

平成 30 年 6 月 20 日現在

機関番号：12611

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K05204

研究課題名(和文) 可積分量子多体系の様々な非平衡ダイナミクス：量子クエンチと動的な近藤問題の厳密解

研究課題名(英文) Aspects in the non-equilibrium dynamics of integrable quantum systems: quantum quench and exact solutions of the Kondo problem

研究代表者

出口 哲生 (Deguchi, Tetsuo)

お茶の水女子大学・基幹研究院・教授

研究者番号：70227544

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：最近、冷却原子系の実験で孤立量子系の緩和的振る舞いが観察され、局所物理量の期待値は、一般の系では小正準分布へ熱化し、可積分系では一般化ギブス分布へ平衡化すると予想されている。本研究では可積分量子系の様々な非平衡ダイナミクスを研究した。1次元ボース気体(Lieb-Liniger 模型)で、1ホール状態を重ね合わせた状態は弱結合の場合、密度プロファイルが古典ダークソリトンと完全に一致し、時間発展でもある時間まで一致した。この状態を量子ソリトン状態とよぶことができる。量子ハイゼンベルク鎖で、スピノン状態を重ね合わせて磁化の局在状態を実現して時間発展を観察した結果、時間変数のべきでゆっくり減衰した。

研究成果の概要(英文)：Recently, relaxation behaviors of isolated quantum systems were observed in cold atomic experiments. It is conjecture that in non-integrable systems expectation values of localized physical quantities approach values associated with the micro-canonical ensemble (thermalization), while in integrable systems values associated with the generalized Gibbs ensemble. In this research we studied aspects of non-equilibrium dynamics for integrable systems. For the one-dimensional Bose gas (the Lieb-Liniger model), some superposition of one-hole states shows a density profile consistent with a classical dark soliton in the weak coupling case. We call it a quantum dark soliton state. In the one-dimensional Heisenberg model we constructed a quantum state that has a localized magnetization profile, and derived its time evolution with the Bethe ansatz. We have observed that it relaxes very slowly almost proportional to some power of time variable.

研究分野：数理物理学

キーワード：可積分量子系 孤立量子系 量子ダイナミクス ベーテ仮説 ダークソリトン 非平衡 量子多体系

## 科学研究費助成事業（学術研究助成基金助成金）研究成果報告書

### 1. 研究開始当初の背景

最近、熱化など孤立量子系の時間発展の特徴が冷却原子系で観察され、孤立量子系のダイナミクスに関心が集まっている。系の相互作用する量子系において、外場変数等を急速に変化させた後に系に生じる動的な振る舞いを、量子クエンチ(quantum quench)とよぶ。その研究の起源は古く、70年代初めに遡る。McCoy 達によってXY 模型に磁場を加えた後の時間発展が厳密解で調べられた[M]。しかし、後続の研究はその後約30年間、現れなかった。今世紀以降、レーザー閉じ込め等の実験の発展により、1次元ボース気体の系が冷却原子系で実現され、粒子の集団が時間的に周期的に衝突する振動的振る舞いが観察された[K]。この研究を契機に、量子クエンチの研究が急速に関心を集めている[G]。

孤立量子系では、与えられた状態は時間発展で変化しない。初期量子状態  $|\psi(t=0)\rangle$  は異なる固有振動数の固有状態の重ね合わせで表され、純粋状態である。しかし、物理量  $A$  の期待値  $\langle \psi(t) | A | \psi(t) \rangle$  は、時間が経過すると次第にある平衡値に近づく。

$$\langle \psi(t) | A | \psi(t) \rangle \sim \langle \psi | A | \psi \rangle + \mathcal{O}(t^{-1/2})$$

右辺の収束値はしばしば小正準分布の熱平衡値と一致する。実際、状態  $|\psi\rangle$  をエネルギーの値  $E$  が微小区間  $[E, E + \Delta E]$  に含まれる固有状態  $|E\rangle$  の重ね合わせで与えるとき、物理量  $A$  の期待値  $\langle \psi | A | \psi \rangle$  は小正準分布の熱平衡値に非常に近くなることが理論的に示された[S, Re]。典型性(typicality)の視点[L]では、期待値はたいてい熱平衡値に近いので、平衡化は必然的である。最近、典型性の振る舞いは、固有状態熱化仮説(Eigenstate Thermalization Hypothesis)の視点から幅広く議論されている。

