を行った。公募により研究員を各年度 1 - 2 名雇用し、代表者または分担者と共同し研究に取り組み、それを通して若手研究者の育成も行った。

4. 研究成果

研究成果について、目的で述べたことに従い二つに大別して記載する。

(1) 学術的成果

双曲群の Z 拡大について、ファレル・ジョーンズ予想を代表者らが肯定的に解決した(藤原-Bestvina)。ファレル・ジョーンズ予想はトポロジーにおけるもっとも重要な予想の 1 つであり、多くのケースが解決されているが未解決のケースもいくつかある。ファレル・ジョーンズ予想の第一人者である Luck は未解決のうち重要なケースをいくつか挙げていたが、これはそのうちの一つであり、重要な結果であると考えられる。

平面にどのような測地距離を考えても、その漸近次元が 3 以下であることを示した(藤原-Papasoglu)。とくに、これは平面上の任意のリーマン計量に対して成り立つ。リーマン幾何の定理は通常、曲率などに条件を仮定することが多く、平面一般に成り立つ定理は極めて少なく、ユニークかつ深い定理であると評価されている。また、この定理の系としてすべての平面グラフの漸近次元が 3 以下であることが従う。この成果は計算機科学者からも注目され、すでにいくつかの後続の研究を誘発している。

有限生成群 G に対して、「ある有限個の擬ツリーの積に等長的に作用し、一点への G 作用の軌跡を使った G の埋め込みが擬等長的である」という性質を性質「QT」と定式化し、双曲群と写像類群が性質 QT を持つことを示した(藤原-Bromberg-Bestvina)。これまでの幾何学的群論は、双曲群にはじまり、相対双曲群、アシンドリカル双曲群など、双曲空間への群作用を前提にしていたが、QT では、双曲空間の積に群作用を持つ場合の一般論の展

開に成功した。この性質はすでに他の研究者も着目し、多くの応用を生みつつあり、今後の幾何学的群論の研究において重要な手法になると見込まれる。

有限体積の負曲率多様体のエンドに現れる 3 次元多様体の例を、まったく新しい手法で豊富に構成した(藤原-塩谷)。エンドの構成手法は限られていて、最近 10 年程度、目立った進捗がなかったが、まったく新しいアイデアに基づく構成を行った。さらに、その構成は、リーマン計量の二重ワープ積を使う精緻なもので、複雑な曲率計算を、一部計算機を援用して達成した斬新なものである。

5 次の自由群の自己同型群が性質 T を持つことを、計算機を援用して小沢の研究グループが示した(小沢-Kaluba-Novak)。これは長年の未解決問題の解決であり(ただし、5 次自由群の場合)、極めて重要なブレークスルーと考えられている。その後、この手法で他の研究グループが、四次以上のすべての自由群について解決した。Kazhdan の性質(T)は、解析学的群論における最も重要な概念で、エクスパンダーグラフの構成等を通じて、純粋数学のみならず応用数学から計算機科学に及ぶ幅広い応用がある。与えられた群がこの性質を持つか否かを決定することは、大抵困難ではあるが、大変に意義のあることである。

リーマン多様体の崩壊現象を単射半径の下からのバウンドなしで、統一的な記述に成功した(山口)。大きな研究進捗と考えられている。

「多項式増大を持つ有限生成群は冪零群を有限指数で含む」というグロモフの重要な定理に対して、ランダムウォークを使った画期的な別証明を与えた(小沢)。

群から構成される群作用素環がいつ単純になるかという問題は、作用素環論のみならず群論や位相力学系研究といった各方面から半世紀にわたり活発に研究されてきたが、小沢はこのトピックに決定的な解答を与えた(小沢-Breuillard-Kalantar-Kennedy)。

ターゲットが非可換群である場合の群の擬準同系の存在について、統一かつ基盤的な結果を得た(藤原-Kapovich)。これまで、擬準同型の研究において、ターゲットは無限巡回群などの可換な群であった。非可換な群をターゲットにする設定は、より豊富な擬準同型の存在が期待できたが、技術的に今年であると考えられていた。今回の結果では、実は、非可換な群をターゲットにした擬準同型の存在は極めて限られていることを見出した。これは、斬新な結果であり、高く評価されている。

