様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　元 年　 ６ 月 １４ 日現在

機関番号：６２６０３
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2015～2018
課題番号：１５Ｋ０００４１

研究課題名（和文）スポーツリーグにおいて特定順位を確定するための勝敗数の計算に関する研究

研究課題名（英文）Calculation of the number of wins and losses to determine a specific place in sports leagues

研究代表者
伊藤　聡（Ito, Satoshi）

統計数理研究所・数理・推論研究系・教授

研究者番号：５０２３２４４２

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,500,000円

研究成果の概要（和文）：本研究においては，シナリオ集合に基づく数理モデルを拡張することにより，同率・同勝数の場合の順位判定をも最適化問題に組み込んだ，クリンチ／エリミネーションナンバーの汎用的で効率的な計算法を開発した．複数の順位判定基準のもとでの高速計算の可能性，ワイルドカード方式を含む多様な判定基準のコンポーネント化による汎用的な枠組の開発について見通しが得られた．

研究成果の学術的意義や社会的意義
本研究は現在の汎用最適化技術がどこまで実用的であるかという観点からの学術的な意義を主として追求するものであるが，元来は社会的な要請に基づいて始めたものであり，研究の過程で得られた直接的もしくは副次的な成果がスポーツ報道などに役立つことがあればよいと考えている．

研究成果の概要（英文）：A general-purpose and efficient calculation framework of clinch and elimination numbers was developed in this research by extending mathematical models based on sets of scenarios. Perspectives were obtained for the possibility of high-speed computation under multiple tiebreaking criteria and for the development of a universal framework by componentization of various criteria including wildcard options.

研究分野：数理最適化

キーワード：リーグスポーツ　総当たり戦　クリンチナンバー　エリミネーションナンバー　順位判定基準　ワイルドカード　非線形整数計画　多層線形計画

１．研究開始当初の背景

リーグスポーツのシーズンが始まったばかりの時点では，残り試合すべてに勝てば優勝し，残り試合すべてに負ければ最下位になることが明らかであるように，勝敗の組合せが有限であることを考えると，シーズン中のどの時点においても，最終的にある特定の状況（指標）を達成することが確定する最小の勝ち試合数（以下では単に勝数という），もしくは逆にその状況（指標）を達成できないことが確定する最小の負け試合数（敗数）が存在する．以下ではこれらをそれぞれクリンチナンバー，エリミネーションナンバーと書くことにする．

このような概念は特に野球において昔から用いられてきた．いわゆるマジックナンバーであるが，米国の Major League Baseball (MLB) における Elimination number (E#) や日本のプロ野球 (NPB) におけるかつてのプレーオフ進出マジックナンバーのように，簡単な四則演算で求まるけれども，それぞれ，各地区において首位以外のチームが優勝争いから脱落するまでの最小の敗数，あるいはセ・パ両リーグにおいてプレーオフに進出できる上位を確定する最小の勝数として，常に正しい値になるとは限らないようなものも存在した．最適化手法やグラフ理論に基づいた数理的に正しい計算法について，米国では 1960 年代の Schwartz [a] 以来，主として MLB を対象にいくつかの研究がされている一方で，国内においては NPB の各リーグにおいて 3 位以上を確定する最小勝数として，クライマックス進出マジックナンバーと呼ばれる非公式記録が 2009 年シーズンまで配信されていたが，それはほとんどの状況において誤った数字となっていたことは 2009 年まで知られていなかった [b]．そのため，研究代表者はシナリオ集合 [c] に基づいた数理モデルを構築し，最適化手法を用いて正しい勝敗数を求める計算法を開発した [d]．これに基づいて一般社団法人共同通信社は 2010 年のシーズンよりクライマックスシリーズクリンチナンバー（CS クリンチ）と呼ばれる記録の配信を開始している．

