#### 科学研究費助成專業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 2 0 日現在

機関番号: 14301

研究種目: 研究活動スタート支援

研究期間: 2015~2016 課題番号: 15H06313

研究課題名(和文)数学基礎論と量子基礎論の圏論的統合と機械学習における圏論的双対性へのその応用

研究課題名(英文)The Categorical Unification of Foundations of Mathematics and of Quantum Physics, and its Applications to Categorical Duality in Machine Learning

#### 研究代表者

丸山 善宏 (Maruyama, Yoshihiro)

京都大学・白眉センター・特定助教

研究者番号:20761290

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 2,100,000円

研究成果の概要(和文):本プロジェクトのタイトルである「数学基礎論と量子基礎論の圏論的統合と機械学習における圏論的双対性へのその応用」はその研究成果の観点から言って主として三つの内容を含む。特に「数学基礎論と量子基礎論の圏論的統合」には二つの意味がある。一つにはそれは「数学基礎論的な空間概念と量子基礎論的な空間概念の統合」である。もう一つの意味は「数学基礎論的な双対性と量子基礎論的な双対性の統合」である。そしてまた最初の統合は「伝統的量子論理と圏論的量子力学のLawvere的統合」をも含んだものである。残る一つが「機械学習(のカーネル法)における圏論的双対性(或は人工知能の双対性)」である。以上が主な 研究成果である。

研究成果の概要(英文):Our project is about the unification of mathematical and quantum foundations, and its applications to categorical duality in machine learning. Our result is nevertheless three-fold because "unification" has a double meaning. It is the unification of space conceptions in foundations of mathematics and of quantum theory (i.e., topos theory and categorial quantum theory); yet at the same time, it is the unification of (noncommutative) dualities in those two foundations. The first "unification" also implies the Lawverian unification of traditional quantum logic and categorical quantum mechanics. The remaining, third type of result is, of course, categorical duality in (the kernel method of) machine learning (or the duality of artificial intelligence). Overall, the project may be considered a stepping stope to what we call "categorical" intelligence). Overall, the project may be considered a stepping stone to what we call "categorical unified science" or "pluralistic unified science", which is the ultimate goal of "categorical logical positivism" as discussed in our recent Synthese paper.

研究分野: 数理科学・哲学

キーワード: 圏論的双対性 圏論的意味論 圏論的量子論 圏論的AI 圏論的普遍論理 諸科学の圏論的基礎 圏論 的統一科学 圏論の哲学

### 1.研究開始当初の背景

研究代表者はこれまで圏論に基づく数学基 礎論(ないし論理学)と量子基礎論(英語で単 に Quantum Foundations と呼ばれる量子物 理の基礎論の意)を研究してきた。最も中心 的なテーマは「圏論的双対性」であり、他の 研究は双対性理論との関連において追求し てきた。数学における「代数と幾何の双対性 (例えば可換環とアファインスキームの双対 性) 」 論理学における「構文論と意味論の双 対性(そしてその帰結としての完全性定理)」、 計算機科学における「システムの観察可能な 挙動とその内部状態の双対性」、 量子物理学 における「物理量と状態の双対性」など、様々 な双対性の根源に潜んでいる普遍的な構造 を、圏論や普遍代数の抽象言語を理論的な礎 として表現しようと努めてきた。

双対性とはある意味では空間概念の探究で ある。広く言って二種類の空間概念があ る。静的な点の集まりとしての、ニュート ンの絶対空間のような空間概念と、点概念 を仮定しない、事物間の相互関係の構造と しての、ライプニッツの関係論的な空間概 念である。点の集まりとしての集合論的な空 間概念と、点概念(つまり素イデアルのような 選択公理的な超越的原理を仮定しないとー 般には存在が保証されないもの)を仮定しな い代数的な空間概念の間に双対性が存 在 す る。構成的数学は点を仮定せず排中律や選 択公理を避けるが、双対性はその考えの基 礎にありその意味でも基礎論的重要性があ る。しかし現代数学における空間概念の探究 には次のようなよく知られた困難がある。

トポスのような数学基礎論の空間概念と、ヒルベルト空間(のなすモノイダル圏)のような数学基礎論の空間概念をいかに統合するがは喫緊のチャレンジと考えられている。研究代表者は以前の論文で提案した Categorical Universal Logic (圏論的普遍論理)という枠組みの中で一つの見通しを示した。さらに別の論文では研究代表者の枠組みが実際意はの論文では研究では一つの見通しを示した。とを具体的に与えるのに応用できるという明本であるという見方が可能となったのであるという見方が可能となったのであるという見方が可能となったのであるという見方が可能となったのであるという見方が可能となったのであるという見方が可能となったのであるという見方が可能となったのであるという見方が可能となったのであるという見がすませんが、