バナッハ空間をターゲットに持つ、擬コサイクルの構成に成功した。手法と成果の両方について新奇性が高く、高く評価されている(藤原-Bestvina-Bromberg)。

擬ツリーへの群作用の構成方法を発見した。手法として、Projection complex という概念を定義した。一つの応用として写像類群の漸近次元が有限であることを示した。プロジェクション・コンプレックスの手法は、真に画期的で汎用性があり、極めて高く評価されていて、今後の幾何学的群論において欠かすことのできない手法の一つであると考えられている(藤原-Bestvina-Bromberg)。

Banach 空間の線形構造が距離幾何学的性質から読み取れるかという問題は一世紀前に Banach 空間論が始まって以来のテーマである。それに関する Mankiewicz の定理を 50 年ぶりに改良することで、作用素環が Mazur-Ulam の性質を持つこと、即ち単位球面の距離幾何学的情報から線形構造を復元できることを証明した。小澤と森(理研研究員)との共同研究。

充足性が余従順なフォンノイマン部分因子環に遺伝することを証明した。これは 1986 年の Popa 予想を完全に解決するものであり、極めて重要である(小沢-Bannon-Marrakchi)。

ある種の過程では秩序相からランダム相に極めて短時間で遷移することが知られており、カットオフ現象と呼ばれている。エクスパンダーグラフ上のランダムウォークがカットオフ現象を示すか否かは確率論における重要未解決問題である。最良のエクスパンダーグラフである Ramanujan グラフがカットオフ現象を示すという Lubetzky-Peres の定理に、エントロピー的考察に基づく極めて見通しの良い別証明を付けた(小沢)。国際的に極めて高く評価されている。

以上のように、研究の目的のなかで重要な研究対象として挙げた写像類群や自由群の外部自己同型の研究において、国際的に最も優れた研究成果のいくつかを達成し、またほかの研究対象でもいくつか極めて優れた成果をあげたので研究目的は達成された。擬ツリーへの群作用と性質 T の新しい証明法などは、今後も大きな成果をもたらすと考える。

(2) 研究拠点形成と若手育成

研究計画調書で述べたように、幾何学的群論の国際的な研究拠点を確立・発展させることを目指していた。そのために、国際的な研究プログラムの運営や参加、また、国際研究集会の組織を行った。

研究プログラム：

- H28 京都大学数理解析研究所・プロジェクト研究「微分幾何学と幾何解析」:山口と代表者が組織委員。
- H28 アメリカ・数理科学研究所(MSRI)セメスタープログラム Geometric group theory :代表者が参加。滞在中、代表者は Eisenbud Professor に任命され、MSRI でポストドクのメンターを務めた。

- H 2 9 ケンブリッジ大・ニュートン研究所 Non-positive curvature:代表者と小澤が参加。

研究集会：

- 離散群の幾何解析、H 2 8、京都大：代表者が組織。
- Geometric analysis on Riemannian and metric spaces, H 2 8、京都大：山口が組織。
- CAT(0) spaces with group action, H28, MSRI：代表者が組織。

また、若手研究者の育成も目標とすることを研究計画調書で述べたが、研究員をつぎのように雇

用した。

- 蒲谷祐一 (H 2 7)
- 武石拓也 (H 2 8)
- 蓮井翔 (H 2 8)
- 吉田建一 (H 2 9, 30)
- 福本佳奏 (H31, R1)
- 藤岡禎司 (R3)