研究代表者が開発した計算法は野球のみならずフットボールやバスケットボールなど総当たり戦に基づくすべてのリーグスポーツに適用できるが，引分の有無や価値，そして同率もしくは同勝数の場合の順位決定方法などにより，求解の難易度は様々に変化する．例えば，MLB のように引分がない場合，あるいはフットボールのように勝点方式の場合は，解くべき最適化問題が線形となるのに対して，NPB や台湾のプロ野球 (CPBL) のように引分があり勝率で成績を比較する場合には，解くべき最適化問題が非凸となる．さらには，同率・同勝数の場合にタイブレークのための再試合を行わず，得失点差・総得点・当該チーム間の対戦成績などによりあらかじめ定められた方式にしたがって順位を決定する場合は，基本的にすべての最適解を列挙しなければならない．特に，この後者に対応するために，実際のアルゴリズム [e] では，対象チームの勝数を仮決めした上で，種々の制約条件を満たしているか否かを判定する制約充足問題として実装しているのが現状である．

クリンチ／エリミネーションナンバーに係る数学的な研究としては，1960 年代後半から様々なスポーツリーグに対してその計算複雑度が調べられ，初期の段階においては主としてネットワークフローなどグラフ理論による求解，また近年においては汎用最適化パッケージの進化により整数計画に基づく求解が提案されている．しかしながら，特に MLB や日米のバスケットボール（B.LEAGUE, NBA）のようにワイルドカードという概念が組み入れられている場合などにおいて，柔軟な取扱いが可能であるという点で整数計画の優位性は明らかである．

整数計画問題や混合整数計画問題に対する汎用ソフトウェアの進歩は近年めざましく，現在では非凸の制約条件もかなり満足に取り扱えるようになっている．準備的な数値実験によれば，本研究課題に現れる最適化問題に対しても十分許容できる時間の範囲内で解を得ることができることが確認されており，本研究課題において非凸整数計画モデルの有用性を示すことができると考えた．

a) B. L. Schwartz, “Possible winners in partially completed tournaments,” *SIAM Review*, vol. 8, no. 3, pp. 302–308, 1966

b) http://ja.wikipedia.org/wiki/マジックナンバー_(野球)

c) I. Adler, A. L. Erera, D. S. Hochbaum and E. V. Olinick, ”Baseball, optimization, and the world wide web,” *Interfaces*, vol. 32, no. 2, pp. 12–22, 2002

d) 伊藤 聡, “クリンチとエリミネーションの数理～リーグスポーツにおけるロバスト最適化,” システム／制御／情報, vol. 56, no. 7, pp. 342–347, 2012

e) 伊藤 聡, 大場信之介 “演算装置及び演算方法,” 特許第 5687856 号, 2015

２．研究の目的

本研究においては，シナリオ集合に基づく数理モデルを拡張することにより，同率の場合の順位判定をも最適化問題に組み込んだ，クリンチ／エリミネーションナンバーのより汎用的で効率的な計算法を開発することを目的とした．本研究で取り扱う数理モデルは，整数計画問題（もしくは混合整数計画問題）として定式化される．特に勝率で成績を比較する場合は，非凸 2 次の不等式制約条件を含み，数理的にも非常に興味深い構造を持った最適化問題となっている．

３．研究の方法

本研究においては，シーズン中のある時点における勝敗数と残り試合数（またこれに加えシーズンの最終段階においては得失点差など）の情報に基づいて，プレーオフ進出や上位リーグ昇格などの特定の状況（指標）に対するクリンチ／エリミネーションナンバーを計算する．当初の数理モデルを拡張し，同率の場合の順位判定を直接最適化問題に組み込めるようにする．特に勝率方式のクリンチナンバーを求めるための適切な定式化を探るとともに，双対な概念であるエリミネーションナンバーを求めるモデルも含めて，ソフトウェアへの実装を行う．また，勝率方式に限らず勝点方式にも対応できるようにする．

数理モデルを構築するにあたっては，基本的には以下のように今後起こり得るシナリオの集合[d)]を考える．リーグに属するチーム集合を L とし，そのチーム数を n とする．リーグ L の全チーム間のこれまでの勝敗記録と残り試合数が与えられているとし，w_{ij} をチーム $i \in L$ のチーム $j \in L$ に対する現時点での勝数，g_{ij} をチーム i, j 間の残り試合数とする（w および g は対角成分が 0 である n 次正方行列，特に後者は対称行列と考えてよい）．チーム $i \in L$ のチーム $j \in L$ に対する今後の勝数を x_{ij} と表すことにすると，

$$X := \{\ x = (x_{ij}) \in \mathbb{Z}^{n \times n}\ \mid\ x_{ij} + x_{ji} \le g_{ij},\ \ x_{ii} = 0,\ \ x_{ij} \ge 0\ \ (\forall i, j \in L)\ \}$$