本研究の端緒は、以上のような方向性を さらに推し進め、その帰結を理論面と応用面の 双方から探るということであった。とりわけ 本研究はその理論面においては圏論的量子 論理と非可換双対性に、その応用面においては機械学習におけるカーネル法に焦点を当てるものであった。これらの詳細について次の研究目的欄でより具体的に記述してゆく。

### 2.研究の目的

本研究の目的は端的に言って以下の三つで ある。第一は、数学基礎論の空間概念と量 子基礎論の空間概念の統合、すなわちトポ ス理論的な空間概念と圏論的量子力学的な 空間概念の統合、そしてそこから自然に帰結 する と考えられる、アブラムスキー・クッ クによる圏論的量子力学(新しい量子論理)と バーコフ・フォンノイマンの(伝統的)量子論 理の融合である。第二は、数学基礎論の場合 にも量子基礎論の場合にも機能する、非可換 双対性の一般理論を、圏論的普遍代数の技法 により(グロタンディークの)スキーム概念を 拡張することで構築することである。第三は、 量子論的双対性を包摂する、研究代表者の双 対性理論を、機械学習における主要手法で ある、再生核ヒルベルト空間に基づく所謂 カーネル法の理論に応用することで、近年 のビッグデータ研究において圏論的双対性 の果たす原理的役割を示すことである。

以上端的に述べた三つの目的について以下 でより詳しくそれぞれの内容を敷衍する。

これまでアブラムスキー・クックによる圏論 的量子力学は、バーコフ・フォンノイマンの 量子論理に対するアンチテーゼのようなも のとして主張され一般にもそのように理解 されてきた。だが本研究では、両者が決し て互いに排除し合うものではなく、両者の 提示する構造は融和可能なものであり、そ れにより両者の利点を組み合わせ同時に欠 点を補い合うことが可能になることを示す。 そしてこれはより一般に、論理と型理論の関 係、言い換えれば真理の理論と証明の理論 の関係に関するさらなる含意を有するだろ う。なぜならこの融合が意味するのは、量子 力学の命題論理(バーコフ・フォンノイマン) と量子力学の型理論(アブラムスキー・クッ ク)の融合だからである。それが可能になる 背景には、研究代表者の先述の「圏論的普遍 論理」の理論においては論理と型理論が、ロ ーヴェアの hyperdoctrine の概念の拡張によ り、それぞれの性質によらず(カリー・ハワ ード的な同型対応がなくとも)自由に組み合 わせ可能な普遍的仕方で統合されていると いう事実がある。この自由度を利用して量子 論理に対する二つのアプローチを統合する ことができるのである。

非可換双対性はこれまで個別的に幾つか研究されてきたものであるが、様々存在する非可換双対性を統一する双対性の一般理論のようなものはほとんど考えられて来なかった。特に、数学基礎論の非可換双対性を統一的に分析するための方法論は、これまでの研究においては全く構築されていない。本研究ではそういった論理と物理の双対性の統一理論

を与える。その一般理論の帰結として導出される、所謂 quantale に対する双対性や、論理に対するスキーム的双対性のほとんどは、一般理論とは独立したそれ自体で新しい結果になる。スキームの概念が論理と深い関係を持つがトポスの概念が論理と深い関係を持ったようにスキームの概念も(以上深い関係を持つものと考えられる。こういった義でにような性方で拡張されれば)論理と深い関係を持つものと考えられる。こういった義ではそれまで見過ごされてきたものであり、本で対り拓くものである。

以上二つは本研究の理論面での帰結である が、応用面での帰結を見る為に、データマ イニングにおいて実践的に使用され相当の 実利的成果を挙げている、統計的機械学習 における「カーネル法」に焦点を当てる。 カーネル函数と再生核ヒルベルト空間がそ こでの主要な登場人物であり、所謂「カー ネル・トリック」は両者の関係を上手く利 用することで成立している。本研究では、 カーネル函数の圏と再生核ヒルベルト空間 の圏を適切に定義して、両者の間に圏論的 双対性が存在すること、そしてカーネル法は その双対性の帰結として理解可能になるこ と を 示 し、それにより双対性理論が機械学 習に基づくビッグデータ解析においても根 源的な役割を果たすという新たな可能性を 切り拓くことを目指す。流行の工学的解析 手法の背景にある数学的原理は、リーマン 面と代数函数体の双対性や、ガロア群 と 中 間体の双対性のような、古き良き双対性にお いて知られてきた双対性の数学的効用と何 ら異なることがないことを示すわけである。

