

令和元年6月21日現在

機関番号：16101

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2015～2018

課題番号：15K06146

研究課題名(和文) 部分空間同定法の分散解析

研究課題名(英文) Covariance Analysis of Subspace Identification Methods

研究代表者

池田 建司 (IKEDA, Kenji)

徳島大学・大学院社会産業理工学研究部(理工学域)・准教授

研究者番号：80232180

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：部分空間同定法により推定されたシステム行列の推定誤差の大きさを考察した。まず、PO-MOESP法により求めたシステム行列の推定誤差の陽な形の式を導出した。これにより原理的には推定値の分散を計算することが可能となった。しかしながら、分散を推定するためには、先に求めたシステム行列のほか、カルマンゲインとイノベーション過程の共分散行列を推定する必要がある。筆者の知る限り、部分空間同定法の枠組みにおける、これらの一致推定値はまだ存在しない。そこで、これらの一致推定値を求めるための問題を線形行列不等式を用いて定式化し、これらの一致推定値を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

部分空間の間の開き(gap)という概念を用いてシステム行列の推定誤差の公式を求めた。これにより、PO-MOESP法はシステム行列の一致推定値を与えることを示した。また、カルマンゲインとイノベーション過程の共分散行列を求める問題を半正定値計画問題として定式化できることを示した。これにより、データ長に比例した計算量でイノベーションモデルの一致推定値を得ることが可能となった。また、システム行列の推定値の共分散行列も計算できるため、様々な解析に応用可能である。

研究成果の概要(英文)：Magnitude of the estimation error of the system matrices in subspace identification methods are considered. First, an explicit formulation of the estimation error in PO-MOESP methods are derived. This enables us to evaluate the covariance of the estimate. However, Kalman gain and the covariance of the innovations process are required for the covariance of of the estimate. As far as the author's knowledge, there are no consistent estimates of them. The problem of estimating them is formulated by using linear matrix inequality and the consistent estimates are obtained.

研究分野：制御工学

キーワード：部分空間同定法 一致推定値 イノベーションモデル 分散解析 半正定値計画問題

1. 研究開始当初の背景

- (1) 部分空間同定法の多くの推定値は、漸近的一致推定値であることが報告されていた。すなわち、データ行列の横方向だけでなく縦方向も大きくしていかないと、真値に近づかない。システム行列を推定する際、座標変換の自由度が存在するので、誤差とカウントすべきでないものまで誤差とカウントしてしまう分散解析手法があった。そこで座標変換に依存しない不変パラメータを求めるといった観点から、新しい分散解析手法を開発する必要があった。
- (2) カルマンフィルタ理論に基づくイノベーションモデルは、多くの部分空間同定法の出発点となっている。しかしながらイノベーションモデルは漸近的一致推定値しか得られておらず、一致推定値は得られていなかった。特にカルマンゲインとイノベーション過程の共分散行列の一致推定値は筆者の知る限り存在していなかった。

2. 研究の目的

- (1) 不変パラメータの推定という観点から、部分空間の間の開き(gap)という概念に注目し、特異部分空間のgapに基づく部分空間同定法の分散解析手法の開発を目的とした。これにより、伝達関数や周波数応答など座標変換に関して不変な性質の分散解析が可能となる。
- (2) システム行列の推定値の共分散行列を求めるためにはカルマンゲインとイノベーション過程の共分散行列の推定も必要となる。これらの一致推定値を求めることも目的となる。この問題は2000年代には既に認識されていて、いくつか研究されたが、一致推定値は得られなかったという挑戦的な課題である。

3. 研究の方法

(1) Gapに基づく分散解析:

部分空間同定法では、ある行列の特異値分解によりシステムの次数を推定し、PO-MOESP法ではさらにその左特異部分空間(左特異ベクトルの張る空間)からシステム行列を推定する。従来は、特異ベクトルの摂動をもとに分散解析をしていたが、それでは、座標変換に関する不変パラメータに影響を与えないような摂動も誤差成分としてカウントされてしまうため、漸近的一致推定値として扱われてしまっていた。本研究では、特異部分空間のgapに関する補題を導出し、その補題に基づいてシステム行列の推定値の推定誤差を導出する。

(2) カルマンゲインとイノベーション過程の共分散行列の一致推定値:

部分空間同定法では未来の出力を過去の入出力と未来の入力に回帰してシステム行列を推定する。その残差の平方和(SSR: Sum of Squared Residuals)から雑音の共分散行列を推定することを考える。この方針で雑音の共分散行列を求める場合、状態の初期値の項が漸近バイアスとして推定値に重畳してしまうという問題点がある。その影響を取り除くため、SSRを拡大可観測性行列の張る空間の補空間に射影してから雑音共分散行列を求めることを考える。ところが、この射影により雑音共分散行列を求める問題は不定となり、解の一意性が成り立たなくなる。さらに、カルマンゲインとイノベーション過程の共分散行列を雑音共分散行列として直接求めようとすると、変数にランク制約条件が必要となり、これは非凸条件となるため、非線形最適化問題を解かなければならない。これらの問題を解決することが、計算効率の良い一致推定値の開発につながる。

