

平成 30 年 5 月 15 日現在

機関番号：30107

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K03546

研究課題名(和文) 将来の出来事の発生確率がわからない場合の非完備市場における取引の研究

研究課題名(英文) Incomplete market structure with model uncertainty

研究代表者

吉川 大介(Daisuke, Yoshikawa)

北海学園大学・経営学部・准教授

研究者番号：90735424

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,400,000円

研究成果の概要(和文)：金融資産の将来の分布が不明な中で条件付き請求権の市場構造を明らかにした。すなわち、損失に対する引き当てを行わない投資家が市場に参加できないこと、条件付き請求権の価格は買い手の増加によって高まるが、買い手と売り手の割合は取引量に影響を及ぼさないことなどを明らかにした。

また、取引費用が存在する中でマーケット・メーカーと投資家がそれぞれ最適な行動をとるとき、市場変動にかかわらず、マーケット・メーカーの収益が安定するように取引費用が決まるなど、原資産市場の特徴を明らかにした。

さらに情報の不完全な中での研究の応用として、原資産の従う確率が不確実な中での最適なペアーズ・トレーディング手法を導出した。

研究成果の概要(英文)：We considered the financial market structure of contingent claims when the probability distribution of asset prices is given in incomplete form. Then, the following results are derived. First, if investors do not set the risk limit, then they do not participate the market. Second, the number of buyer of contingent claims increasing, the price of them increases. Third, the ratio of the number of buyer and seller does not affect the trading volume of contingent claims. We further clarified the market structure of underlying assets; i.e., when investors and market makers optimize their utilities in models with transaction costs, the transaction costs are determined such that the profit of market makers will be stable, even if the market parameters is fluctuated.

As an application of the above research, we also derived the optimal pairs trading strategy of investors confronting the model uncertainty.

研究分野：金融・ファイナンス

キーワード：不確実性 モデル・リスク 市場の摩擦 非完備市場 条件付き請求権

1. 研究開始当初の背景

例えば取引費用や取引量に関する制約といった証券取引において通常観察される阻害要因により、条件付き請求権の価格は一意に決まらないことが知られている。こうした中で条件付き請求権の価格をどのように決めるのかは様々な考え方がありうるが、効用無差別価格と言われる投資家にとって許容可能な条件付き請求権の最大の買い価格（あるいは最小の売り価格）を考え、すべての投資家が効用無差別価格より望ましい価格のみオファーするとして条件付き請求権の市場価格を導出するという考えもその一つであろう。

こうした考えは[1]により提案されたが、同時に[1]は取引の阻害要因が単に原資産の取引制約にのみにより与えられ、かつ投資家の効用関数が指数型の場合、条件付き請求権は取引されず市場自体が消滅することも示した。しかし、原資産の取引に費用がかかる場合[2]や投資家が将来の出来事の確率について正確に推定できない場合[3]には、条件付き請求権の市場は存在しうることも示されている。ただし、これらの研究は単に市場が存在することを示しただけで、市場の具体的な構造までには明らかにしていない。

2. 研究の目的

本研究は、将来の出来事が生じる確率について投資家が必ずしも正確に推定できないとき、条件付き請求権がどういった価格でどれだけ取引されるかを、理論的に明らかにしようとするものである。

具体的には以下のテーマ(a)(b)(c)に沿って順次モデルを拡張しつつ、研究を進める。

(a)投資家のタイプを分類し、各タイプの条件付き請求権の需要（供給）曲線を明らかにして、取引量を明らかにする。

(b)一般の効用関数へとモデルを拡張し、(a)同様に取引量を求める。

(c)条件付き請求権の原資産が必ずしも効率的に取引されない場合も考慮に入れ、原資産市場の参加者がどのような行動をとるのか分析し、市場構造を明らかにする。

これにより、条件付き請求権の市場において、様々なタイプの投資家が市場にどれだけ存在するか、そしてそうした投資家の存在が市場にどのような影響を及ぼすかを明らかにできる。

3. 研究の方法

条件付き請求権市場の構造を明らかにするため、下記の3つのテーマに従って、平成27年度から29年度の3年にわたり、段階的に理論モデルの拡張をおこなっていくこととした。