量子クエンチの考え方とは独立に、一般の孤立量子系で物理量の期待値は小正準分布の熱平衡値に時間的に漸近する、という予想

が与えられた[Ri]。さらに、可積分量子系では多数の保存量  $I_j$  が存在するため、それぞれの保存量に一般化温度  $T_j$  が対応する一般化ギブス分布(Generalized Gibbs Ensemble, G.G.E.)による平均値に近づく、と予想される[Ri]。一般化ギブス分布は  $\exp(-\sum_j I_j / T_j)$  と表される。1次元ボース気体の系で、一般化ギブス分布に従う準平衡状態(prethermalization)がしばらくの間成立し、さらに時間が経過すると最終的に熱化した(thermalization)、という実験もある[G]。簡単のため、以後、孤立量子系の物理量期待値が次第にある平衡値へ近づくことを、緩和とよぶ。

[M] E. Barouch, B.M. McCoy and M. Dresden, Phys. Rev. A **2**, 1075 (1970).

[K] T. Kinoshita, T. Wenger and D.S. Weiss, Nature **440**, 900 (2006).

[G] M. Gring, M. Kuhnert, T. Langen, T. Kitagawa, B. Rauer, M. Schreitl, I. Mazets, D. Adu Smith, E. Demler, J. Schmiedmayer, Science **337**, 1318 (2012).

[Ri] M. Rigol, V. Dunjko, V. Yurovsky and M. Olshanii, Phys. Rev. Lett. **96**, 050405 (2007).

[L] S. Goldstein et al., Proc. Roy. Soc. A **466**, 3203-3224 (2010).

[S] A. Sugita, Nonlinear Phenom. Complex Syst. **10**, 192 (2007).

[Re] P. Reimann, Phys. Rev. Lett. **101**, 190403 (2008).

### 2. 研究の目的

本研究の目的は、可積分系特有の非平衡ダイナミクスの特徴を、物理量期待値の時間発展を厳密に求め、明らかにすることである。可積分系の時間発展は、Slavnov 公式などを用いて非常に長時間にわたり、厳密に計算することができる。このため、可積分系の時間

発展に関しては、長期的には、量子系のダイナミクスを詳細に明らかにできると期待される。実際、可積分系の時間発展でどのように平衡化が達成されるか、緩和ダイナミクスの特徴はまだ明らかにされていない。

物理的応用例として、近藤模型など量子不純物の可解模型において、孤立波と不純物スピンの相互作用の動的な振る舞いを解析することが、当初の目標であった。しかし、その前に、量子状態を構築するためのベータ固有状態を全て構築するという課題の重要性が次第に明らかになった。このため、ベータ方程式の解を全て組織的に求めるため、ベータ量子数を完全に正しく与える、という課題に取り組んだ。

### 3. 研究の方法

本研究では、スカラー積公式など代数的ベータ仮設の方法を用いて物理量期待値の時間発展を厳密に求め、可積分系特有の非平衡ダイナミクスの特徴を明らかにする。

初期量子状態をスピノン状態等ベータ固有状態の重ね合わせで構成し、 $j$  番目の格子点上の局所磁化  $\langle \sigma_j^z \rangle$  等物理量演算子の時刻  $t$  での期待値を数值的に厳密に求め、孤立  $X \times X \times Z$  鎖 (1次元異方的量子ハイゼンベルク模型) の時間発展を導く。

### 4. 研究成果

#### (1) 量子ソリトン状態の研究

デルタ関数型相互作用をもつ1次元ボース粒子系において、1ホール状態を同じ重みで重ね合わせた量子状態は、弱結合の場合に、その密度プロファイルの形状は古典系のダークソリトンの密度プロファイルと完全に一致する。この結果、この量子状態を量子ソリトン状態とよぶ。初期時刻だけでなく、量子系の密度プロファイルの時間発展を求め、それがダークソリトンと一緒に移動し、次第に崩壊する様子を追跡した。量子系のソリトン波形の崩壊は安定な局在波という古典ソリトンの見方と矛盾するのではないか、という意見に反論するため、本研究では、量子ソ

リトンの崩壊時間を量子速度限界の時間スケールと比較した。後者は通常の量子系における崩壊時間を与える。その結果、弱結合になると、ソリトンの崩壊時間は量子速度限界の時間スケールよりも相対的にはるかに長くなることが分かった。すなわち、弱結合になるに従ってソリトンは安定性を増すと解釈できる。

