

平成 30 年 6 月 6 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K04780

研究課題名(和文) 数論的基本群に関わる双曲的代数曲線の数論の研究

研究課題名(英文) Arithmetic of hyperbolic algebraic curves related to arithmetic fundamental groups

研究代表者

星 裕一郎 (Hoshi, Yuichiro)

京都大学・数理解析研究所・准教授

研究者番号：50456761

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,900,000円

研究成果の概要(和文)：(1)標数 p の射影的雙曲的曲線の上の階数 $p-1$ の休眠乍の一意性を証明した。(2)絶対不分岐底上安定還元を持つ代数曲線の等分点に関する研究を行った。(3)対数的スキームのある圏論的表示を得た。(4)局所体の同型類の圏論的特徴付けの研究を行った。(5) p 進局所体上の通常曲線に対する副 p 良還元判定法を確立した。(6)付加構造付き楕円曲線のモジュライ空間に対する遠アーベル予想を解決した。(7)組み合わせ論的遠アーベル幾何学を発展させた。(8)巾零通常固有束の超特異因子の特徴付けを与えた。(9)Riemann面上の射影構造に関する理論の正標数版を確立した。(10)局所体の遠アーベル幾何学の研究を行った。

研究成果の概要(英文)：(1) I proved uniqueness of dormant opers of rank $p-1$ on a projective hyperbolic curves in characteristic p . (2) I studied torsion points on algebraic curves that have good reduction over absolutely unramified bases. (3) I obtained a certain categorical representation of log schemes. (4) I obtained categorical characterizations of isomorphism classes of local fields. (5) I established a pro- p criterion for good reduction of ordinary curves. (6) I solved the anabelian conjecture for moduli spaces of elliptic curves equipped with additional data. (7) I developed combinatorial anabelian geometry. (8) I gave a characterization of supersingular divisors of nilpotent ordinary indigenous bundles. (9) I established a certain positive characteristic analogue of theory of projective structures on Riemann surfaces. (10) I studied the anabelian geometry of local fields.

研究分野：数物系科学

キーワード：双曲的代数曲線 数論的基本群 遠アーベル幾何学 p 進Teichmüller理論 休眠乍 等分点 巾零通常固有束 射影構造

1. 研究開始当初の背景

アーベル多様体、特に、楕円曲線の研究は、数論幾何学の中心的テーマであり、これまでも非常に盛んに研究が行われてきた。一方、本研究の主要な対象である、種数が 2 以上の射影的代数曲線などといった、双曲的な代数曲線の数論幾何学の研究は、これまであまり熱心には行われてこなかった。特に、本研究の主要な対象である「双曲的代数曲線に関連する高次元代数多様体に対する遠アーベル幾何学」や「双曲的代数曲線に対する双曲的通常性の理論」などといった双曲的代数曲線に特有の数論幾何学には、非常に数少ない先行研究しか存在しないという状況であった。

2. 研究の目的

本研究の大きな目的は、双曲的代数曲線やそれから派生する代数多様体の数論を、その数論的基本群の純群論的性質によって理解することである。より具体的には、これまでの本研究者による研究の自然な延長線上にある 3 つのテーマ「遠アーベル幾何学の更なる発展」、「 p 進 Teichmüller 理論に登場する様々な概念の明示的表示を目標とした研究」、「遠アーベル幾何学の数論への応用」をその軸として、双曲的代数曲線に関わる数論の研究を行う。上記の研究を相互的に行うことで、数論的基本群に反映される双曲的代数曲線の数論幾何学の理解をより深めることが、本研究の目的である。

3. 研究の方法

これまでに行われてきた研究で得られた知見をもとに、双曲的代数曲線の幾何学に自然にあらわれる非可換性・非線形性を本質的に用いるという方法によって、研究を行う。

4. 研究成果

(1) 標数 p の射影的代数曲線の上の階数 $p-1$ の休眠乍の一意性を証明した。これは、以前に行った標数 3 の射影的代数曲線に対する双曲的通常性の研究の出発点であった、標数 3 における休眠固有束の一意性の一般化である。(2) 絶対不分岐底上安定還元を持つ代数曲線の等分点の分岐の研究を行い、分岐等分点を持つそのような曲線の幾何学に関する結果を得た。特に、絶対不分岐底上良還元を持つ代数曲線の等分点の分岐に関する Coleman による予想の部分的解決を与えた。(3) 与えられた対数的スキームが、その上の対数的スキームたちのなす圏によって復元されるという望月新一氏の結果の別証明を、中山能力氏との共同研究によって得た。(4) 局所体の同型類のある圏論的特徴付けを得た。(5) p 進局所体上の射影的代数曲線の副 p 絶対遠アーベル幾何学を発展させた。そして、その一つの帰結として、通常射影的代数曲線に対する副 p 純群論的良還元判定法を与えた。(6)