以上三つの方向性のいずれについても(部分的に言及してきたように)、本プロジェクト開始以前からすでに研究代表者による予備的な研究成果や肯定的な観察結果の継続的な蓄積があり、それらを利用して研究を進めることができる。以下で技術的により具体的な研究方法についてさらに詳しく述べる。

## 3.研究の方法

上で挙げた三つの研究目的について、最初に 研究の方針を手短に纏めたあと、順を追って その研究方法を詳しく記述してゆく。

第一の研究目的である、数学基礎論の空間概念と量子基礎論の空間概念の統合(トポス理論的な空間概念の統合)、そしてその帰結としてのアブラムスキー・クックの圏論的量子力学とバーコフ・フォンノイマンの量子論理の融合については、研究代表者がこれまで取り組んできた光述の「圏論的普遍論理」の理論のさらなる展開により達成可能となる。第二の研究

目的である、数学基礎論と量子基礎論を包摂する、非可換双対性の一般理論の構築については、グロタンディークによる近代的空間概念、すなわちスキームの概念を、で数を値とする層へと拡張することで達成可能と考えられる。第三の研究目的である、機械学習における双対性については、カーの対性理論をChu 空間と見なして研究代表者の対性理論を再生核ヒルベルト空間に適用するという方法により達成可能となる。

論理の圏論的理解には、トポスのように「 一つの圏」に基づく手法と、先にも述べた h yperdoctrine や fibration のように「二つ の圏」の間の関係に基づく手法がある。ト ポス的なカルテジアンな構造と圏論的量子 力学的なモノイダル構造を共にインスタン スとする、一つの圏の概念はおそらく存在 しない(一定の条件下では不可能性定理が事 実存在する)。従って、圏論的普遍論理は後 者の方向性を論理の意味論のために発展さ せた枠組み(従来型の hyperdoctrine 直観主義論理のためのものだったがそれを 任意の論理に適用可能にしたもの)であり、 特に命題論理の圏をカルテジアン、型理論 の圏をモノイダルとして組み合わせる自由 度を含む。まさにこの特性によって、さき にのべた目的であるところの、アブラムス キー・クックによる圏論的量子力学とバー コフ・フォンノイマンによる量子論理の融 合が可能となるのである。

最も基本的な hyperdoctrine である tripos の場合には、Hyland-Johnstone-Pitts の構 成法により、トポスのいわゆる subobiect hyperdoctrine という構造のみから元のトポ スを復元でき、それによりトポスの圏がじ つは tripos の圏に埋め込めるので、その意 味で先述の「 圏 論 的 普 遍 論 理 」 の枠組みはトポス理論を含むものである。 こういった方面での関連した課題として、 以前の論文で示した述語論理の圏論的意味 論の一般的な完全性定理を高階論理まで拡 張し、トポス意味論の完全性を単なる一例 と化してしまうことと、トポスの層表現を 任意の論理のレベルまで拡張することがあ るが、これらの結果も第一の研究目的を達 成する中で同時に確立可能なものである。 このような関連した派生的成果で独立した 重要性を有するものが他にも数多く存在す るが紙数的制限のためここでは割愛する。

圏論的論理の手法はその黎明期にローヴェアやランベックらにより整備された後、理論計算機科学における(論理や計算の)圏論的意味論の伝統の中で育まれてきた。その典型例が線型論理のモノイダル圏による意味論である。そうした研究の蓄積が、ジョヤルやストリートらの純数学的なモノイダ

ル圏研究と融合して、最終的にアブラムスキーとクックによる圏論的量子、バラスの構った。圏論の量子は、バラスをできるの量子がある。圏論のできるできるできるできるできるできるできるでは、近いの構造とは、固定を基礎に対している。圏のは、近のできるでは、近いの構造とは、の構造とは、「同なのでは、できるの情報があり、「は、できるでは、「自然を基礎に対している。」といるでは、「自然を表しては、「自然を表している。」といるでは、「自然を表しい」のは、「自然を表現では、「自然を表現では、「自然を表現である。」といるでは、「自然を表現である。」といるといる。

