

平成 30 年 6 月 13 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K06063

研究課題名(和文)伝搬遅延を含む等価回路に基づくメタマテリアルの設計手法の構築

研究課題名(英文) Design of metamaterials based on equivalent circuit model with retarded electromagnetic coupling

研究代表者

久門 尚史 (Hisakado, Takashi)

京都大学・工学研究科・准教授

研究者番号：80301240

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：複雑な導体構造における電磁現象のモデルとして、伝搬遅延を含む等価回路を提案し、その特性を明らかにした。まず導体球と導体線から成る構造に対して、Maxwell方程式から系統的に伝搬遅延を考慮した回路モデルを導出し、放射の反作用としての減衰を表現した。また、メタ原子の相互結合に対して遅延を考慮することにより、モードの共振周波数と損失の関係を明らかにした。さらに、周期構造に対して分散特性を導出し、ライトライン付近における特異な振舞を明らかにするとともに、その外側においては損失が消滅することを示した。また、単導体線路についても遅延相互作用により放射の反作用としての減衰が表現できることを示した。

研究成果の概要(英文)：We propose equivalent circuit models with retarded electromagnetic couplings for complex metallic structures. We deal with wired metallic spheres and theoretically derived the equivalent circuit models from Maxwell's equation. We prove that the retardation in the circuit characterizes the radiation loss. The retardation in the mutual couplings of the meta-atoms connects the resonant frequencies of each mode to the radiation loss. The dispersion characteristics of the periodic structure have singular points on the light-line and the loss at the right-hand side of the light-line is eliminated.

In order to model the single thin wire structures without return path, we propose the wave equation of linear charge density and current and represent the radiation loss by the feedback of the electric field generated by the terminals. We confirmed that the radiation loss by the proposed model agrees with the results by the method of moment.

研究分野：電気回路

キーワード：メタマテリアル 遅延相互作用 等価回路モデル 分散特性 ライトライン 単導体線路

1. 研究開始当初の背景

(1) 複雑な導体構造を用いた電磁現象の設計に関して、メタ材料やプラズモニクスなどの研究が注目されているが、多くの場合は電磁界シミュレーションを用いた試行錯誤による。それに対し、より現象を見通しよくするモデルとして、等価回路モデルに注目した。

(2) 電磁現象を記述する Maxwell 方程式から系統的に等価回路モデルを導出する方法として、図1のような導体球と導体線の構造を考え、図2のように導体線に電流、導体球に電荷をおくことで、Maxwell 方程式と対応する形で、導体線と等しいトポロジーの等価回路の導出方法が提案されていた。

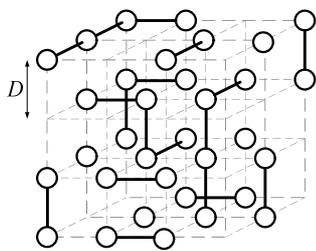


図1 導体球と導体線の構造

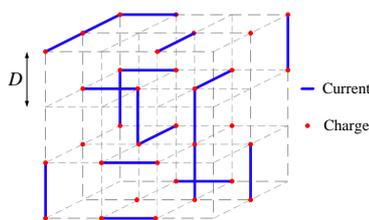


図2 導体線と球に電流と電荷を配置

このモデル化により振動モードや、共振周波数等は適切に表現できることが示されていたが、完全導体から成る導体構造の場合、インダクタンスとキャパシタンスの要素のみから成るため、生成されるモデルは無損失になっていた。一方で、実際には放射による減衰が存在するが、それに関しては遠方界の表現をもとに等価的な抵抗素子としての表現がされていた。

このような等価抵抗による放射の反作用の表現では、モードごとに遠方界を計算する必要があること、物理的な意味が対応しない、などの問題点があり、近傍界のみで放射の反作用を表現することが求められていた。

(3) 導体球と導体線から成る構造は、集中定数の等価回路モデルを想定していたため、波長に比べて十分小さい単位構造を考えていたが、それよりも長い導体細線の構造に対しての等価回路モデルとして、単導体線路モ