以前に行った多重双曲的曲線に対する遠アーベル予想の研究の応用の一つとして、木下亮氏と中山能力氏との共同研究により、付加構造付き楕円曲線のモジュライ空間に対する遠アーベル予想を解決した。(7) 南出新氏と望月新一氏との共同研究によって、配置空間群に関わる組み合わせ論的遠アーベル幾何学を発展させた。特に、Grothendieck-Teichmüller 群に対する簡明な純群論的特徴付けを与えた。(8) 正標数代数的閉体上の双曲的代数曲線の上の巾零許容固有束や巾零通常固有束の超特異因子の特徴付けを与えた。そして、その帰結として、基礎体の標数、曲線の種数や無限遠因子の次数といった値が小さい場合の、双曲的代数曲線の双曲的通常性に関する予想を解決した。(9) 古典的な Riemann 面の理論における正則座標、射影構造、固有束という概念の間の自然な関連の正標数版として、擬座標、Frobenius 的射影構造、Frobenius 的固有構造という概念を定義して、それらの間の自然な関連を確立した。そして、この関連の応用として、標数 2 の射影的代数曲線上のある安定束の存在を証明した。(10) p 進局所体の遠アーベル幾何学に関する様々な話題の研究、特に、単遠アーベル的復元アルゴリズムの研究を行った。より具体的には、「整数環という正則的整構造と対数殻という単解的整構造の差の計算」、「それぞれ乗法的、加法的な設定における p 進付値の単遠アーベル的復元アルゴリズムの確立」、「MLF 型群の間の開準同型射の研究」、「絶対アーベルな p 進局所体に関連する単遠アーベル的復元アルゴリズムの確立」、「絶対次数が 1 である p 進局所体に関連する単遠アーベル的復元アルゴリズムの確立」、「Galois 特定可能な p 進局所体に関連する単遠アーベル的復元アルゴリズムの確立」、「 p 進局所体の絶対 Galois 群の外部自己同型群の研究」を行った。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 11 件)

1: Yuichiro Hoshi, On the kernels of the pro- l outer Galois representations associated to hyperbolic curves over number fields, *Osaka Journal of Mathematics*, 査読有, 52 巻, 2015, 647-677.

2: Yuichiro Hoshi, Nilpotent admissible indigenous bundles via Cartier operators in characteristic three, *Kodai Mathematical Journal*, 査読有, 38 巻, 2015, 690-731.

3: Yuichiro Hoshi, Finiteness of the moderate rational points of once-punctured elliptic curves, Hokkaido Mathematical Journal, 査読有, 45 巻, 2016, 271-291.

4: Yuichiro Hoshi and Chikara Nakayama, Categorical characterization of strict morphisms of fs log schemes, Mathematical Journal of Okayama University, 査読有, 59 巻, 2017, 1-19.

5: Yuichiro Hoshi, On the Grothendieck conjecture for affine hyperbolic curves over Kummer-faithful fields, Kyushu Journal of Mathematics, 査読有, 71 巻, 2017, 1-29.

6: Yuichiro Hoshi, On ramified torsion points on a curve with stable reduction over an absolutely unramified base, Osaka Journal of Mathematics, 査読有, 54 巻, 2017, 767-787.

7: Yuichiro Hoshi, Ryo Kinoshita, and Chikara Nakayama, The Grothendieck conjecture for the moduli spaces of hyperbolic curves of genus one, Kodai Mathematical Journal, 査読有, 40 巻, 2017, 625-637.

8: Yuichiro Hoshi and Yu Iijima, The pro- l outer Galois actions associated to modular curves of prime power level, Journal de Theorie des Nombres de Bordeaux, 査読有, 掲載確定.

9: Yuichiro Hoshi, A note on dormant opers of rank $p-1$ in characteristic p , Nagoya Mathematical Journal, 査読有, 掲載確定.

10: Yuichiro Hoshi, Two categorical characterizations of local fields, Hiroshima Mathematical Journal, 査読有, 掲載確定.