4. 研究成果

(1) 特異部分空間のgapに関する補題:

摂動を受けた行列の特異部分空間と摂動を受ける前の特異部分空間の間のgapに関する公式を導出した。摂動項に対して線形な表現となっており、従来の特異ベクトルの摂動と比べても非常に簡単な表現で、使い勝手が良い。これにより、拡大可観測性行列の推定誤差の非常にコンパクトな表現を得た。したがって、拡大可観測性行列から求められる状態行列(A行列)と出力行列(C行列)の推定誤差も陽な形で求めることができた。すなわち、PO-MOESP法におけるシフト不変性を用いた場合の状態行列と出力行列の推定誤差の公式が得られた。また、N4SID, robust N4SIDの推定誤差も求めた。

(2) システム行列の推定誤差解析:

上記(1)で述べた通り、状態行列と出力行列の推定誤差の公式は拡大可観測性行列の推定誤差から比較的簡単な表現が得られた。入力行列(B行列)と直達行列(D行列)については、ある最小二乗問題を解いて得られるので多少複雑な表現にはあるが、推定誤差の公式を得た。これにより、データ長をNとすると、PO-MOESP法におけるシステム行列の推定誤差のうち、 $1/N$ のオーダーの項はすべて列挙したことになる。これにより、PO-MOESP法の

推定値は一致推定値であることが示された。また、 $1/N$ のオーダーの項はすべて平均 0 の雑音なので、バイアス項が存在するとしても $1/N$ のオーダーであり、分散に比べて無視できる大きさであることがわかる。別の解析により、N4SID の推定値は漸近的一致推定値となることを示すことができるので、PO-MOESP 法の N4SID 法に対するある種の優位性が示されたことになる。

(3) イノベーションモデルの一致推定:

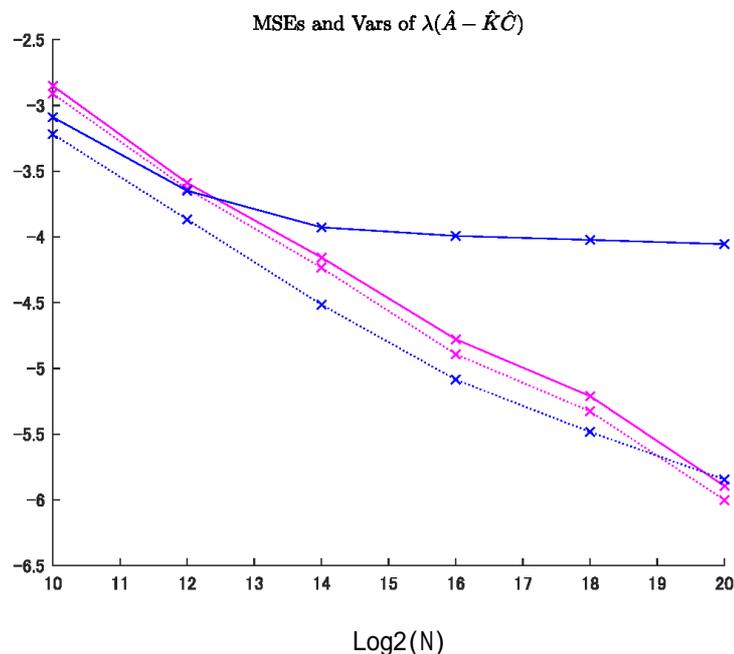
システム同定において推定値だけでなくその共分散行列を与えることは、推定の精度を知るうえで非常に重要である。先に述べたシステム行列の推定誤差解析より、システム行列の推定値の共分散行列はカルマンゲインとイノベーション過程の共分散行列に依存していることがわかった。ところが、部分空間同定法の枠組みにおけるこれらの推定値はすべて漸近的一致推定値となっており、一致推定値は得られていない。そこで、雑音共分散行列の推定でよく用いられる残差の平方和(SSR: Sum of Squared Residuals)からこれらを推定することにした。カルマンゲインとイノベーション過程の共分散行列はイノベーションモデルに現れる雑音であり、同じイノベーションモデルをもつガウス=マルコフモデルは無数に存在する。イノベーションモデルは雑音の共分散行列にランク制約条件を課したガウス=マルコフモデルとして表される。当初、このランク制約条件のため、推定問題はBMI(Bilinear Matrix Inequality)問題として定式化され、非線形最適化問題を解かなければならなかった。そのため、非線形最適化問題の効率的な解法や、局所的な収束性などについても研究し、一定の成果を得た。しかしながら、大域的な収束性は保証されないという問題は残ったままであった。