デルが提案されていた。これは線電荷密度と電流の波動方程式に基づくモデルであるが、完全導体をモデル化した場合、やはり放射の反作用の表現が無く、等価回路表現が不十分であった。

2. 研究の目的

(1) 本研究では、放射の反作用としての減衰を表現できるような等価回路モデルとして、伝搬遅延に注目した。集中定数モデルでは、偏微分方程式で記述される Maxwell 方程式の空間方向の自由度を離散化すると同時に、電磁界の伝搬遅延を無視することにより常微分方程式に帰着させていた。これでは、損失の入る余地がないため、伝搬遅延を厳密に評価することにより、放射の反作用としての損失が表現できるのではないかと考え、それを検証することを目的とした。

また、メタ原子が相互結合した場合、その結合に対して伝搬遅延が影響する。そのため、遅延を含む形の結合がどのように現象として見えてくるかを明らかにすることも必要となる。従来、遅延を含む回路としては分布定数線路モデルが良く知られているが、この遅延と、新たに導入した遅延電磁結合の差異についても明確化することが重要となる。

さらに、メタ原子の周期構造に対する分散特性に与える伝搬遅延の影響についても明確化が重要になる。これらの要素を、エネルギーのやりとりも含めて明らかにすることを本研究も目的とした。

(2) 単導体線路に関しても、放射の反作用として、端点で生成される電磁界が自己に対して遅延を伴ってフィードバックするような等価回路モデルを考え、その妥当性を検討するとともに、物理的な意味を明らかにすることを目的とした。

3. 研究の方法

(1) 電磁界の伝搬遅延を考慮した等価回路モデルは、Maxwell 方程式と対応する形で導入する必要がある。そこで、導体球と導体線から成る構造に対して、系統的に等価回路を導出する過程で、伝搬遅延を無視することなく等価回路モデルの導出を行うことにより、伝搬遅延を考慮した等価回路モデルの導出を行った。

(2) 提案した伝搬遅延を含む等価回路モデルの妥当性の評価としては、理論的な扱いが可能な微小ダイポールに対して、遠方界におけるポインティングベクトルを積分した形で得られる放射損と、提案モデルにより遅延相互作用に基づく放射損が式として一致することで評価を行った。また、電磁界解析による評価も行った。

(3) 遅延電磁結合に関しては、メタ原子が結合した場合に、各モードの共振周波数と放

射損の振る舞いを数式として評価することにより、共振周波数と放射損の伝搬遅延依存性などを明らかにした。また、実験においても遅延結合の効果を確認した。

(4) メタ原子の周期構造に対する分散特性に関しては、インピーダンス行列が巡回行列となることを利用し、フーリエ変換により、分散特性を考え、その仕組みの明確化を行った。また、従来知られているライトライン付近における分散特性の特異性についても議論を行った。

(5) 単導体線路に関しては、遅延フィードバックによる、放射の反作用の表現を周波数領域で行った。モーメント法によって得られた電磁界解析との比較を通して、その妥当性の検討を行った。また、入射波に対する散乱の効果と、誘導された電流による再放射の効果についても、その差異の明確化を検討した。

4. 研究成果

(1) 最も単純なメタ原子として図3に示す構造を扱った。導体線には均一電流が流れ、導体球には中心に点電荷が存在すると仮定した。

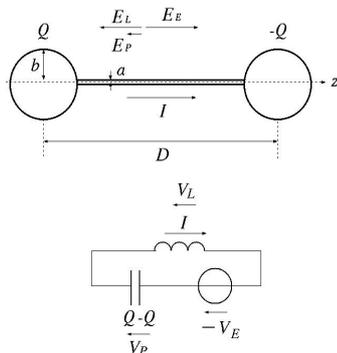


図3 メタ原子の構造と等価回路モデル

その場合の回路方程式は次式で与えられる。

$$\left\{ -\omega^2 \hat{L}_0 + 2(\hat{P}_{11} - \hat{P}_{12}) \right\} I(\omega) = -j\omega V^E$$