#### (2) 1次元反強磁性ハイゼンベルグ模型における局在磁化の緩和ダイナミクス

代表的な可積分量子スピン系である量子  $X \times X \times X$  鎖 (1次元量子ハイゼンベルク模型) において、スピノン状態などベータ仮設方程式の解に対応する固有状態を重ね合わせて、初期時刻に局所磁化が局在するような量子状態を実現した。この量子状態に対して、各格子点上の局所磁化の任意時刻での期待値を数值的に厳密に求め、孤立量子系としての量子  $X \times X \times X$  鎖の時間発展、特に局所磁化の平衡化 (緩和) の様子を調べた。局所磁化は時間変数のべき関数的に減衰し、その指数はスピノン状態のスペクトル幅に依存する。

#### (3) 量子 $X \times X \times Z$ 鎖による近藤問題の厳密解

物理的応用例として近藤模型など量子不純物の可解模型の時間発展を調べるため、不純物が存在するスピン  $1/2$  量子  $X \times X \times Z$  鎖の厳密解を研究し、不純物とバルクとの相互作用の有限温度の振る舞いを、熱力学的ベータ仮説を用いて解析した。近藤効果が出現する低温領域へのクロスオーバー温度を表す解析的な表式が導かれた。

#### (4) 量子 $X \times X \times X$ 鎖のベータ量子数の下向きスピン2個の場合における厳密な導出

量子  $X \times X \times X$  鎖の下向きスピン2個のセクターにおいて任意の格子長の場合に、ベータ仮設方程式の解に対応するベータ量子数の全てを数学的に厳密に導かれた。ベータ固有状態の完全性の証明だけでなく、ベータ方程式の解を特徴付ける重要な進展であり、さらに量子ダイナミクスなどの数値計算でも重要な結果である。

(5) 動的量子相転移である多体局在転移における相互作用とランダム性の間の新しい有限サイズスケーリング

量子 $XXZ$ 鎖においてランダムポテンシャルを加えると、動的量子相転移が生じる。この振る舞いは、典型性の根拠となる固有状態熱化の振舞いとは対極にあり、興味深い。多体局在は現在世界的に幅広く研究されている。ランダムポテンシャル下の量子 $XXZ$ 鎖の準位統計を調べることにより、相互作用の強度に関する新しいスケーリング指数を見出した。この成果は、孤立量子系の熱化を調べる上でも重要である。

5. 主な発表論文等 (研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 5件)

[1] K. Kudo and T. Deguchi, Finite-size scaling with respect to interaction and disorder strength at the many-body localization transition, Phys. Rev. B Vol. 97, 220201 (R) (2018). doi:10.1103/PhysRevB.97.220201

[2] C.-L. Ho and T. Deguchi, Multi-qudit states generated by unitary braid quantum gates based on Temperley-Lieb algebra, EPL Vol. 118, 40001 (2017). (7 pages) doi.org/10.1209/0295-5075/118/40001

[3] J. Sato, R. Kanamoto, E. Kaminishi, and T. Deguchi, Quantum states of dark solitons in the 1D Bose gas, New J. Phys. Vol. 18, 075008 (2016) doi:10.1088/1367-2630/18/7/075008

[4] T. Deguchi and P. R. Giri, Exact quantum numbers of collapsed and non-collapsed 2-string solutions in the Heisenberg spin chain, J. Phys. A: Math. Theor. Vol. 49, 174001 (2016) (24 pages) doi/10.1088/1751-8113/49/17/174001.

[5] R. Yahagi, J. Sato and T. Deguchi, Crossover temperature of the spin-1/2 XXZ chain with an impurity, J. Phys.: Conf. Ser. Vol. 670 (2016) 012054.

doi:10.1088/1742-6596/670/1/012054

[学会発表](計 13件)

国際会議

[1] T. Deguchi, Jun Sato and Eriko Kaminishi, Quantum State of a Dark Soliton, in ``Non-equilibrium dynamics'' within the programme of ``Quantum Paths'', ESI, Vienna, (Talk was given on May 3, 2018) (オーストリア)

[2] T. Deguchi, Exact non-equilibrium dynamics in 1D integrable quantum systems, in ``Thermalization in isolated quantum systems'', New Frontiers in Non-equilibrium Physics 2015, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University, Kyoto, Aug 3-7, 2015.

