

令和元年6月3日現在

機関番号：33910

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K04981

研究課題名(和文) アルゴリズム的ランダムネスによる量子力学の再構成

研究課題名(英文) A refinement of quantum mechanics by algorithmic randomness

研究代表者

只木 孝太郎 (TADAKI, Kohtaro)

中部大学・工学部・教授

研究者番号：70407881

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,200,000円

研究成果の概要(和文)：量子力学では確率概念が本質的な役割を果たす。この確率概念は波動関数の確率解釈(ボルン則)により量子力学に導入される。しかしながら、量子力学を記述する現代数学において、確率論とは測度論のことであり、確率概念の操作的特徴付けは未だ確立されていない。その意味で、現在の形の量子力学は、本来操作主義的であるべき物理理論としては、不完全であると考えられる。本研究では、アルゴリズム的ランダムネスの概念装置に基づいて、ボルン則を操作主義的に明確化した“典型性原理”と呼ぶ代替規則を導入した。そして、様々な観点からその有効性、妥当性、実用性を確認し、典型性原理を確立して、量子力学の操作主義的完全化を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

量子力学の中核にあるボルン則(波動関数の確率解釈)とアルゴリズム的ランダムネスを直接結び付ける試みは、これまでほとんど全く存在しなかった。特に、量子力学の公理系としての形式に深く立ち入り、アルゴリズム的ランダムネスと結び付ける研究は、私の知る限り、本研究が世界的に初めてのものである。本研究はアルゴリズム的ランダムネスに基づいて量子力学の物理理論としての完全化を達成しようとするものであり、量子力学に対する人類の理解を格段に深めるものであると私は考える。本研究の基礎科学に対する貢献、そして本研究の人類の世界認識・宇宙認識に対する貢献は計り知れないものであると私は考える。

研究成果の概要(英文)：The notion of probability plays a crucial role in quantum mechanics. It appears in quantum mechanics as the Born rule. In modern mathematics which describes quantum mechanics, however, probability theory means nothing other than measure theory, and therefore any operational characterization of the notion of probability is still missing in quantum mechanics. In this research, based on the toolkit of algorithmic randomness, we presented a refinement of the Born rule, called the principle of typicality, as an alternative rule to it, for specifying the property of the results of quantum measurements in an operational way. We did this from the point of view of the many-worlds interpretation of quantum mechanics. We then made applications of our framework to the BB84 quantum key distribution protocol, quantum teleportation, superdense coding, Bell's inequality vs quantum mechanics argument in order to demonstrate how properly our framework works in practical problems in quantum mechanics.

研究分野：アルゴリズム的ランダムネス

キーワード：典型性原理 量子力学 アルゴリズム的ランダムネス 確率解釈 多世界解釈 確率概念の操作的特徴付け Martin-Loefランダム性 アルゴリズム的情報理論

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

本研究課題の申請時における背景・動機を解説する準備として、まず背景を成す基本事項から解説する。

(1) [準備：アルゴリズム的ランダムネスの基本事項]

アルゴリズム的ランダムネスは数学の一分野であり、与えられた特定の無限列について、ランダムか否かの分類を可能にする理論体系である。アルゴリズム的ランダムネスは「アルゴリズム的情報理論」とも呼ばれる。アルゴリズム的ランダムネスでは、無限列のランダム性について、様々な観点からの定義があり、それらの同値性が証明されている。そのなかでも、歴史的に最も古く基本的な概念が、Martin-Löf ランダム性である。これは測度論に基づくランダム性の定義であり、任意に与えられた測度ごとに定まるランダム性概念である。アルゴリズム的ランダムネスにおけるランダム性とは、(与えられた測度の下での)“典型性”と同義語である。本研究課題では測度としてベルヌーイ測度を考え、それに関して Martin-Löf ランダムな無限列について考察する。

(2) [準備：量子力学の基本事項]

量子力学は3つの公理¹⁾、²⁾、³⁾からなる。公理¹⁾は状態空間の存在と状態ベクトルに関する公理であり、公理²⁾は閉じた量子系のユニタリーな時間発展に関する公理(シュレーディンガー方程式)である。公理³⁾は測定に関する公理であり、「波動関数の確率解釈」または「ボルン則」とも呼ばれる。公理³⁾によると、量子系の観測量にはオブザーバブルと呼ぶ自己共役作用素 A が対応し、その観測量の測定において可能な測定結果の集合は、A の固有値の集合で与えられる。測定ごとに測定結果は確率的に現れ、特定の固有値が測定結果として得られる確率は、その固有値に属する固有ベクトルと、測定対象となっている量子系の測定直前の状態に基づいて計算される。このようにして、公理³⁾を通じて、量子力学には確率概念が立ち現れ、それが本質的な役割を果たす。