11: Yuichiro Hoshi, On the supersingular divisors of nilpotent admissible indigenous bundles, Kodai Mathematical Journal, 査読有, 掲載確定.

[学会発表](計 22 件)

1: Yuichiro Hoshi, Classical p -adic Teichmüller theory in characteristic three, AMS Summer Institute in Algebraic Geometry (招待講演)(国際学会), 2015.

2: Yuichiro Hoshi, 宇宙際 Teichmüller 理論入門 I, 代数的整数論とその周辺

2015(招待講演), 2015.

3: Yuichiro Hoshi, 宇宙際 Teichmüller 理論入門 II, 代数的整数論とその周辺 2015(招待講演), 2015.

4: Yuichiro Hoshi, 宇宙際 Teichmüller 理論入門 III, 代数的整数論とその周辺 2015(招待講演), 2015.

5: Yuichiro Hoshi, An Approximate Statement of the Main Theorem of Inter-universal Teichmüller Theory, Workshop on IUT theory of Shinichi Mochizuki, (招待講演)(国際学会), 2015.

6: Yuichiro Hoshi, Mono-anabelian Transport, Workshop on IUT theory of Shinichi Mochizuki, (招待講演)(国際学会), 2015.

7: Yuichiro Hoshi, Hodge-Arakelov-theoretic Evaluation I, Workshop on IUT theory of Shinichi Mochizuki, (招待講演)(国際学会), 2015.

8: Yuichiro Hoshi, Hodge-Arakelov-theoretic Evaluation II, Workshop on IUT theory of Shinichi Mochizuki, (招待講演)(国際学会), 2015.

9: Yuichiro Hoshi, 絶対不分岐底上に安定還元を持つ曲線の等分点について, 大阪大学整数論&保型形式セミナー, 2016.

10: Yuichiro Hoshi, Introduction to Mono-anabelian Geometry I, Fundamental groups in arithmetic geometry - Paris 2016 (招待講演)(国際学会), 2016.

11: Yuichiro Hoshi, Introduction to Mono-anabelian Geometry II, Fundamental groups in arithmetic geometry - Paris 2016 (招待講演)(国際学会), 2016.

12: Yuichiro Hoshi, [IUTch-III-IV] from the point of view of mono-anabelian transport I, Inter-universal Teichmüller Theory Summit 2016 (招待講演)(国際学会), 2016.

13: Yuichiro Hoshi, [IUTch-III-IV] from the point of view of mono-anabelian transport II, Inter-universal Teichmüller Theory Summit 2016 (招待講演)(国際学会), 2016.

14: Yuichiro Hoshi, [IUTch-III-IV] from the point of view of mono-anabelian transport III, Inter-universal

Teichmuller Theory Summit 2016 (招待講演)(国際学会), 2016.

15: Yuichiro Hoshi, [IUTch-III-IV] from the point of view of mono-anabelian transport IV, Inter-universal Teichmuller Theory Summit 2016 (招待講演)(国際学会), 2016.

16: Yuichiro Hoshi, A pro-p group-theoretic criterion for good reduction of ordinary proper hyperbolic curves, 2017 East Asian Core Doctorial Forum on Mathematics (招待講演)(国際学会), 2017.

17: Yuichiro Hoshi, 冪零許容固有束の超特異因子について, 広島大学代数学セミナー, 2017.

18: Yuichiro Hoshi, 冪零許容固有束の超特異因子について, 東工大 数論・幾何学セミナー, 2017.

19: Yuichiro Hoshi, A simple purely group-theoretic characterization of the Grothendieck-Teichmuller group, Nilpotent Fundamental Groups (招待講演)(国際学会), 2017.

20: Yuichiro Hoshi, On torsion points on a curve with good reduction over an absolutely unramified base, Oberseminar Algebra und Geometrie, 2017.

21: Yuichiro Hoshi, A pro-p group-theoretic criterion for good reduction of ordinary proper hyperbolic curves, the 7th East Asia Number Theory Conference (招待講演)(国際学会), 2018.

22: Yuichiro Hoshi, ある p 進局所体の絶対 Galois 群の外部自己同型群における体論的部分群の非正規性, 東工大 数論・幾何学セミナー, 2018.

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~yuichiro/index.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

星 裕一郎(HOSHI, Yuichiro)

京都大学・数理解析研究所・准教授

研究者番号: 50456761