以上のように、研究プログラムや研究集会の組織については、研究期間前半は順調に行い大きな成果を挙げた。後半はコロナのため、計画の変更を余儀なくされた。研究員の雇用は、R 2を除いて順調にできた。雇用した研究員はその後、すべて学振PDを含むアカデミック職についた。以上から、研究拠点形成と若手育成の両面で研究目的は達成された。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計48件（うち査読付論文 47件 / うち国際共著 26件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Mladen Bestvina, Koji Fujiwara, Derrick Wigglesworth	4. 巻 -
2. 論文標題 The Farrell-Jones Conjecture for Hyperbolic-by-Cyclic Groups	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 International Mathematics Research Notices	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/imrn/rnac012	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Fujiwara, Koji; Shioya, Takashi	4. 巻 24
2. 論文標題 Graph manifolds as ends of negatively curved Riemannian manifolds.	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Geom. Topol.	6. 最初と最後の頁 2035, 2074
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2140/gt.2020.24.2035	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Dahmani, Francois; Fujiwara, Koji; Guirardel, Vincent	4. 巻 29
2. 論文標題 Solvable groups of interval exchange transformations.	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Ann. Fac. Sci. Toulouse Math.	6. 最初と最後の頁 598, 168
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5802/afst.1641	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Breuillard, Emmanuel; Fujiwara, Koji	4. 巻 71
2. 論文標題 On the joint spectral radius for isometries of non-positively curved spaces and uniform growth.	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Ann. Inst. Fourier	6. 最初と最後の頁 317, 391
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5802/aif.3374	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Bestvina, Mladen; Bromberg, Ken; Fujiwara, Koji	4. 巻 4
2. 論文標題 Proper actions on finite products of quasi-trees	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Ann. H. Lebesgue	6. 最初と最後の頁 685, 709.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5802/ahl.85	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Fujiwara, Koji; Papanoglu, Panos	4. 巻 374
2. 論文標題 Asymptotic dimension of planes and planar graphs.	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Trans. Amer. Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 8887, 8901
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/tran/8487	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ozawa, Narutaka; Suzuki, Yuhei	4. 巻 27
2. 論文標題 On characterizations of amenable C^* -dynamical systems and new examples.	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Selecta Math.	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00029-021-00699-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ozawa, Narutaka	4. 巻 25
2. 論文標題 An entropic proof of cutoff on Ramanujan graphs.	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Electron. Commun. Probab.	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1214/20-ECP358	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mori, Michiya; Ozawa, Narutaka	4. 巻 250
2. 論文標題 Mankiewicz's theorem and the Mazur-Ulam property for C^* -algebras	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Studia Math	6. 最初と最後の頁 265,281
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4064/sm180727-14-11	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Bannon, Jon; Marrakchi, Amine; Ozawa, Narutaka	4. 巻 378
2. 論文標題 Full factors and co-amenable inclusions.	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Comm. Math. Phys.	6. 最初と最後の頁 1107-1121
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s12220-018-0075-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Fujiwara, Koji; Kabaya, Yuichi	4. 巻 28
2. 論文標題 Computing Kazhdan constants by semidefinite programming.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Exp. Math.	6. 最初と最後の頁 301,312.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/10586458.2017.1396509	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Bestvina, Mladen; Bromberg, Ken; Fujiwara, Koji; Sisto, Alessandro	4. 巻 65
2. 論文標題 Acylindrical actions on projection complexes.	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Enseign. Math.	6. 最初と最後の頁 1,32
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/10586458.2017.1396509	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Fujiwara, Koji	4. 巻 11
2. 論文標題 Constructing group actions on quasi-trees.	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proceedings of the International Congress of Mathematicians;Rio de Janeiro 2018.	6. 最初と最後の頁 1087,1114
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/11060	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 De Chiffre, Marcus; Ozawa, Narutaka; Thom, Andreas	4. 巻 65
2. 論文標題 Operator algebraic approach to inverse and stability theorems for amenable groups.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Mathematika	6. 最初と最後の頁 98,118
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1112/S0025579318000335	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Anoussis, M.; Ozawa, N.; Todorov, I. G.	4. 巻 147
2. 論文標題 Norms of vector functionals.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proc. Amer. Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 2017,2068
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/proc/14383	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kaluba, Marek; Nowak, Piotr W.; Ozawa, Narutaka	4. 巻 375
2. 論文標題 Aut(F5) has property (T).	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Math. Ann.	6. 最初と最後の頁 1169,1191.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00208-019-01874-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Mitsuishi, Ayato; Yamaguchi, Takao	4. 巻 372
2. 論文標題 Good coverings of Alexandrov spaces.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Trans. Amer. Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 8107, 8130
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/tran/7849	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mitsuishi, Ayato; Yamaguchi, Takao	4. 巻 29
2. 論文標題 Lipschitz homotopy convergence of Alexandrov spaces.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Geom. Anal.	6. 最初と最後の頁 2217, 2241
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s12220-018-0075-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mitsuishi, Ayato; Yamaguchi, Takao	4. 巻 71
2. 論文標題 Obtuse constants of Alexandrov spaces.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Math. Soc. Japan	6. 最初と最後の頁 1081, 1103
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/78917891	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yamaguchi, Takao; Zhang, Zhilang	4. 巻 23
2. 論文標題 Inradius collapsed manifolds.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Geom. Topol.	6. 最初と最後の頁 2793, 2860
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2140/gt.2019.23.2793	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Nakajima, Hiroki; Shioya, Takashi	4. 巻 349
2. 論文標題 Isoperimetric rigidity and distributions of 1-Lipschitz functions.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Adv. Math.	6. 最初と最後の頁 1198, 1233
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aim.2019.04.043	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shioya, Takashi; Takatsu, Asuka	4. 巻 290
2. 論文標題 High-dimensional metric-measure limit of Stiefel and flag manifolds.	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Math. Z.	6. 最初と最後の頁 873, 907
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00209-018-2044-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Bestvina, Mladen; Fujiwara, Koji	4. 巻 696
2. 論文標題 Handlebody subgroups in a mapping class group.	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Contemp. Math. "In the tradition of Ahlfors-Bers. VII". AMS.	6. 最初と最後の頁 29-50
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-4-431-56021-0_7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Bestvina, Mladen; Bromberg, Kenneth; Fujiwara, Koji	4. 巻 19
2. 論文標題 The verbal width of acylindrically hyperbolic groups.	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Algebr. Geom. Topol.	6. 最初と最後の頁 477-489.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2140/agt.2019.19.477	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Shioya, Takashi; Takatsu, Asuka	4. 巻 290