(3) [本研究課題の申請時における背景・動機]

上述の通り、量子力学では確率概念が本質的な役割を果たす。しかしながら、量子力学を記述する今日の数学において、確率論とは測度論のことであり、公理³⁾に基づく“確率概念”に関して、操作的な特徴付けは見当たらない。即ち、確率とは物理的にはどのような概念なのか？この点が不明確なまま、公理³⁾において確率概念が用いられているのである。ゆえに、このような操作主義的に明確ではない“確率概念”に基づいて、系の振る舞いに対し予言を行う現在の形の量子力学は、本来操作主義的であるべき物理理論としては不完全であると考えられる。

私は、これまでの研究活動で、アルゴリズム的ランダムネスを物理学に応用・拡張することに従事して来た。物理学の中でも特に量子力学および統計力学ではランダム性が本質的な役割を果たすが、私はこれまで、特にアルゴリズム的ランダムネスと量子力学・統計力学との関わりについて研究を進めて来た。そして、その研究過程を通じて、公理³⁾をアルゴリズム的ランダムネスに基づく代替規則で置き換える、という着想に至った。

さて、同一の状態にある同一の量子系に対し、同一の測定を繰り返し、繰り返し行って生成されて行く、測定結果の無限列を考えよう。実験者が操作的対象として相手に出来るのは、このような測定結果の特定の無限列のみである。従って、一般に、操作主義的観点からは、量子測定の公理は、このような測定結果の特定の無限列の性質について主張を行うべきである。特定の無限列のランダム性は、正にアルゴリズム的ランダムネスの研究考察対象であり、このような観点から、私は自身の先行研究において、ベルヌーイ測度に関する Martin-Löf ランダム性に基づいて、“確率の言葉”を用いることなく、公理³⁾を操作主義的に明確化した代替規則(公理 T と呼ぶ)を提示した。そしてその妥当性を論証した。

ところで、量子力学の多世界解釈は、公理³⁾を仮定せず、公理¹⁾、²⁾のみを仮定し、量子系の振る舞いに関して公理³⁾と同等の予言を導こうとする試みである(下記、引用文献参照)。多世界解釈にも様々な亜種があるが、通常この導出においては、量子力学的な重ね合わせで多数共存する世界(多世界)の中で、我々のいる特定の世界についてある仮定(典型性)を置く必要がある。例えば、引用文献⁴⁾でもそのような仮定を置いている。しかし、引用文献⁴⁾は Martin-Löf ランダム性が発見される10年近く前に執筆されたものであり、この“典型性”という概念について数学的に上手く表現できていなかった。この“典型性”は正にアルゴリズム的ランダムネスで数学的に厳密に扱われるものである。私は自身の先行研究で、ベルヌーイ測度に関する Martin-Löf ランダム性に基づいて、この素朴な“典型性”の仮定を厳密化し、更に拡張・一般化した典型性原理と呼ぶ仮定を導入した。

上述の公理³⁾およびその厳密化である公理 T は、純粋状態に関するものであるが、純粋状態については、典型性原理は公理 T そのものである。通常量子力学では、混合状態については、密度行列を用いて公理³⁾に相当する公理が与えられている。ところで、近年発展の目覚ましい量子計算・量子情報理論では、通常密度行列に加えて、partial trace や purification など混合状態に関する様々な概念が現れ、その性質が駆使されている。私は先行研究でそれら新興の概念についても、典型性原理の妥当性を検証した。その結果、混合状態に関する(私が考えられ得る)あらゆる場面において、典型性原理が妥当であることを理論的に確認した。このようにして、典型性原理から、量子力学における(私の考えられ得る限りの)全ての確率的現象が

統一的に説明できることがわかった。

2. 研究の目的

上述の私の先行研究では、量子測定の測定結果が有限個となる場合に、公理 T と典型性原理を提示し、その妥当性を確認した。本研究課題の目的は、これらを測定結果が可算無限個の場合に拡張することである。即ち、本研究課題の研究目的は次の2つである：