(1) 投資家のタイプを3つに分類し、各

タイプごとに条件付き請求権の価格と取引量の最適な組み合わせを求める。そのうえで、各タイプの分布と、市場で取引される条件付き請求権の数量の関係を明らかにする。

(2) 効用関数を凹型で Inada 条件を満たすようなより一般の効用関数へと拡張した上で、投資家のタイプの分布と条件付き請求権の取引量の関係を明らかにする。

(3) 条件付き請求権のみならず、その原資産の均衡を同時に分析する。特に取引費用が存在する場合の市場参加者の行動や、情報が不完全な中での投資家の最適な行動などに焦点を当てた分析を行う。

4. 研究成果

まず、投資家のタイプを(i)金融資産の将来の分布について十分な情報を持っている投資家、(ii)金融資産の将来の分布についての情報は不十分だが、その見通しは比較的楽観的であり、リスクに備えた引き当てが少ない、(iii)将来分布についての情報が不十分であるため、将来の見通しを可能な限り悲観的に推定し、リスク事象の発生に対して十分な引き当てを行う、と三つに分類したうえで、条件付き請求権の取引がどのように行われるか分析した。

その結果、タイプ(ii)の投資家は条件付き請求権市場になんらのインパクトも及ぼさないこと、すなわちこのタイプの投資家は条件付き請求権の売買に参加しないことがわかった。従って、当該市場はタイプ(i)とタイプ(iii)の投資家によって形成されることを証明できた。

さらに、タイプ(i)の投資家のリスクに対する感応度の低下や、タイプ(iii)の投資家の初期資産の増加といった変化により条件付き請求権の取引量が活発化することを明らかにした。

この結果は "Analyzing Equilibrium in Incomplete Markets with Model Uncertainty" として論文にまとめ、International Review of Finance に掲載された。

ただし、ここまでの研究では投資家の選好のタイプを指数効用に限定していたので、これをより一般の凹関数で Inada 条件を満たすものに拡張して議論を展開した。そして、指数関数の場合と同様に、金融資産の将来分布についての情報が不十分かつ引き当ても不十分であるような投資家（上記のタイプ(ii)）は条件付き請求権市場に参加できないことを明らかにした。

具体的には、上記したタイプ(i)の投資家をさらに、情報を十分にもち、かつ引き当てを行う投資家と引き当てを行わない投資家へとより詳細に分類し、これと情報をもたず引き当ても行わないタイプ(ii)の投資家、そ

して情報を持たない代わりに引き当てをおこなうタイプ(iii)の投資家のそれぞれがどのような価格を市場にオファーするかを分析した。

その結果、市場がタイプ(ii)を除く3つのタイプの投資家によって構成されることを示すとともに、以下のような結果を導き出した。

市場における買い手に対する売り手の割合の増加が派生証券価格を増加させる。

市場における買い手と売り手の割合は市場における派生証券の取引量にはなんらの影響も及ぼさない。

すなわち、 $\frac{b}{s}$ のような直観に合致する結果だけでなく、 $\frac{b}{s}$ のような興味深い結果も得られた。

また、こうした結果は原資産が連続セミマルチンゲールに従う、という一般的な設定のもとで導出されたが、これをより具体的なモデルである、確率ボラティリティにも応用し、上記の $\frac{b}{s}$ が確かに成り立つことを数値計算例においても示した (Figure 1)。

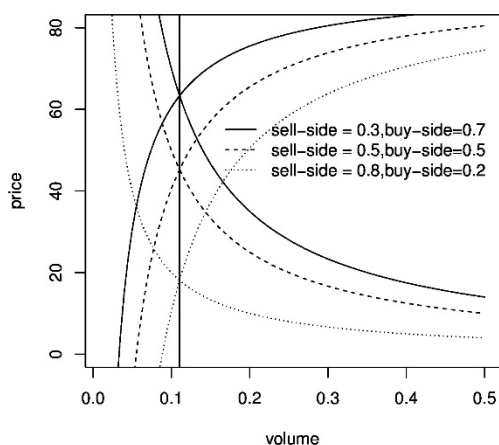


Figure 1 買い手と売り手の数の比率に対する条件付き請求権の価格と取引量

こうした成果は 2016 年に開催された Vienna Congress on Mathematical Finance で発表し、一定のフィードバックを得たうえで、"On the market structure with random endowments in models with uncertainty"として論文にまとめ、現在は学術誌に投稿中である。