2. 論文標題 High-dimensional metric-measure limit of Stiefel and flag manifolds	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Math. Z.	6. 最初と最後の頁 873-907.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00209-018-2044-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Okayasu, Rui; Ozawa, Narutaka; Tomatsu, Reiji	4. 巻 121
2. 論文標題 Haagerup approximation property via bimodules.	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Math. Scand.	6. 最初と最後の頁 75-91.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7146/math.scand.a-25970	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Breuillard, Emmanuel; Kalantar, Mehrdad; Kennedy, Matthew; Ozawa, Narutaka	4. 巻 126
2. 論文標題 C^* -simplicity and the unique trace property for discrete groups.	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Publ. Math. Inst. Hautes Etudes Sci.	6. 最初と最後の頁 35-71.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10240-017-0091-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ozawa, Narutaka	4. 巻 51
2. 論文標題 A functional analysis proof of Gromov's polynomial growth theorem.	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Ann. Sci. Ec. Norm. Super.	6. 最初と最後の頁 549-556.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.24033/asens.2360	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Erschler, Anna; Ozawa, Narutaka	4. 巻 93
2. 論文標題 Finite-dimensional representations constructed from random walks.	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Comment. Math. Helv.	6. 最初と最後の頁 555-586.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/CMH/444	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Fujiwara, Koji	4. 巻 68
2. 論文標題 Constructing group actions on quasi-trees and applications.	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Sugaku	6. 最初と最後の頁 113-128
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.11429/sugaku.0682113	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Bestvina, Mladen; Bromberg, Ken; Fujiwara, Koji	4. 巻 91
2. 論文標題 Bounded cohomology with coefficients in uniformly convex Banach spaces.	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Comment. Math. Helv.	6. 最初と最後の頁 203-218
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/CMH/383	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Bestvina, Mladen; Bromberg, Ken; Fujiwara, Koji	4. 巻 66
2. 論文標題 Stable commutator length on mapping class groups.	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Ann. Inst. Fourier	6. 最初と最後の頁 871-898
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5802/aif.3028	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Fujiwara, Koji; Kapovich, Michael	4. 巻 26
2. 論文標題 On quasihomomorphisms with noncommutative targets.	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Geom. Funct. Anal.	6. 最初と最後の頁 478-519
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00039-016-0364-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ozawa, Narutaka	4. 巻 15
2. 論文標題 Noncommutative real algebraic geometry of Kazhdan's property (T).	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 J. Inst. Math. Jussieu	6. 最初と最後の頁 85-90
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/S1474748014000309	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ozawa, Narutaka; Pisier, Gilles	4. 巻 58
2. 論文標題 A continuum of C^* -norms on $B(H) \times B(H)$ and related tensor products.	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Glasg. Math. J.	6. 最初と最後の頁 433-443
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1017/S0017089515000257	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ozawa, Narutaka	4. 巻 152
2. 論文標題 A remark on fullness of some group measure space von Neumann algebras.	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Compos. Math.	6. 最初と最後の頁 2493-2502
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1112/S0010437X16007727	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Fujiwara, Koji	4. 巻 367
2. 論文標題 Subgroups generated by two pseudo-Anosov elements in a mapping class group. II. Uniform bound on exponents	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Trans. Amer. Math. Soc	6. 最初と最後の頁 4377-4405.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/S0002-9947-2014-06292-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Fujiwara, Koji	4. 巻 7
2. 論文標題 Asymptotically isometric metrics on relatively hyperbolic groups and marked length spectrum.	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 J. Topol. Anal.	6. 最初と最後の頁 345-359
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S1793525315500132	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Calegari, Danny; Fujiwara, Koji	4. 巻 67
2. 論文標題 Counting subgraphs in hyperbolic graphs with symmetry	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 J. Math. Soc. Japan	6. 最初と最後の頁 1213-1226.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/06731213	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Bestvina, Mladen; Bromberg, Ken; Fujiwara, Koji.	4. 巻 122
2. 論文標題 Constructing group actions on quasi-trees and applications to mapping class groups	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Publ. Math. Inst. Hautes Etudes Sci	6. 最初と最後の頁 1-64.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10240-014-0067-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ozawa, Narutaka; Rordam, Mikael; Sato, Yasuhiko	4. 巻 25
2. 論文標題 Elementary amenable groups are quasidiagonal.	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Geom. Funct. Anal.	6. 最初と最後の頁 307-316.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00039-015-0315-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Mimura, Masato; Ozawa, Narutaka; Sako, Hiroki; Suzuki, Yuhei	4. 巻 15
2. 論文標題 Group approximation in Cayley topology and coarse geometry, III: Geometric property (T).	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Algebr. Geom. Topol	6. 最初と最後の頁 1067-1091
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2140/agt.2015.15.1067	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 ozawa, narutaka	4. 巻 91
2. 論文標題 A remark on amenable von Neumann subalgebras in a tracial free product.	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci	6. 最初と最後の頁 104
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3792/pjaa.91.104	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Blecher, David P.; Ozawa, Narutaka	4. 巻 277
2. 論文標題 Real positivity and approximate identities in Banach algebras.	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Pacific J. Math	6. 最初と最後の頁 1-59.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2140/pjm.2015.277.1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Shioya, Takashi	4. 巻 174
2. 論文標題 Estimate of isodiametric constant for closed surfaces.	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Geom. Dedicata	6. 最初と最後の頁 279-285.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10711-014-0017-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ozawa, Ryunosuke; Shioya, Takashi Estimate of observable diameter of l_p -product spaces.	4. 巻 147
2. 論文標題 Estimate of observable diameter of l_p -product spaces.	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Manuscripta Math.	6. 最初と最後の頁 501-509.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00209-015-1447-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ozawa, Ryunosuke; Shioya, Takashi	4. 巻 280
2. 論文標題 Limit formulas for metric measure invariants and phase transition property.	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Math. Z.	6. 最初と最後の頁 759-782.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00209-015-1447-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mitsuishi, Ayato; Yamaguchi, Takao	4. 巻 367
2. 論文標題 Collapsing three-dimensional closed Alexandrov spaces with a lower curvature bound.	5. 発行年 2015年
3. 雑誌名 Trans. Amer. Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 2339-2410.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/S0002-9947-2014-06091-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計43件(うち招待講演 43件/うち国際学会 39件)