- [A] 測定結果が可算無限個の場合において、ボルン則を操作主義的に明確化した代替規則（公理 T の拡張版）を確立する。
- [B] 典型性原理を測定結果が可算無限個の場合に拡張し、これに基づいて、多世界解釈の立場から、[A]で提示した代替規則の導出を行い、統一原理としての典型性原理を確立する。

3. 研究の方法

本研究は、現実世界を記述する物理理論の一つである量子力学を研究対象としている。しかし、本研究は、量子力学の理論的な整合性を追求し、それを高めようとするものであり、物理実験の必要はない。また、数学的には計算可能性を対象としているので、計算機実験なども通用しない純粋に理論的な考察のみから成る研究である。従って、本研究を成功させるためには、研究推進者である私が、本研究の着想を如何に拡充するかが重要な鍵となる。私が勤務する中部大学の日常の研究活動においては、本研究の着想を育み、日々の思索から湧き出る様々なアイデアについて理論的整合性と妥当性を検討し、自問自答しながら研究を進め、本研究課題の達成を目指す。同時に、得られた研究成果は国際会議・国内会議において逐一発表し、本研究成果の国内外への周知を行う。

4. 研究成果

(1) 上述の研究目的[A]を達成するためには、標本空間が可算無限集合となる一般の確率空間において、確率概念の操作的特徴付けを与える数学的枠組みを構築する必要がある。一方、標本空間が有限集合となる一般の確率空間においては、そのような数学的枠組みの構築は、私の先行研究により既に成功している。これが上述の測定結果が有限個の場合におけるボルン則の代替規則（公理 T）の確立に繋がったのである。

平成27年度は、始めに、Martin-Löf ランダム性の理論を、可算アルファベット上の一般の測度空間に拡張することに取り組んだ。するとこれが成功を収め、これにより、標本空間が可算無限集合の場合において、確率概念の操作的特徴付けを与えることに成功した。この成果に基づいて、測定結果が可算無限個の場合においてボルン則を操作主義的に明確化した代替規則を確立することに成功した。このようにして、平成27年度中に研究目的[A]を達成する事が出来た。

(2) 平成28年度の研究で、私は典型性原理を測定結果が可算無限個の場合に拡張することに成功した。そして、平成27年度中に確立した測定結果が可算無限個の場合のボルン則の代替規則を、典型性原理から導出することに成功した。このようにして、平成28年度中に上述の研究目的[B]を達成する事が出来た。これにより、本研究課題の目的を全て達成する事が出来た。

(3) 本研究課題の目的を全て達成した平成28年度以降は、様々な角度から典型性原理の妥当性と有効性を確認する作業を進めた。これは以下の通りである：

量子力学には混合状態に関する様々な公理が存在する。量子系の合成に関する公理や、確率的混合に関する公理がそれである。本研究では、これらの公理の典型性原理からの導出に成功し、典型性原理の有効性と妥当性を確認した。

さて、典型性原理に基づく我々の枠組が、量子力学の実際の問題の取扱いとその解析において、如何に適切に機能するかを確認することは、本研究の発展にとって極めて重要である。近年、量子力学の原理に基づく新しい情報処理技術として“量子情報処理技術”が注目を集めている。本研究では、量子情報処理技術の典型例として量子暗号（BB84 量子鍵共有プロトコル）を選び、典型性原理に基づく我々の枠組の中でその精密化を行い、プロトコルの解析を行った。結果、これは問題なく成功し、これにより典型性原理の実用性を確認した。更に、量子暗号と共に量子情報処理の主要な技術である量子テレポーテーションとスーパーデンスコーディングについても、典型性原理に基づいて、精密化とプロトコルの解析を行った。結果、これも問題なく成功し、ここでも典型性原理の実用性を確認した。

本研究では、測定結果からなる無限列を量子力学の直接の適用対象として、典型性原理に基づいて、量子力学を操作主義的に再構成した。これにより、量子測定に関してより精密な議論が可能となった。しかしながら、本研究の枠組はそれに留まらず、測度論的確率論のみに依存する既存の量子力学とは質的に異なる帰結をもたらすものである。計算量理論における主要な予想の一つに、古典的アルゴリズムの脱ランダム化に関する P = BPP 予想がある。本研究で私は、確率概念の無意味な測度論的定式化から離れ、測定結果の特定の無限列を対象とする事により、この予想と或る意味において“実質上同等”の主張が成り立つことを示した。乱数として量子測定の結果を用いることにより、脱ランダム化が出来ることを理論的に示したのであ