また、研究の最終年度である 2017 年度には、こうした派生証券市場の構造に関する研究を進めるとともに、原資産市場の研究にも注力した。

一つは原資産市場の摩擦に関する研究である。これは投資家とマーケット・メーカーが存在する市場構造を考えるものである。すなわち、マーケット・メーカーの収益源を取引費用とし、投資家もマーケット・メーカー

も最適な行動をとるとき最適な取引費用がどのような水準になるかを考察することで原資産市場の構造を明らかにした。

より具体的には投資家はマーケット・メーカーの提示する取引費用を所与として最適な投資戦略を採用するのだが、同時にマーケット・メーカーも投資家の行動をもとにして自分たちの収益を最大化するような取引費用を提示する、という問題を考えた。

こうしたゲーム理論的なモデルを考察し、取引費用をキーにして原資産市場の構造を明らかにした。たとえば、原資産のボラティリティや収益率などの変動によって最適な取引費用も変動するのだが、このような変動にかかわらずマーケット・メーカーの収益は比較的安定するように取引費用が提示されることが観察されるなど、興味深い市場構造が明らかになった。

こうした成果は "A note on market structure with transaction costs"として 2018 年 6 月から 7 月にかけてポルトガルで開催される IFABS2018 コンファレンスで公表予定である。

さらに、情報の不完全な中での投資家の行動の研究の応用として、(派生証券ではなく)原資産の運用手法の研究も行った。特に原資産の従う確率分布が不確実な中での最適なペアーズ・トレーディングの手法を導出した。

ペアーズ・トレーディングとは二つの資産を適切な組み合わせで保有することで、ペアの価値に平均回帰性をもたせ、回帰水準から離れたときにポジションを組み、ペアが回帰水準に戻ったときにポジションを解消することで利益を確定する投資手法である。

このペアーズ・トレーディングは 80 年代から盛んに用いられた手法であるが、実は時に大きな損失を生み出すことも知られている。その理由は様々であるが、一つには前提としているペアの価値に関するモデルを誤って推定したため、とも考えられている。そうした意味では、ペアーズ・トレーディングもまた将来の出来事の発生確率がわからないという問題に直面しているのである。

そこで、将来の出来事の発生確率がわからないことを前提にして、従来のペアーズ・トレーディングの手法の改良を試みた。この研究成果は "An entropic approach for pair trading"として Entropy 誌に掲載された。

<引用文献>

[1] M.H.A. Davis and D. Yoshikawa, "An Equilibrium Approach to Indifference Pricing with Model Uncertainty", with Mark H.A. Davis, In M. Kijima, Y. Muromachi, and T. Shibata (Eds.), Recent Advances in Financial Engineering (2016), pp.29-56. World Scientific.

[2] M.H.A. Davis and D. Yoshikawa, "A Note

on Utility-based pricing in models with transaction costs”, Mathematics and Financial Economics (2015), Vol. 17, No.3, pp.231-245.

[3] M.H.A. Davis and D. Yoshikawa, “A Note on Utility-based pricing”, Mathematics and Financial Economics (2015), Vol. 17, No.3, pp.215-230.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計 2 件)

Daisuke Yoshikawa, “An entropic approach for pair trading”, Entropy, 査読有, Vol. 19, 2017, pp. 320
DOI: 10.3390/e19070320

Daisuke Yoshikawa, “Analyzing Equilibrium in Incomplete Markets with Model Uncertainty”, International Review of Finance, 査読有, Vol.17, 2017, pp. 235-262
DOI: 10.1111/irfi.12119

〔学会発表〕(計 1 件)

Daisuke Yoshikawa, “On the Market of Contingent Claims in Models with Uncertainty”, Vienna Congress on Mathematical Finance - VCMF 2016 (国際学会), 2016/9/12-9/14, Vienna, Austria

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1)研究代表者
吉川 大介 (YOSHIKAWA, Daisuke)
北海学園大学・経営学部・准教授
研究者番号：90735424

(2)研究分担者
()

研究者番号：

(3)連携研究者
()

研究者番号：

(4)研究協力者
()