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Group actions on quasi-trees.
3. 学会等名 "Cohomological methods" Simons Semester Conference. Banach Center. Warsaw. Poland. (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Group actions on quasi-trees.
3. 学会等名 Aspects of Non-Positive and Negative Curvature in Group Theory. (Bestvina Fest) CIRM, France. (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Asymptotic Dimension of the Arc Graphs.
3. 学会等名 Topology fair. KAIST, Korea. (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Growth of hyperbolic groups.
3. 学会等名 'Geometric Structures in Group Theory', MFO. Germany. (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Growth of hyperbolic groups.
3. 学会等名 Group theory seminar, ENS, Paris. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Growth of hyperbolic groups.
3. 学会等名 Seminar "Action". ENS Lyon. France (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Growth of hyperbolic groups.
3. 学会等名 Geometry seminar. U Chicago. USA. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Growth of hyperbolic groups.
3. 学会等名 Geometry and Analysis on Groups Seminar, U of Vienna. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Asymptotic dimension of planes.
3. 学会等名 Differentialgeometrie im Grossen, MFO, Germany. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Rates of growth in a hyperbolic group.
3. 学会等名 Artin Groups, CAT(0) geometry and related topics, A conference in honor of RUTH CHARNEY. Ohio State University. USA. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Growth of hyperbolic groups.
3. 学会等名 SFB-Lecture, Regensburg, Germany (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Asymptotic dimension of planes.
3. 学会等名 The 17th East Asian Conference on Geometric Topology. Korea. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Growth of acylindrically hyperbolic groups.
3. 学会等名 Geometric Structures in Group Theory. MFO, Germany. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Ozawa Narutaka
2. 発表標題 Kazhdan ' s property (T) and semidefinite programming
3. 学会等名 Colloquim, Princeton University (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Ozawa Narutaka
2. 発表標題 The Furstenberg boundary and C*-simplicity
3. 学会等名 IMPAN (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Quickly generating a nice hyperbolic element.
3. 学会等名 GAGTA-2018 (July 15-20, 2018, KIAS, Seoul, Korea) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1 . 発表者名 Koji Fujiwara
2 . 発表標題 Group actions on quasi-trees.
3 . 学会等名 International Congress of Mathematicians, 2018. Topology section. Brazil. (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2018年