る。(なお、この結果は、古典的アルゴリズムに関する問題である $P = BPP$ 問題自体が解決できた主張するものではないことに、注意されたい。)

ベルの不等式対量子力学論争は、量子力学の深遠さを明らかにする極めて重要な論考の応報であり、実験により量子力学が正しいことが証明されている。本研究課題の最後に、ベルの不等式対量子力学論争の典型性原理からの導出・精密化を行った。ここで、ベルの不等式の精密化は、確率概念の操作主義的な精密化に関する私の先行研究の成果を利用して達成した。即ち、隠れた変数理論に立脚し、“古典的な”確率概念を操作主義的に精密に扱い、ベルの不等式を導いたのである。一方、ベルの不等式に対応し、かつ対立する量子力学における“等式”は、典型性原理に基づいて精密な導出を行った。本研究では、このようにして、ベルの不等式対量子力学論争が精密に再構成されることを明らかにし、典型性原理の有効性と妥当性を更に確実なものとした。

<引用文献>

H. Everett, III, “Relative State” formulation of quantum mechanics. *Rev. Mod. Phys.*, Vol.29, No.3, 454 - 462, 1957.

5 . 主な発表論文等

[雑誌論文](計4件)

Kohtaro Tadaki, A refinement of quantum mechanics by algorithmic randomness, arXiv:1804.10174v1 [quant-ph], 査読無, 2018

Kohtaro Tadaki, An operational characterization of the notion of probability by algorithmic randomness and its applications, arXiv:1611.06201v1 [math.PR], 査読無, 2016

Kohtaro Tadaki, A refinement of quantum mechanics by algorithmic randomness: extended abstract, 確率論シンポジウム RIMS 研究集会報告集, 京都大学数理解析研究所講究録, 査読無, No.1952, pp.112 - 116, 2015

Kohtaro Tadaki, An operational characterization of the notion of probability by algorithmic randomness and its applications, 証明論・計算論とその周辺 RIMS 研究集会報告集, 京都大学数理解析研究所講究録, 査読無, No.1950, pp.52 - 72, 2015

[学会発表](計36件)

只木孝太郎, アルゴリズム的ランダムネスによる量子情報理論の精密化 I, 日本数学会 2019 年度年会, 2019 年

只木孝太郎, A refinement of Bell's inequality versus quantum mechanics argument by algorithmic randomness, 新潟確率論ワークショップ, 2019 年

只木孝太郎, A refinement of the argument of Bell's inequality versus quantum mechanics by algorithmic randomness, 証明論研究集会 2018, 2018 年

只木孝太郎, アルゴリズム的ランダムネスによる量子力学の再構成 III: その物理的帰結, 日本数学会 2018 年度秋季総合分科会, 2018 年

只木孝太郎, 量子力学では確率 1 の事象は必ず起こる, 日本数学会 2018 年度年会, 2018 年

只木孝太郎, An operational characterization of the notion of probability and its consequences, 新潟確率論ワークショップ, 2018 年

只木孝太郎, A refinement of quantum mechanics by algorithmic randomness and its application to the BB84 QKD protocol, KEK 研究会『弱値・弱測定、エンタングルメント、量子コヒーレンスの新地平』, 2018 年(ポスター発表)

只木孝太郎, A physical and mathematical refinement of the postulates of quantum mechanics about mixed states by algorithmic randomness, RIMS 共同研究(公開型)「証明論と証明活動」(証明論研究会 2017), 2017 年

只木孝太郎, アルゴリズム的ランダムネスによる BB84 量子鍵共有プロトコルの精密化, 第 15 回情報学ワークショップ(WiNF 2017), 2017 年

只木孝太郎, アルゴリズム的ランダムネスによる確率概念の操作的特徴付け II: 離散確率空間, 第 15 回情報学ワークショップ(WiNF 2017), 2017 年

只木孝太郎, 典型性原理の量子情報処理への適用: BB84 量子暗号プロトコルの精密化, 日本数学会 2017 年度秋季総合分科会, 2017 年

Kohtaro Tadaki, An operational characterization of the notion of probability by algorithmic randomness II: Discrete probability spaces, The 15th Asian Logic Conference (ALC2017)(国際学会), 2017