は，残り試合数 g に対して今後起こり得る勝敗に関するシナリオを過不足無く与える（$\mathbb{Z}$ は整数の集合であり，引分がない場合は第 1 式の不等号を等号に変えるものとする）．

複数のリーグや地区が存在し交流試合が行われる場合などにおいては，他のリーグ／地区に属し当該リーグの順位争いには加わらないが順位の決定に際して対戦結果を考慮する必要のある全チームをひとまとめにしたものを $n+1$ 番目のチームとし，これを含めた拡大チーム集合 $\bar{L} := \{1, 2, \ldots, n+1\}$ を考えることもある[雑誌論文 5)]．

このようなシナリオ集合に基づくモデルを用いて勝点方式や勝率方式など様々なリーグ戦を表現することができる．本研究におけるアルゴリズムの開発基盤としては，Zuse Insitute Berlin で開発している SCIP (Solving Constraint Integer Programs)[f)] を用いる．

f) http://scip.zib.de

４．研究成果

(1) 順位判定基準

順位判定基準が複数あり，そのうち最初の m 個が勝敗数のみに基づく基準（すなわち $m+1$ 番目の基準は得失点差など勝敗数以外に基づくもの）であるとする．このときチーム $a \in L$ の例えば第 k 位クリンチナンバーは，チーム a が今後引き分けることなく，かつ m 個のうちのいずれかの基準でチーム a より上位の成績を持つチームが k 個存在するという制約条件のもとで，チーム a の今後の勝数 $\sum_{j \in L} x_{aj}$ の最大値 $\bar{z}$ を求めることにより得られる（この最大化問題に許容解がなければ既に第 k 位以上が確定していることになるし，$\bar{z}$ が残り試合数と等しければ今後全勝しても第 $k+1$ 位以下の可能性があることになり，そうでなければ第 k 位クリンチナンバーは $\bar{z}+1$ となる）．最大値を与えるシナリオ $\bar{x} \in X$ は一般に唯一ではないが，最適解自体は以下の枠組では不要である．ここで注意すべきことは，m 個のコンポーネントのうち最初の $m-1$ 個の順位判定は等号なし（$<$）であり，最後の m 番目のみが等号つき（$\le$）の順位判定となることである．

例えば 2016 年に始まった男子プロバスケットボールの B.LEAGUE では，①勝率（勝数）→②当該クラブ間勝率（当該クラブ間 1 試合平均勝数）→③当該クラブ間得失点差 → ④当該クラブ間 1 試合平均得点 → ⑤ 得失点差 → ⑥1 試合平均得点（総得点）→ ⑦理事会が必要と判断した場合に抽選，と判定基準が続くが，この場合 $m = 2$ であり，判定基準② に関して同成績であっても③以降の基準により順位が変わる可能性が残っているため，クラブ a にとってより都合の悪い状況を想定するという意味で②に対する順位判定は等号つきである必要がある．

(2) 整数計画モデル

解くべき整数計画問題の最も簡単な例として，B.LEAGUE 各地区の第 k 位クリンチナンバーを求める最大化問題は概念的に以下のように書ける（D_ℓ はリーグ L を構成する地区 ℓ，n_ℓ はそのクラブ数，M はシーズン中に各クラブが戦う試合数を表し，$a \in D_\ell$ とする）．

$$
\max_{\substack{x \in X \\ \alpha,\beta,\lambda \in \{0,1\}^{n_\ell}}} \quad \sum_{j \in L} x_{aj}
$$

$$
\text{subject to} \quad \boxed{\sum_{j \in L}(w_{aj}+x_{aj}) \le \sum_{j \in L}(w_{ij}+x_{ij}) + (M+1)\,\alpha_i - 1 \quad (\forall i \in D_\ell)}
$$