1 . 発表者名 Koji Fujiwara
2 . 発表標題 Asymptotic Dimension of the Arc Graphs. Special Session on Mapping Class Groups.
3 . 学会等名 AMS Sectional Meeting. Hawaii University, USA. (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2019年

1 . 発表者名 Koji Fujiwara
2 . 発表標題 Group actions on quasi-trees.
3 . 学会等名 Aspects of Non-Positive and Negative Curvature in Group Theory. (Bestvina Fest) CIRM, France. (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2019年

1 . 発表者名 Koji Fujiwara
2 . 発表標題 Asymptotic Dimension of the Arc Graphs.
3 . 学会等名 Topology fair. KAIST, Korea. (招待講演) (国際学会)
4 . 発表年 2019年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Quickly generating a nice hyperbolic element.
3. 学会等名 Geometric and probabilistic properties of infinite groups. Lille, France. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Quickly generating a nice hyperbolic element.
3. 学会等名 GAGTA-2018. KIAS, Seoul, Korea (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Asymptotic Dimension of the Arc Graphs.
3. 学会等名 Special Session on Mapping Class Groups.AMS Sectional Meeting. Hawaii University, USA. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Narutaka Ozawa
2. 発表標題 Finite-dimensional representations constructed from random walks
3. 学会等名 Von Neumann algebras and measured group theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Narutaka Ozawa
2. 発表標題 Minicourse on Connes's Embedding Problem and its equivalent
3. 学会等名 Analysis in Quantum Information Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Narutaka Ozawa
2. 発表標題 The Furstenberg boundary and C^* -simplicity
3. 学会等名 Boundaries of topological groups with applications to Lyapounov exponents, symmetric spaces, and C^* -algebras (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takashi Shioya
2. 発表標題 Isoperimetric rigidity and distributions of 1-Lipschitz functions
3. 学会等名 第4回日中幾何学研究集会, University of Science and Technology of China, Hefei (中国) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takashi Shioya
2. 発表標題 Isoperimetric rigidity and distributions of 1-Lipschitz functions
3. 学会等名 Global Differential Geometry Workshop, Tsinghua Sanya International Mathematics Forum, サンヤ (中国) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Takashi Shioya
2. 発表標題 Isoperimetric rigidity and distributions of 1-Lipschitz functions
3. 学会等名 Metrics and Measures, 東北大学 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Takashi Shioya
2. 発表標題 Soft isoperimetric rigidity
3. 学会等名 Metric Measure Spaces and Ricci Curvature, Max Planck Institute for Mathematics, Bonn (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Takashi Shioya
2. 発表標題 High-dimensional spaces in metric measure geometry
3. 学会等名 Geometric Analysis on smooth and non-smooth spaces, SISSA, トリエステ, イタリア (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Takao Yamaguchi
2. 発表標題 Collapsing Riemannian manifolds with boundary
3. 学会等名 The sixth German-Japanese University Presidents' Conference, Osaka University, (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 山口孝男
2. 発表標題 境界つきリーマン多様体の崩壊
3. 学会等名 日本数学会年会総合講演 東京大学 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 2016.7.6. Acylindrically hyperbolic groups are not invariably generated, 1.
3. 学会等名 Geometric Topology Fair in Korea, Kaist, Deajeon. Korea. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 2016.7.8. Acylindrically hyperbolic groups are not invariably generated, 2.
3. 学会等名 Geometric Topology Fair in Korea, Kaist, Deajeon. Korea. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Acylindrically hyperbolic groups are not invariably generated.
3. 学会等名 Rigidity School, Nagoya 2016. Nagoya U. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Quasi-homomorphisms into non-commutative groups.
3. 学会等名 Rigidity School, Nagoya 2016. Nagoya U. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Hyperbolic-like behaviour of groups.
3. 学会等名 Introductory Workshop: Geometric Group Theory, MSRI. Berkeley. USA. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Koji Fujiwara
2. 発表標題 Computing Kazhdan constants by computer.
3. 学会等名 Non-positive Curvature, Newton Institute, U Cambridge, UK. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 koji fujiwara
2. 発表標題 Handlebody subgroups in mapping class groups.
3. 学会等名 Dubrovnik VIII - Geometric Topology, Geometric Group Theory & Dynamical Systems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 koji fujiwara
2. 発表標題 Geometry of contracting geodesics.
3. 学会等名 Conference on Geometric Group Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 koji fujiwara
2. 発表標題 Group actions on quasi-trees and its application, 1-4.
3. 学会等名 The 13th Geometric Topology Fair in Korea. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2015年