Kohtaro Tadaki, A refinement of quantum mechanics by algorithmic randomness, Workshop: Quantum Contextuality in Quantum Mechanics and Beyond (QCQMB)(国際学会), 2017

只木孝太郎, アルゴリズム的ランダムネスによる量子力学の再構成 II: 離散スペクトル, 日本数学会 2017 年度年会, 2017 年

- 只木孝太郎、The principle of typicality、新潟確率論ワークショップ、2017年
- 只木孝太郎、An operational characterization of the notion of probability by algorithmic randomness and its applications、科研費シンポジウム「統計的モデリングと計算アルゴリズムの数理と展開」、2017年
- 只木孝太郎、An operational characterization of the notion of probability by algorithmic randomness and its applications、津田一郎教授退職記念研究集会 - 複雑系数理の新展開 -、2017年
- 只木孝太郎、A refinement of quantum mechanics by algorithmic randomness、2016年度冬のLAシンポジウム、2017年
- 只木孝太郎、A refinement of quantum mechanics by algorithmic randomness and its application to quantum cryptography、2017年 暗号と情報セキュリティシンポジウム (SCIS2017)、2017年
- 只木孝太郎、An operational characterization of the notion of probability by algorithmic randomness II: Discrete probability spaces、エルゴード理論とその周辺、2016年
- 21 只木孝太郎、A refinement of quantum mechanics by algorithmic randomness、第35回量子情報技術研究会 (QIT35)、2016年
- 22 只木孝太郎、アルゴリズム的ランダムネスによる確率概念の操作的特徴付け III、日本数学会 2016年度秋季総合分科会、2016年
- 23 只木孝太郎、An operational characterization of the notion of probability by algorithmic randomness: Discrete probability spaces、2016年度 記号論理と情報科学研究集会 (SLACS2016)、2016年
- 24 只木孝太郎、A refinement of quantum mechanics by algorithmic randomness、理研シンポジウム・iTHES研究会「熱場の量子論とその応用」(TQFT 2016)、2016年 (ポスター発表)
- 25 只木孝太郎、アルゴリズム的ランダムネスによる確率概念の操作的特徴付け、2016年夏のLAシンポジウム、2016年
- 26 只木孝太郎、アルゴリズム的ランダムネスによる確率概念の操作的特徴付け II、日本数学会 2016年度年会、2016年
- 27 Kohtaro Tadaki、A refinement of quantum mechanics by algorithmic randomness, Symposium: New Generation Quantum Theory - Particle Physics, Cosmology, and Chemistry - (国際学会)、2016 (ポスター発表)
- 28 只木孝太郎、An operational characterization of the notion of probability by algorithmic randomness II、新潟確率論ワークショップ、2016年
- 29 Kohtaro Tadaki、A refinement of quantum mechanics by algorithmic randomness, 19th Conference on Quantum Information Processing (QIP 2016) (国際学会)、2016 (ポスター発表)
- 30 Kohtaro Tadaki、The principle of typicality, Eleventh International Conference on Computability, Complexity and Randomness (CCR 2016) (国際学会)、2016
- 31 只木孝太郎、An operational characterization of the notion of probability by algorithmic randomness、2015年度確率論シンポジウム、2015年
- 32 只木孝太郎、An operational characterization of the notion of probability by algorithmic randomness and its applications to science and technology、2015年度 証明論研究集会・記号論理と情報科学研究集会 (SLACS)、2015年
- 33 只木孝太郎、An operational characterization of the notion of probability by algorithmic randomness and its application to science and technology、第13回情報学ワークショップ (WiNF 2015)、2015年
- 34 只木孝太郎、A refinement of quantum mechanics by algorithmic randomness、第13回情報学ワークショップ (WiNF 2015)、2015年
- 35 只木孝太郎、典型性原理：量子力学の確率解釈の精密化、日本数学会 2015年度秋季総合分科会、2015年
- 36 Kohtaro Tadaki、An operational characterization of the notion of probability by algorithmic randomness and its applications, Tenth International Conference on Computability, Complexity and Randomness (CCR 2015) (国際学会)、2015

[その他]

ホームページ等

Research on Algorithmic Randomness and Its Extensions over Physics

<http://www2.odn.ne.jp/tadaki/>

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。