$$
\boxed{
\begin{aligned}
&\left| \sum_{j \in L}(w_{aj}+x_{aj}) - \sum_{j \in L}(w_{ij}+x_{ij}) \right| \le M\lambda_i \quad (\forall i \in D_\ell) \\
&\left| \sum_{j \in L}(w_{aj}+x_{aj}) - \sum_{j \in L}(w_{ij}+x_{ij}) \right| \ge \lambda_i \quad (\forall i \in D_\ell) \\
&\frac{\displaystyle\sum_{j \in D_\ell}(w_{aj}+x_{aj})(1-\lambda_j)}{\displaystyle\sum_{j \in D_\ell}(w_{aj}+w_{ja}+g_{aj})(1-\lambda_j)} \le \frac{\displaystyle\sum_{j \in D_\ell}(w_{ij}+x_{ij})(1-\lambda_j)}{\displaystyle\sum_{j \in D_\ell}(w_{ij}+w_{ji}+g_{ij})(1-\lambda_j)} + \beta_i \qquad (\forall i \in D_\ell) \\
&\lambda_i \le \beta_i \quad (\forall i \in D_\ell), \quad \beta_a = 1
\end{aligned}
}
$$

$$
\sum_{i \in D_\ell} \alpha_i + \sum_{i \in D_\ell} \beta_i = 2n_\ell - k
$$

(3) 上下界の多層構造の活用

上記のように構成された整数計画モデルは当該チーム間成績が絡む場合などには非線形となり，汎用最適化パッケージを用いて直接解くことは，以下の実装で示すように必ずしも容易でない．そこで，最大目的関数値の上界と下界をうまく利用することを考える．図1のように，$m-1$ 番目までの順位判定のうちいずれか一つの不等号（$<$）を等号つき（$\le$）に変えることにより $m-1$ 個のレベルの上界が得られ，また，1 番目を除く順位判定をそれ以降を含めて取り去る（すなわち順位判定を途中で打ち切る）ことにより $m-1$ 個のレベルの下界が得られる．さらに，m 番目の順位判定を等号なし（$<$）に変えて得られる，よりタイトな下界を用いることにより，得失点差など勝敗数以外の要素に基づく $m+1$ 番目以降の判定基準を考慮する必要性の有無も判定することができる．

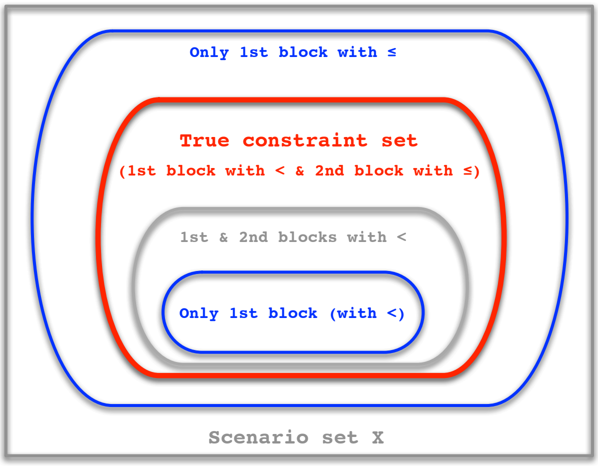
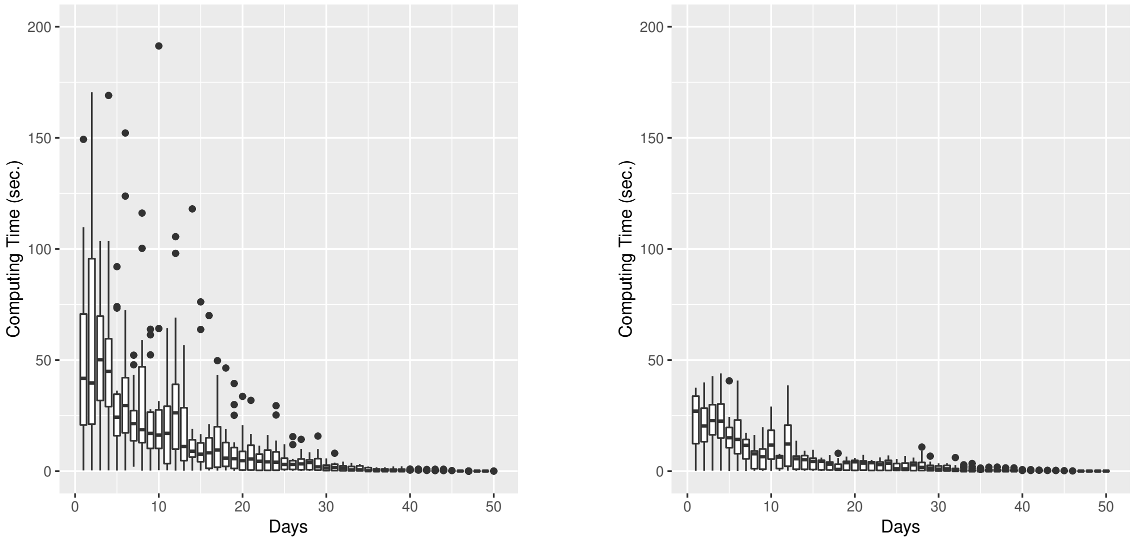