$$\hat{L}_0 = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_b^{D-b} \int_0^D \frac{\cos(\omega \frac{\sqrt{(z-z')^2+a^2}}{c})}{\sqrt{(z-z')^2+a^2}} dz' dz$$

$$+ \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^D \int_0^D \frac{\sin(\omega \frac{\sqrt{(z-z')^2+a^2}}{c})}{\sqrt{(z-z')^2+a^2}} dz' dz$$

$$\hat{P}_{11} = \frac{\exp(-j\omega \frac{b}{c})}{4\pi\epsilon_0 b}, \quad \hat{P}_{12} = \frac{\exp(-j\omega \frac{D}{c})}{4\pi\epsilon_0 D}$$

伝搬遅延の効果が入ることにより、インダクタンスと容量係数が複素数の値を持ち、対応してインピーダンスの実部が現れ、放射に伴う損失が表現できる。具体的にインダクタンスを近似計算すると、次の式が得られた。

$$j\omega L = \frac{\mu_0 \omega^2 D^2}{4\pi c} + j\omega \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\log \frac{2D}{a} - 1 \right)$$

また、容量係数についても近似計算により次の表現が得られた。

$$\frac{2(P_{11} - P_{12})}{j\omega} = -\frac{\mu_0 \omega^2 D^2}{12\pi c} - j \frac{1}{2\pi\epsilon_0 \omega} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{D} \right)$$

これらの実部から損失を求めると、次のような電力損失が得られた。

$$\frac{\mu_0 \omega^2 D^2}{12\pi c} |I|^2$$

この値は微小ダイポールの遠方界から得られる放射電力と対応する。つまり、伝搬遅延を等価回路モデルに考慮することにより、放射の反作用としての損失がモデル化できることが明らかになった。

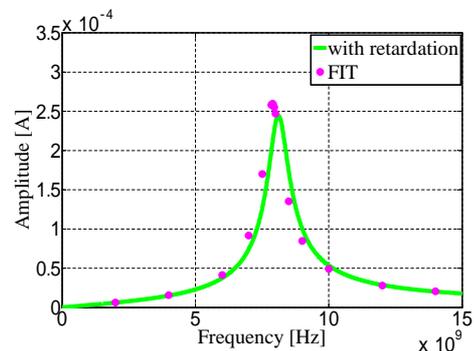


図4 提案モデルと電磁界解析との比較

さらに、有限積分法による電磁界解析(FIT)との比較を行った結果が図4である。伝搬遅延を含まないモデルにおいては、共振周波数で振幅が無限大に発散するが、遅延を考慮する場合は適切にモデル化できていることがわかる。

(2) 遅延結合について考えるために、次のような互いに距離h離れた2個のメタ原子が伝搬遅延を伴って結合した場合を扱った。

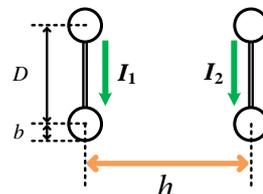


図5 2個のメタ原子の遅延電磁結合

この場合、EvenモードとOddモードの2つのモードが存在する。距離hを変化させた場合の各モードにおける共振周波数の変化と、その周波数における損失(インピーダンスの実部)を評価したものが図6である。比較のた

めに単独のメタ原子の共振周波数とインピーダンスの実部も同時に示されている。

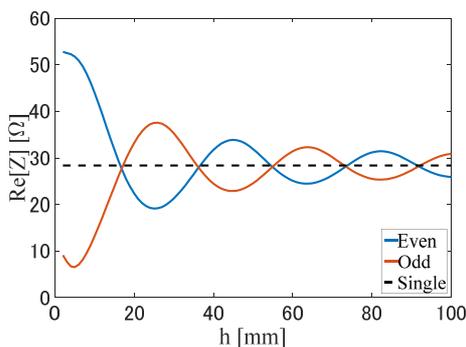
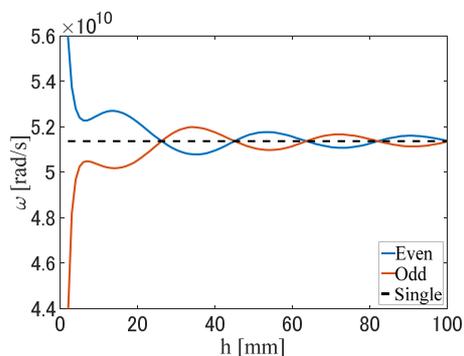


