

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 30 年 5 月 30 日現在

機関番号：12102

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K04891

研究課題名(和文) 特異点の計算複素解析と代数解析アルゴリズム

研究課題名(英文) Computational complex analysis and algebraic analysis of singularities

研究代表者

田島 慎一 (Tajima, Shinichi)

筑波大学・数理物質系・教授

研究者番号：70155076

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,500,000円

研究成果の概要(和文)：代数解析の理論と計算代数の手法に基づくことで、複素解析的な特異点の研究を行った。主な研究成果は、(i)収束冪級数環における拡張イデアルメンバーシップ問題を扱うアルゴリズム、(ii)収束冪級数環におけるintegral numberとintegral dependence relationの一般化およびそれらを求めるアルゴリズム、(iii)対数的ベクトル場と Bruce-Roberts Milnor数を求めるアルゴリズム、(iv)超曲面に付随するホロノミーD-加群を求めるアルゴリズムとその応用、(v) generic Le number を求めるアルゴリズム等の導出・開発である。

研究成果の概要(英文)：Based on the theory of algebraic analysis and computer algebra, complex analytic aspects of singularities are considered. Main results of our study are (i) an extended ideal membership algorithm in a ring of convergent power series, (ii) algorithms for computing integral numbers, and generalized integral dependence relations of an ideal in a local ring, (iii) algorithms for computing logarithmic vector fields and Bruce-Roberts Milnor numbers, (iv) an algorithm for computing b-functions and relevant holonomic D-modules associated to a hypersurface, (v) an algorithm for computing generic Le numbers.

研究分野：解析学基礎

キーワード：複素解析 代数解析 特異点 アルゴリズム

1. 研究開始当初の背景

複素解析学には、代数解析の観点から研究を行うことが望まれる現象や未解決問題が多くある。特に、特異点の複素解析的諸性質の解明には、ホロノミーD-加群の理論が有効である。これら未解決問題の研究を行うためには、既存の理論や手法の枠を超え、新たな研究の枠組みを構築し、研究することが重要である。

2. 研究の目的

代数解析の理論と計算機代数の手法に基づくことで、特異点の複素解析的諸性質を解析する革新的研究手法やアルゴリズムを開発する。さらに構築した研究手法を用いて、特異点および特異点に付随したD-加群の研究を行い、当該分野の未解決問題を解くことを目標とする。

3. 研究の方法

理論的な研究と数式処理による計算機実験を並行させながら特異点の研究とアルゴリズムの研究開発を行った。研究代表者と研究分担者が互いに出張し、共同で計算機実験用のアルゴリズムの考案、プログラムの試作・改良を行った。作成したプログラムを用いて計算実験を行い、得られたデータを利用して、研究代表者、分担者、連携研究者、研究協力者が共同で研究を進めた。

4. 研究成果

特異点の複素解析的諸性質を解析する際に有効なアルゴリズムの導出、改良、開発、実装に関する研究成果として

(i) スタンダード基底の項順序を変換するアルゴリズム、(ii) 収束冪級数環における拡張イデアルメンバーシップアルゴリズム、(iii) 半擬斉次孤立特異点の変形族に対し、解析的不変量である Tjurina 数, Tjurina algebra に対するパラメータ付き局所コホモロジー、パラメータ付きスタンダード基底を求めるアルゴリズム、(iv) B. Teissier が導入した equisingular な不変量  $\mu^*$  を求めるアルゴリズム、(v) 孤立特異点に対する limiting tangent spaces を求めるアルゴリズム、(vi) 収束冪級数環のイデアルに関する integral number および integral dependence relation を求めるアルゴリズム、(vii) 特異点の変形族に対し、対数的ベクトル場を求めるアルゴリズム、(viii) 超曲面の変形族に対し、b-関数およびホロノミーD-加群を求めるアルゴリズム等の構成をおこなった。これらのアルゴリズムを用いて、Bruce-Roberts Milnor 数の研究、非孤立特異点を持つ超曲面に付随する vanishing cycles の研究を進めた。また、D. Massey が導入した generic Le numbers を求める計算法を考案した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計13件)

1. K. Nabeshima, S. Tajima, Solving parametric ideal membership problems and computing integral numbers in a ring of convergent power series via Groebner systems, *Mathematics in Computer Sciences*, 査読有, in press.

2. S. Tajima, Local cohomology solutions of holonomic D-modules associated with non-isolated hypersurface singularities, *RIMS Kokyuroku Bessatsu*, 査読有, in press.

3. K. Nabeshima, S. Tajima, A new method for computing limiting tangent spaces of isolated hypersurface singularity via algebraic local cohomology, *Advanced Studies in Pure Math.*, 査読有 in press.

4. K. Nabeshima, S. Tajima, Comprehensive Grobner systems approach to b-functions of mu-constant deformations, *Saitama J. of Math.*, 査読有, 31 (2018), 115-136.

5. 伊澤毅, 鍋島克輔, 田島慎一, *Computer algebra and Bruce-Roberts Milnor number*, *京都大学数理解析研究所講究録*, 査読無, 2019 (2017), 64-79.

6. K. Nabeshima, S. Tajima, Computing  $\mu^*$ -sequences of hypersurface isolated singularities via parametric local cohomology systems, *Acta Math. Vietnamica*, 査読有, 42 (2017), 279-288.

7. K. Nabeshima, S. Tajima, Computing Tjurina stratifications of mu-constant deformations via parametric local cohomology systems, *Applicable Algebra in Engineering, Computation and Computing*, 査読有, 27 (2016), 451-467.

8. S. Tajima, Y. Umeta, Computing structure of holonomic D-modules associated with a simple line singularity, *RIMS Kokyuroku Bessatsu*, 査読有, 57 (2016), 125-140.