1. 発表者名 藤原耕二
2. 発表標題 Group actions on quasi-trees and quasi-morphisms.
3. 学会等名 日本数学会秋季総合分科会、秋季賞受賞講演 (招待講演)
4. 発表年 2015年

〔図書〕 計5件

1. 著者名 藤原耕二ほか	4. 発行年 2020年
2. 出版社 共立出版	5. 総ページ数 240
3. 書名 サーストーン万華鏡	

1. 著者名 藤原耕二	4. 発行年 2021年
2. 出版社 朝倉書店	5. 総ページ数 224
3. 書名 離散群の幾何学	

1. 著者名 Koji Fujiwara etal	4. 発行年 2016年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 139-146
3. 書名 Geometry and topology of manifolds, Springer Proc. Math. Stat., 154,	

1. 著者名 Shioya, Takashi	4. 発行年 2016年
2. 出版社 EMS Publishing House, Zurich,	5. 総ページ数 182
3. 書名 Metric measure geometry. Gromov's theory of convergence and concentration of metrics and measures. IRMA Lectures in Mathematics and Theoretical Physics, 25.	

1. 著者名 Shioya, Takashi etal	4. 発行年 2016年
2. 出版社 Springer	5. 総ページ数 299-314
3. 書名 Geometry and topology of manifolds, Springer Proc. Math. Stat., 154,	

(産業財産権)

〔その他〕

Koji Fujiwara
<https://www.math.kyoto-u.ac.jp/~kfujiwara/>
 基盤研究(S)「幾何学的群論の深化と展開」
<https://www.math.kyoto-u.ac.jp/~kfujiwara/kakenS>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	山口 孝男 (Yamaguchi Takao) (00182444)	京都大学・理学研究科・教授 (14301)	
研究分担者	小沢 登高 (Ozawa Narutaka) (60323466)	京都大学・数理解析研究所・教授 (14301)	
研究分担者	塩谷 隆 (Shioya Takashi) (90235507)	東北大学・理学研究科・教授 (11301)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計4件

国際研究集会 FUKAYA 60 GEOMETRY AND EVERYTHING	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 離散群の幾何解析	開催年 2016年～2016年
国際研究集会 Geometric analysis on Riemannian and metric spaces	開催年 2016年～2016年
国際研究集会 確率論と幾何学	開催年 2016年～2016年

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
英国	ケンブリッジ大	オックスフォード大		
フランス	ENS Paris	レンヌ大学	フーリエ大学	
アメリカ	ユタ大学	コーネル大学	Univ California, Davis	他2機関
ポーランド	ポーランドアカデミー			
ギリシャ	エーゲ大			
ドイツ	ドレスデン工科大			