図 1　シナリオ集合から見た上下界の多層構造

(4) 実装例 1: B.LEAGUE（ワイルドカード方式）

B.LEAGUE は B1〜B3 からなる 3 部制をとっている．引分がなく勝数方式であるが，チーム間の割当試合数が一様ではないことにより，勝数ではなく勝率（1 試合平均勝数）と呼ばれる．既に (1) で述べたように本質的に 2 つの順位判定基準のみ考慮すればよいため，本研究における研究対象として，また同じく求解の難易度に影響を及ぼすワイルドカード方式の確認にも適している．それぞれ 3 地区からなる上位 2 リーグ（B1 および B2）の 7 つの指標に対して，数理モデルの構築とアルゴリズムの検討を行った[学会発表 2), 雑誌論文 3)]．これらの指標のうち，ワイルドカードが絡み求解が最も難しい B1 チャンピオンシップ・トーナメント進出のエリミネーションナンバーについて，2016–2017 シーズン第 15 節以降の 50 日分の勝敗記録に対して数値実験を行った結果を図 2 に示す．全 18 クラブのエリミネーション数を計算するのに要した個々の時間を一日単位で箱ひげ図にプロット（四分位点から 1.5 IQR を超える外れ値を点で表示）しているが，上下界の情報を使わずに解いた場合（左図）と比較して，これを活用した場合（右図）は，極めて時間がかかるケースを抑えることにより平均計算時間を短縮することに成功している．



(a) Results from scratch　　(b) Results with using upper and lower bounds

図 2　B1 チャンピオンシップ・トーナメント進出エリミネーションナンバーの計算時間 (2016–2017)

(5) 実装例 2: CPBL（2 シーズン制の勝率方式）

台湾のプロ野球リーグ CPBL は現在 4 チームによる 2 シーズン制をとっており，勝率方式での各シーズンの勝者と両シーズン通算勝者がプレーオフ出場権を持つが，両シーズンの勝者が同じである場合，通算最下位以外の 3 チームがプレーオフに出場できるという規則がある．2017 年の後期シーズンにおいては，前期の勝者である Lamigo モンキーズが統一ライオンズと激しい優勝争いをしていたため，通算第 3 位が確定していた中信ブラザーズのプレーオフ出場が決まったのは最終日であった（図 3）．統一ライオンズはこの 12 日前にプレーオフ出場が確定している．なお，図 3 ではクリンチナンバーと比較するため，エリミネーションナンバーを最小敗数ではなく最大勝数としてプロットしている．一連の数値実験により，勝率に起因する非線形性よりも複数の判定基準の存在（とこれに起因する非線形性）の方が求解の難易度により影響を与えることも確認された[学会発表 1)]．

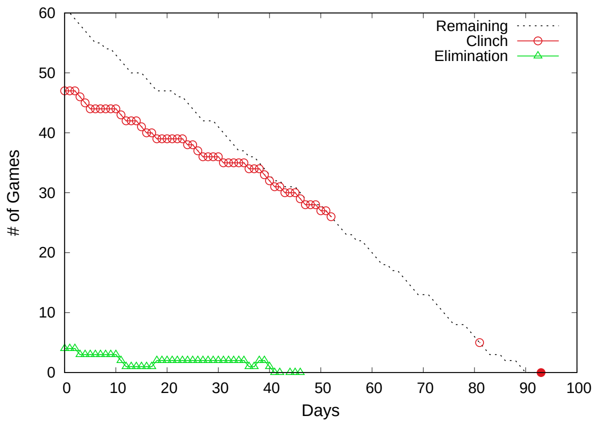


図 3　CPBL 中信ブラザーズのプレーオフ出場 (2017)