一方で、量子論的対称性などは現在の圏論 的量子力学の枠組みではうまく捉えられな いことが知られている。これは簡単に言え ば、圏論的量子力学の基本構造が有界線型 作用素を射とするヒルベルト空間の圏の抽 象化であり、それ故ウィグナーが強調した ような反ユニタリ作用素で表現されるよう な対称性が排除されてしまうことに伴って 生じる困難である。上手な圏論的構成によ って反ユニタリを含められるようにできる 可能性はあるが創始者によるこれまでの試 みは残念ながら全て失敗してきた。一方で バーコフとノイマンの古典的な量子論理で は対称性は量子論理の自己同型ときっちり 対応することが分かっている。勿論反ユニ タリの排除の問題は生じない。このように 両者には一長一短があるのである。

従って、十全な量子基礎論の構築のために はバーコフ・フォンノイマンの量子論理と アブラムスキー・クックの圏論的量子力学 を組み合わせるのが理想的と考えられる。 まさにそれが先述した「圏論的普遍論理」 の考えの量子論理の文脈における適用に他 ならない。概念的に言えば、量子論理を量 子系に関する命題の論理、圏論的量子力学 を量子系たちのなす型理論と見なして、所 謂"(quantum) logic over (quantum) type theory "を構築しそれにより両者を統合す るのである。ここでは基礎圏におけるテン ソル積の構造が命題の圏の間のテンソル積 の構造に反映される仕方を論理的に公理化 することが重要なステップとなる。これは 量子の文脈を離れれば、アクゼルによる所 謂 " logic-enriched type theory " の 考えとも近いものでホモトピー型理論の文 脈でも近年一定の役割を果たしている。先 行研究と比較すれば、存在量化子と全称量 化子をともに持つ量子論理の体系は未だ構 築されていないが、本研究はそこまで十分 視野に入れられる射程を持っている。

次に非可換双対性の理論について述べる。 論理における非可換性は部分構造論理にお

いて現れる。しかし単に通常の意味での非 可換性に着目するのではなく、構造規則の 不在というものを非可換性の一般化と捉え る。それは部分構造的(例えば非可換的)な 代数内部の構造的(例えば可換的)な「コア 」のスペクトラムをとって層を適切に入れ てスキーム的構造を構成することにより元 の代数を双対化するというアイデアで非可 換双対性(正確には部分構造双対性)の理論 を構築するからである。枠組みとしては研 究代表者の以前の論文の理論のように圏論 と普遍代数の言語を組み合わせる。このよ うな仕方で、環や作用素代数に対する非可 換双対性と、様々な種類の部分構造論理に 対する非可換双対性を統一的に扱える双対 性理論が構築できる。両者の中間に位置す る構造として quantale があるがそれらに対 する双対性や、そのほか、論理に対するス キーム的双対性のほとんどは一般論とは独 立した新しい結果になると考えられる。

最後に機械学習における圏論的双対性につ いて述べる。研究代表者は以前に出版した 論文において Chu 空間という抽象概念に基 づく双対性理論を構築したが、じつはカー ネル函数もまた Chu 空間と見なすことがで きそれによりカーネル函数の圏が定義され る。このようにして得られたカーネル函数 の圏と、もう一方の再生核ヒルベルト空間 の圏の間には、以前の論文で構築した双対 性理論を適用することで、カーネル函数の 「真理値対象」を所謂「ヤヌス対象」とす る双対随伴が存在することが分かる。さら に空間の内積による両者の対応を利用した 仕方でも別の双対随伴が得られる。これら の圏論的随伴が圏同値になる部分を特徴付 けることがキーとなる。

研究方法の概要は以上の通りである。

## 4. 研究成果

引き続き上で述べた三つの研究目的と対応する形で本研究の成果を以下に纏める。

まず本プロジェクトのタイトルである「数学基礎論と量子基礎論の圏論的統合と機械学習における圏論的双対性へのその応用」とを指摘しておきたい。というのは「数学基礎論の圏論的統合」には二つの登基を論があるからである。一つにはそれは「数学基礎論的な空間概念と量子基礎論的な空間概念と量子基礎論的な空間概念と量子基礎論的な双対性と量子基礎論的な双対性と量子基礎論的な双対性と量子基礎論の統合」である。そしてまた最初の統合「数学性の統合」である。そしてまた最初のにもヴェアの hyperdoctrine 的な統合を含んだものであることも併せて注意しておきたい。

そして本研究の主要な成果はまさにこれらの実現と考えられるものであり以下により詳しく纏める:

・本研究では研究代表者の「圏論的普遍論理」 の理論に基づくトポス(数学基礎論の空間概 念)とダガー・コンパクト圏(量子基礎論の 空間概念:特に圏論的量子力学の基礎概念) の統合、それによるバーコフ・フォンノイマ ンの量子論理とアブラムスキー・クックの圏 論的量子力学の統合を提案した。数学的には、 命題論理に対する完全性定理があれば、その 一階論理的な拡張と高階論理的な拡張の両 方に対して一般化された hyperdoctrine と tripos の概念を用いて完全性定理が得られ ること(Completeness Lifting)を示した。特 にそれは所謂フル・ランベック計算上の任意 の部分構造論理(古典論理、直観主義論理、 ファジー論理、関連論理、線型論理)に対し ても量子論理や様相論理に対しても同様に 成り立つことを示した。これは特に高階直観 主義論理のトポス完全性の直接的な拡張と なっておりそういった圏論的論理のトポス 的メカニズムが実は直観主義論理のような 特定の論理体系には依存しないものである という重要な洞察を与えるものである。量子 論との関連においては論理部分と型理論部 分を分離することにより圏論的量子力学の ようなモノイダルな型理論を含む形で理論 構築されている点も肝要である。またゲーデ ル翻訳やジラール翻訳の構造を hyperdoctrine に対するローヴェア・ティア ニー位相の利用により抽象化して非常に一 般的なレベルで「普遍翻訳定理」を証明した。 他にも様々成果があるがここでは割愛する。

・非可換双対性の一般理論においてはグロタ ンディーク位相などの道具立てを用いるこ とで Grothendieck situation と呼ばれるス キーム的ないし層理論的な双対性が導かれ るための一般概念を定式化し、いつ Grothendieck situation が生まれるか、その 便利な十分条件を(特に structural core の 概念を用いて)与える理論を構築した。それ により環や作用素代数に対する量子論的な 双対性と、部分構造論理に対する論理学的な 双対性が統合されるような一般理論が完成 した。この理論は既存の多くの双対性を含む と同時にすでに上で示唆されたように未知 の双対性も数多く含むものであることが分 かった(例えば quantale に対するスキーム的 双対性は前例のない新規な結果である; それ だけではなく可換な frame のレベルでも structural core の一般概念を通じて新たな 双対性が示された)。これが意味するのは、 スキーム論的な枠組みは単に代数幾何にお いて有用であるだけでなく数学基礎論や論 理学の文脈において有効な道具となるとい うことである。スキームによる双対性のメカ ニズムは環論的な構造に依存したものでは なく論理などに対しても同様に適用可能な ものであり、スキーム的双対性の射程はグロ タンディーク的な代数幾何よりもずっと広 い、特に量子や論理を問わない様々な非可換 性の領域を含んだものなのである。

・機械学習のカーネル法における圏論的双対 性については圏同値ではない双対随伴と圏 同値である双対随伴の二種類の双対性が得 られた。これら二種類の双対性は射の概念の 選び方に依存している。代数構造や論理構造 に対する双対性を考えるときにプライム・ス ペクトラムを取るかマキシマル・スペクトラ ムを取るかで射の概念が分岐して二種類の 双対性が得られるというのと同種の現象で ある。一見不思議に見えるかもしれないが双 対性理論的には十分にあり得る現象である。 ただこのような双対性の分岐現象は一般に はあまりよく理解されてこなかったもので これまでとは全く異なる文脈でも同種の現 象が存在することが分かったのはある種意 外なことでもある。こういった双対性理論的 な見地から言えば所謂「カーネル・トリック」 は二つの異なる世界(或は世界像)の間を双 対性を通じて行き来することにより成立し ているのである。機械学習の研究ではアルゴ リズムの実際的な「効率性」だけが求められ て、なぜそれが上手くいくか、そもそも偶然 的に上手く行っているだけではないと何故 言えるのか、という「理解」や「解釈」の部 分が見過ごされやすい為、理論的な見地から 機械学習において何が起きているのか説明 できるようになる意義は大きい。本研究は純 粋に理論的なものであり効率性の向上それ 自体を目的としたものではないが、今後さら なる研究を通じて効率性へと理論的理解を 還元してゆければより意義深いと思われる。

これらのスピンオフとして得られた成果も 多い。紙数の都合上一つの方向性だけを付ける すれば、証明論的ハーモニーからカリー・ハ アード対応を導く一般理論や、それを用いた パラドクスの分析が圏論的量子力学の 造と関連していること(圏論的量子力力した と関連していること(圏論的量子力したが を関連していること(圏論的量子力したが を関連していること(圏論的量子力と関連 のであることは知られていたがそれが を対しないものであるには全く予期しないものであるには ないまのインタープレイ」をさらに促進する はとなる重要な洞察となるものと思われる。