[3] T. Deguchi, Exact non-equilibrium dynamics in 1D integrable quantum many-body models, in ``Beyond Integrability. The Mathematics and Physics of Integrability and Its Breaking in Low-dimensional Strongly Correlated Quantum Phenomena, CRM, Montreal, Canada, July 13-17, 2015. (The talk was given on July 17) (カナダ)

国内会議

[4] 金城佳世、出口哲生, 1次元自由フェルミオン系 (TG気体) における密度プロファイルの厳密な時間発展 (23pK604-7、講演発表 2018年3月23日) 日本物理学会 第73回年次大会、東京理科大学野田キャンパス 2018年3月22日-3月25日

[5] 出口哲生、井元隆史、捻り境界条件下のスピ  $1/2$  XXX 鎖の厳密な量子数：下向きスピン 2 個の場合 (23pK604-3、講演発表 2018 年 3 月 23 日) 日本物理学会第 7 3 回年次大会、東京理科大学野田キャンパス 2018 年 3 月 22 日-3 月 25 日

[6] 井元隆史、出口哲生、量子 XXZ 鎖に対する厳密な Bethe 量子数と Bethe 根 (23pK604-1、講演発表 2018 年 3 月 23 日) 日本物理学会第 7 3 回年次大会、東京理科大学野田キャンパス 2018 年 3 月 22 日-3 月 25 日

[7] 工藤和恵、出口哲生、準位統計にみる多体局在の相互作用依存性 (22aK604-7、講演発表 2018 年 3 月 22 日) 日本物理学会 第 7 3 回年次大会、東京理科大学野田キャンパス 2018 年 3 月 22 日-3 月 25 日

[8] 井元隆史、出口哲生、量子 XXX 鎖と量子 XXZ 鎖に関する量子数の厳密な対応 (21aJ25-6、講演発表 2017 年 9 月 25 日) 日本物理学会 2017 年秋季大会、岩手大学上田キャンパス 2017 年 9 月 21 日-9 月 24 日

[9] 渡邊聡、井元隆史、出口哲生、Bethe Ansatz equation の singular solution に対応するスカラー積公式、(20pB12-5、講演発表 2017 年 3 月 20 日) 日本物理学会 第 7 2 回年次大会、大阪大学豊中キャンパス 2017 年 3 月 17 日-3 月 20 日

[10] 井元隆史、渡邊聡、出口哲生、XXX 鎖の two down spin に対する固有ベクトルを用いた Bethe Ansatz の完全性について、(20pB12-6、講演発表 2017 年 3 月 20 日) 日本物理学会 第 7 2 回年次大会、大阪大学豊中キャンパス 2017 年 3 月 17 日-3 月 20 日

[11] 出口哲生、量子 XXZ 鎖の局所演算子の形状因子公式と量子ダイナミクスへの応用 (16aAE1、講演発表 2016 年 9 月 16 日)

日本物理学会 2016 年秋季大会、金沢大学角間キャンパス 2016 年 9 月 13 日-9 月 16 日

[12] 出口哲生、可積分量子スピン系における局在波の非平衡緩和ダイナミクスと孤立量子系の熱化、そして 1 次元ボース気体との比較 (15pAK11、講演発表 2016 年 9 月 15 日) 日本物理学会 2016 年秋季大会、金沢大学角間キャンパス 2016 年 9 月 13 日-9 月 16 日

[13] 出口哲生, Pulak Ranjan Giri, 任意サイズ量子 XXZ 鎖の下向きスピン 2 個の固有状態の完全性、(16aCW7、講演発表 2015 年 9 月 16 日) 日本物理学会 2015 年秋季大会、関西大学千里山キャンパス 2015 年 9 月 16 日-9 月 19 日

〔その他〕  
ホームページ等  
<http://www.phys.ocha.ac.jp/deguchilab/home.html>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

出口 哲生 (DEGUCHI, TETSUO)  
お茶の水女子大学・基幹研究院・教授  
研究者番号：70227544

### (2) 研究分担者 なし

### (3) 連携研究者

佐藤 純 (SATO, JUN)  
東京大学・先端科学技術研究センター・助教  
研究者番号：10735723

工藤 和恵 (KUDO, KAZUE)  
お茶の水女子大学・基幹研究院・准教授  
研究者番号：30505574