以上の実装を通して，複数の順位判定基準のもとでのクリンチ／エリミネーション数の高速計算の可能性，そしてワイルドカード方式を含む多様な判定基準のコンポーネント化による汎用的な枠組の開発の双方について見通しが得られたと考えている．

５．主な発表論文等

〔雑誌論文〕（計 5 件）

1) S. Ito and Y. Shinano, “Calculation of clinch and elimination numbers for sports leagues with multiple tiebreaking criteria,” *Optimizatin: Modeling and Algorithms*, The Institute of Statistical Mathematics, vol. 31, pp. 149–195, 2019, 査読無

2) S. Ito, Y. Shinano and C.-H. Wu, “Calculation of clinch and elimination numbers in league sports based on integer programming,” *Book of Abstracts of the 2019 ISI-ISM-ISSAS Joint Conference*, 2019, 査読無, http://www3.stat.sinica.edu.tw/2016issas/abstracts/Program_book.pdf

3) S. Ito and Y. Shinano, "Calculation of clinch and elimination numbers for sports leagues with multiple tiebreaking criteria," *ZIB-Report,* 18-51, 2018, 査読無, urn:nbn:de:0297-zib-70591

4) 伊藤 聡, "汎用最適化パッケージによるクリンチ／エリミネーションナンバーの計算," 統計数理研究所学術研究リポジトリ, 2018, 査読無, http://hdl.handle.net/10787/00033775

5) S. Ito and Y. Shinano, "Nonlinear integer programming formulations for calculating clinch/elimination numbers in league sports," *Abstracts of the 2nd ISM-ZIB-IMI MODAL Workshop on Mathematical Optimization and Data Analysis*, pp. 1–2, 2017, 査読無, http://optimizationworkshop2017.zib.de/material/abstracts_booklet.pdf

〔学会発表〕（計 5 件）

1) S. Ito, Y. Shinano and C.-H. Wu, "Calculation of clinch and elimination numbers in league sports based on integer programming," The 2019 ISI-ISM-ISSAS Joint Conference, 2019.1.19, 台湾中央研究院統計科學研究所, http://www3.stat.sinica.edu.tw/2019ISSAS/

2) 伊藤 聡, 品野勇治, "B.LEAGUE におけるクリンチナンバー等の算出," 統計数理研究所共同研究集会 29-共研-5013「最適化：モデリングとアルゴリズム」, 2018.3.29, 政策研究大学院大学, http://www3.grips.ac.jp/t̃suchiya/sympo/shukai17/sympo2018program180312.pdf

3) 伊藤 聡, "非線形整数計画法によるクリンチ／エリミネーションナンバーの計算," 組合せ最適化講演会, 2017.10.6, 広島大学, https://www.hiroshima-u.ac.jp/eng/news/41422

4) S. Ito, "Nonlinear integer programming formulations for calculating clinch/elimination numbers in league sports", 第 39 回統計的機械学習セミナー, 2017.10.3, 統計数理研究所, https://www.ism.ac.jp/events/2017/meeting1003.html

5) S. Ito and Y. Shinano, "Nonlinear integer programming formulations for calculating clinch/elimination numbers in league sports," The 2nd ISM-ZIB-IMI MODAL Workshop on Mathematical Optimization and Data Analysis, 2017.9.22, Zuse Institute Berlin, http://optimizationworkshop2017.zib.de

〔図書〕（計 0 件）

〔産業財産権〕

○出願状況（計 0 件）

○取得状況（計 1 件）

名称：演算装置及び演算方法
発明者：伊藤 聡, 大場信之介
権利者：大学共同利用機関法人情報・システム研究機構, 一般社団法人共同通信社
種類：特許権
番号：第 6042916 号
取得年：2016
国内外の別：国内

〔その他〕ホームページ等

1) 多層整数計画に基づくクリンチ／エリミネーションナンバーの計算, 2019.6, https://www.ism.ac.jp/ism_info_j/labo/project/144.html

2) 伊藤 聡, "汎用最適化パッケージによるクリンチ／エリミネーションナンバーの計算," 統計数理研究所 75 周年記念 研究業績紹介, pp. 87–88, 2019.6, https://www.ism.ac.jp/events/ism75/memorial_publication.html

６．研究組織

(1) 研究分担者
なし

(2) 研究協力者
研究協力者氏名：品野勇治
ローマ字氏名：SHINANO Yuji