これら成果は代表者による最近の研究においてさらに新たな展開へと繋がっており今後さらなる深化が期待される。それは本プロジェクトが単なる単発プロジェクトではなく代表者が自身の研究キャリアを通じて追求してきた一貫した概念的視座の下に系統的に展開された研究プログラムの一部であ

ることの証左であると言っても良いだろう。

## 5. 主な発表論文等

## [雑誌論文](計4件)

- Y. Maruyama, Prior's Tonk, Notions of Logic, and Levels of Inconsistency: Vindicating the Pluralistic Unity of Science in the Light of Categorical Logical Positivism, *Synthese*, vol.193, pp.3483-3495, Springer, 2016 (refereed). DOI: 10.1007/s11229-015-0932-9 https://link.springer.com/article/10.10 07/s11229-015-0932-9
- Y. Maruyama, Categorical Harmony and Paradoxes in Proof-Theoretic Semantics, Advances in Proof-Theoretic Semantics, Trends in Logic, vol.43, pp.95-114, Springer, 2016 (refereed).
  DOI: 10.1007/978-3-319-22686-6\_6
  https://link.springer.com/chapter/10.10
  07%2F978-3-319-22686-6\_6
- Y. Maruyama, AI, Quantum Information, and External Semantic Realism: Searle's Observer-Relativity and Chinese Room, Revisited, Fundamental Issues in Artificial Intelligence, Synthese Library, vol.376, pp.115-127, Springer, 2016 (refereed).

DOI: 10.1007/978-3-319-26485-1\_8 https://link.springer.com/chapter/10.10 07%2F978-3-319-26485-1\_8

Y. Maruyama, The Dynamics of Duality, RIMS Kokyuroku on Mathematical Logic and its Applications, RIMS, Kyoto University, forthcoming in 2017 (unrefereed).

# 〔学会発表〕(計7件;全15件の中から抜粋)

- Y. Maruyama, Category Theory and Lightweight Ontology, Oxford OASIS Seminar, University of Oxford, UK, 20 January 2017 (invited).
- Y. Maruyama, Machine and Causality, Oxford Quantum Foundations Discussion, University of Oxford, UK, 3 February 2017 (invited).
- Y. Maruyama, Categorical Foundations of Big Data Analytics, *International Conference on Category Theory*, Dalhousie University, Canada, 9 August 2016.

- Y. Maruyama, Harmony, the Curry-Howard Correspondence, and Higher Proof Theory, JSPS Core-to-Core Workshop on Mathematical Logic and its Applications, Kyoto University, Japan, 17 September 2016.
- Y. Maruyama, Dynamics of Duality: How Duality Emerges, Changes, and Breaks, *RIMS Workshop on Mathematical Logic and its Applications*, Kyoto, Japan, 27 September 2016.
- Y. Maruyama, Duality and Monoidal Structures on Sambin's Basic Pairs, International Workshop on Formal Topology, Institut Mittag-Leffler, Sweden, 9 June 2015.
- Y. Maruyama, Higher-Order Categorical Substructural Logics, *International Conference on Category Theory*, University of Aveiro, Portugal, 18 June 2015.

## [図書](計2件)

Y. Maruyama, Meaning and Duality: From Categorical Logic to Quantum Physics, D.Phil. Thesis, Mathematical, Physical, and Life Sciences Division, University of Oxford, 296 pages, 2017.

丸山善宏、『圏論の哲学』、NTT 出版、約 200ページ、2017年出版予定(出版受理済み).

蓮尾一郎、<u>丸山善宏</u> et al.,『圏論の歩き方』、日本評論社、約 304 ページ(二つの章を執筆)、2015 年.

## [その他]

Webpage: http://researchmap.jp/ymaruyama

一般向けシンポジウムや NHK のテレビ番組への出演等により、本プロジェクトがその重要な一部である所の「圏論的統一科学」に関するアウトリーチ活動も活発に行ってきた。哲学の学会でも複数回講演するなど他分野における数理科学の正しい理解と数理哲学的な学際知の展開にも努めてきた。『数学セミが、同時に『ユリイカ』など人文系の一般向け雑誌にも数理哲学の立場から寄稿してきた。

# 6. 研究組織

## (1)研究代表者

丸山 善宏 (MARUYAMA, Yoshihiro) 京都大学・白眉センター・助教

研究者番号:20761290