9. K. Nabeshima, S. Tajima, Solving extended ideal membership problems in rings of convergent power series via Grobner bases, *Lecture Notes in Computer Sci.* 査読有, 9582 (2016), 252-267.

10. 田島慎一, 鍋島克輔, Bruce-Roberts  $\mu^*$

ルナー数の計算アルゴリズム, 京都大学数理解析研究所講究録, 査読無, 1976 (2015), 91-99.

11. 鍋島克輔, 田島慎一, 偏微分作用素環での包括的グレブナ基底系とホロノミーD-加群, b-関数, 京都大学数理解析研究所講究録, 査読無, 1876 (2015), 100-116.

12. K. Nabeshima, S. Tajima, Efficient computation of algebraic local cohomology classes and change of ordering for zero-dimensional standard bases, Lecture Notes in Computer Sci. 査読有, 9301 (2015), 334-348.

13. K. Nabeshima, S. Tajima, Computing logarithmic vector fields associated with parametric semi-quasihomogeneous hypersurface isolated singularities, Proc. International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation, (2015), 291-298.

[学会発表](計16件)

1. 田島慎一, Local Euler obstructios の計算法について, 可微分写像の特異点論の局所的研究と大域的研究, 京都大学数理解析研究所, 2017年

2. 田島慎一, Local cohomology and generalized integral dependence relations w.r.t. ideals in local rings, 第39回可換環論シンポジウム, 京都大学数理解析研究所, 2017年

3. S. Tajima, A method for computing generic Le numbers associated with hypersurface non-isolated singularities, 超局所解析と漸近解析, 京都大学数理解析研究所, 2017年

4. K. Nabeshima, S. Tajima, Computing Bruce-Roberts Milnor numbers, Austrakian-Japanese Workshop on Real and Complex Singularities, Univ. of Sydney, Australia, 2017年

5. S. Tajima, A new effective algorithm for computing Grothendieck local residues, Several Complex Variables, Siberian Federal Univ. Krasnoyarsk, Russia, 2017年

6. K. Nabeshima, S. Tajima, Computing integral numbers for a parametric ideal in a ring of convergent power series via comprehensive Grobner systems, Applications of Computer Algebra, Jerusalem, Israel, 2017年

7. S. Tajima, K. Nabeshima, An

implementation of the Le -Teissier method for computing local Euler obstructions, Applications of Computer Algebra, Jerusalem, Israel, 2017年

8. K. Nabeshima, S. Tajima, Computation method for  $\mu^{\{*\}}$ -sequences of hypersurface isolated singularities, Topology of Singularity in Hanoi, VIASM, Hanoi, Vietnam, 2017年

9. 渋谷敬史, 田島慎一, マトリクス双対を用いた孤立特異点の不変量の計算, 日本数学会函数論分科会, 首都大学東京 2017年

10. K. Ohara, K. Nabeshima, S. Tajima, Comprehensive Grobner Systems for parametric Poincaré-Birkhoff-Witt ideals, Algebraic Statistics and Symbolic Computation, Research Institute of Mathematical Sciences, Kyoto, 2016年

11. K. Nabeshima, K. Ohara, S. Tajima, Comprehensive Grobner systems in rings of differential operators, holonomic D-modules and b-functions, International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation, Wilfeid Laurier Univ. Waterloo, Ontario, Canada, 2016年

12. 田島慎一, 非孤立特異点の計算複素解析と代数解析アルゴリズム, 複素解析と特異点--留数が解き明かす特異点の魅力--, Encounter with Mathematics, 中央大学, 2016年

13. S. Tajima, Limiting tangent spaces, Teissier sequences  $\mu^{\{*\}}$  and parametric local cohomology, The 6-th Japanese Australian Workshop on Real and Complex Singularities, Kagoshima, 2015年

14. K. Nabeshima, S. Tajima, Solving extended ideal membership problems in rings of convergent series via Groebner bases, Sixeth International Conference on Mathematical Aspects of Computer and Information Sciences, Zuse Institute, Berlin, 2015年

15. K. Nabeshima, S. Tajima, Efficient computation of algebraic local cohomology classes and change of ordering for zero-dimensional standard bases, Computer Algebra in Scientific Computing, Aachen University, Germany, 2015年

16. K. Nabeshima, S. Tajima, Computing logarithmic vector fields associated with parametric semi-quasihomogeneous

hypersurface isolated singularities,  
International Symposium on Symbolic and  
Algebraic Computation, Bath, United  
Kingdom, 2015年

梅田 陽子 (Umeta Yoko) 山口大学・創成科  
学研究科・助教, 研究者番号: 90606386

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年月日:  
国内外の別:

取得状況(計0件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
取得年月日:  
国内外の別:

〔その他〕

ホームページ等

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

田島 慎一 (Tajima Shinichi) 筑波大学・  
数理工学系・教授, 研究者番号: 70155076

##### (2) 研究分担者

福井 敏純 (Fukui Toshizumi) 埼玉大学・  
理工学研究科・教授, 研究者番号: 90218892

鍋島 克輔 (Nabeshima Katsusuke) 徳島大  
学・社会産業理工学研究部 (理工学域)・准  
教授,  
研究者番号: 00572629

山崎 晋 (Yamazaki Susumu) 日本大学・理  
工学部・教授, 研究者番号: 00349953

##### (3) 連携研究者

大阿久 俊則 (Oaku Toshinori) 東京女子大  
学・現代教養学部・教授, 研究者番号:  
6015039

渋田 敬史 (Shibuta Takafumi) 九州産業大  
学・理工学部・講師, 研究者番号: 40648200

##### (4) 研究協力者