図 6 各モードの共振周波数と損失

距離 h が変化すると、約半波長ごとに伝搬遅延の影響で結合の方向が変化することが確認できる。また、両モードの共振周波数が一致する距離では損失は大きく異なっており、インピーダンスの実部と虚部が関連して変化していることがわかる。

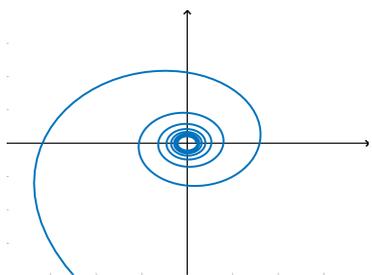


図 7 相互インピーダンスの複素平面上的変化

その関係性を明確化するために、相互インピーダンスを複素平面上で示すと図7のようになり、距離が増えるにしたがって円を描きながら原点に近づいていく。このことは共振周波数と損失が関係していることを示している。また、従来の伝送線路による遅延の場合は、線路が無損失の場合には相互インピーダンスは虚軸上でのみ変化するため、損失に

対する寄与は無い。この意味でも従来の伝送線路に基づく遅延と、このモデルにおける遅延結合が異なっていることが確認できる。

これらの事実は有限要素法 (HFSS) による固有モード解析や TEM 伝送線路を用いた実験においても確認された。

(3) さらに図8のように周期的にメタ原子を配置した場合について、その分散特性を扱った。

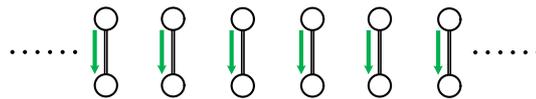


図 8 分散特性と損失

このような周期構造の場合はインピーダンス行列が巡回行列になるため、フーリエ変換を用いることで、容易に分散特性を計算することが可能になる。

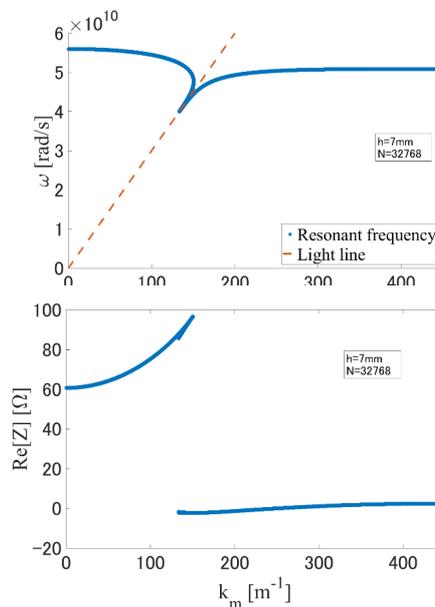


図 9 分散特性と損失

図9に分散特性と、その共振時における損失を示す。メタ原子に結合が無い場合、共振周波数は波数に依存しないが、結合が生じることで波数に依存する。特にライトラインのところでは大きく湾曲し、ライトラインに沿った分散特性が表れる。また、損失については、ライトラインの右側ではほぼ0になる。この特性が、伝搬遅延によりインピーダンスの実部が sinc 関数になることにより生じることを、解析的に示すことができた。

2 個のメタ原子の結合共振の場合に現れた共振周波数と損失の関係が、周期構造においてはライトラインを境界として不連続的

に表れることが確認できる。つまり、ライトラインの右側では外部との結合が無くなり、放射損が消滅する一方でライトラインの左のモードでは単独の場合に対して損失が増える。

(4) 単導体線路については、外部励振の項を含めて線電荷密度 Q と電流 I に対する次の波動方程式で表現されることを明らかにした。

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} Q \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -j\omega \\ -j\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ I \end{bmatrix} - \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln ka} \begin{bmatrix} \frac{\alpha Q(0)}{4\pi\epsilon_0} e^{-\alpha\sqrt{z^2+r^2}} + \frac{\alpha Q(L)}{4\pi\epsilon_0} e^{-\alpha\sqrt{L^2+z^2}} + E^{ex} \\ 0 \end{bmatrix}$$

右辺第2項が遅延相互作用によるフィードバック及び外部励振の項である。実際に図10のような単導体線路に対して均一な電磁界が入射した場合の中央における電流の大きさの周波数特性を図11に示す。

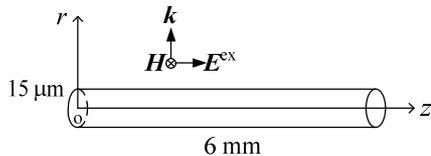


図10 1本の単導体線路

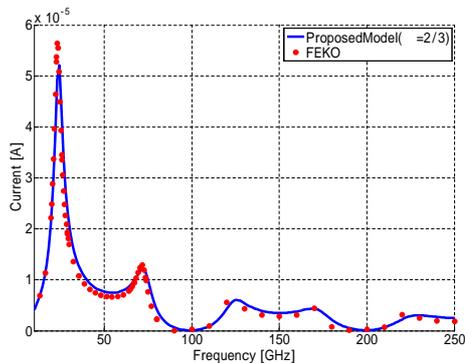


図11 導体線中央における電流値

完全導体の単導体線路において遅延相互作用を考慮しない場合は、共振する周波数において電流が無限大に発散するが、このモデルでは、有限の値が得られ、モーメント法による電磁界解析(FEKO)に近い特性が得られる。このように、1本の単導体線路を分割することなく扱える等価回路モデルが得られた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 1件)

T. Hisakado, K. Yoshida, T. Matsushima, O. Wada, Equivalent Circuit Model for Meta-Atoms, Consisting of Wired Metallic Spheres, IEICE Trans.

Electronics, E100-C, pp.305-312, 2016.

〔学会発表〕(計 8件)

R. Nakata, T. Hisakado, T. Matsushima, O. Wada, Analysis of Dispersion Splitting on Light Line by Characteristic Roots of Retarded Circuit Equation, Proc. PIERS, 2017年11月22日, Singapore.

T. Kimura, T. Hisakado, T. Matsushima, O. Wada, Time Domain Model for Reaction of Radiation on Thin Cut Wires, Proc. Metamaterials, 49, 2016年9月19日, Chania.

仲田涼馬、久門尚史、松嶋徹、和田修己、遅延電磁結合を含む平面メタ原子の回路モデルと検証実験、電子情報通信学会ソサエティ大会、2016年9月20日、札幌市。

木村琢也、久門尚史、松嶋徹、和田修己、単導体線路における外部励振の理論的表現、電子情報通信学会総合大会、2016年3月15日、福岡市。

大石克也、久門尚史、松嶋徹、和田修己、遅延を考慮した集中定数回路における放射の表現、電子情報通信学会ソサエティ大会、2015年9月8日、仙台市。

久門尚史、木村琢也、松嶋徹、和田修己、単導体線路モデルにおける放射損の定式化、電子情報通信学会技術報告、2017年11月10日、天童市。

久門尚史、木村琢也、松嶋徹、和田修己、外部励振および放射を含む単導体線路の定式化、電子情報通信学会 技術報告、2016年4月15日、金沢市。

木村琢也、久門尚史、松嶋徹、和田修己、単導体線路の端点で生成される電界を用いた自己誘導電流による放射損の表現、2015年10月23日、仙台市。

6. 研究組織

(1) 研究代表者

久門 尚史 (HISAKADO Takashi)
京都大学・大学院工学研究科・准教授
研究者番号：80301240

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：

(4) 研究協力者

()