ランク制約条件を無視すれば、問題は変数に関して線形となるため、LMI(Linear Matrix Inequality)問題として定式化される。しかしながら、この問題は単位行列と変数のクロネッカー積という特殊な構造をもつ問題となっている。このままでは問題の可解性などが明らかでないため、最小化するノルムの中身を列展開し、その係数行列の陽な表現を得た。その係数行列のランクを調べたところ、列フルランクにはならず、したがって、LMI 問題は不定(indeterminate)となってしまうことがわかった。一方、その係数行列のランクは状態行列、出力行列と future horizon と呼ばれる設計パラメータから一意に決定され、さらに、future horizon がシステムの次数と出力の数から決まるある値以上であれば、その係数行列が取り得る最大のランクをジェネリックな意味で達成することも判明した。

上の係数行列が最大ランクをとるとき、LMI 最適化問題の解は不定ではあるが、ある共通の性質をもつことも明らかになった。すなわち、得られた最適解から求められる雑音共分散行列をもつガウス=マルコフモデルは共通のイノベーションモデルをもつことがわかった。よって、LMI 最適化問題によって雑音共分散行列を推定した後、カルマンフィルタ問題を解くことによって、イノベーションモデルの唯一の推定値を得ることができる。当初考えていたランク制約条件は必要ないことがわかった。

以上より、イノベーションモデルの一致推定を得る問題は半正定値計画問題として定式化することができ、数値的に安定な解法により大域的最適化を見つけることができることがわかった。イノベーションモデルの一致推定値が得られたことにより、雑音のスペクトル密度関数も一意に求められたことになる。

一致性を確認するため数値実験を行った。提案手法(マゼンタ)とPBSID法(青)で求めた(A-KC)の固有値の推定値の分散(点線)とMSE(Mean Squared Error)(実線)を右図に示す。どちらも分散は小さくなっているのにしたがって1点へ近づいていることになるが、PBSID法のMSEはある値より小さくなっていないので、真値とは別の点に近づいていることになる。提案手法はNの増加とともに真値に近づいている(一致性が成り立っている)。



(4) 最適な重み行列の選び方:

部分空間同定法では、ある行列の前後から正定な重み行列を掛けてから特異値分解する。PO-MOESP 法においてその最適な重み行列がどのようになるか、システム行列の誤差解析から明らかとなる。前から掛ける重み行列の最適値は、D. Bauer and L. Ljung, Automatica 2002 にて解析されている。後ろから掛ける重み行列の最適値は、K. Ikeda, MTNS 2014 にて解析されている。得られた重み行列は Larimore タイプの CCA 法のものに一致する。システム行列の推定誤差の陽な公式が得られているため、解析が簡略化された。

(5) 周波数領域での分散解析:

周波数応答は座標変換に依存しないので、提案手法による分散解析は保守性の少ない結果を与えると期待される。システム行列から求められる伝達関数の分散に関する公式を導出し、各周波数における誤差分散を計算すればよい。システム同定実験を 1 回行った結果から、推定値の分散を評価できるので、実用上有益であると考えられる。

5 . 主な発表論文等

[学会発表](計 25 件)

Kenji Ikeda and Hideyuki Tanaka : On the Uniqueness of the Estimate of Innovations Model, The 2019 Asian Control Conference, 査読有, pp.1313-1318, Kiyokuni, June, 2019.

池田 建司, 田中 秀幸 : 不可到達な確率系をもつ安定限界なシステムの同定, 第 6 回制御部門マルチシンポジウム, pp.342-347, 2019 年 3 月.

池田 建司, 田中 秀幸 : 初期状態を考慮した部分空間同定法のためのもう一つの半正定値計画問題, 第 61 回自動制御連合講演会, pp.205-212, 2018 年 11 月.

Kenji Ikeda and Hideyuki Tanaka : On the Uniqueness of Spectral Density Function in an SDP Problem for the Estimation of Innovations Model, Proceedings of SICE Annual Conference 2018, 査読有, pp.1483-1488, Nara, Sep. 2018.

Hideyuki Tanaka and Kenji Ikeda : Closed-loop subspace identification algorithm based on finite-interval realization, Proceedings of SICE Annual Conference 2018, 査読有, pp.1489-1492, Nara, Sep. 2018.

Hideyuki Tanaka and Kenji Ikeda : Closed-loop subspace identification taking initial state into account, 18th IFAC Symposium on System Identification (SYSID 2018), 査読有, pp.604-609, Stockholm, July 2018.

<https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.09.229>

池田 建司, 田中 秀幸 : イノベーションモデル推定のための SDP 問題における可同定性について, 第 5 回 制御部門マルチシンポジウム, pp.1183-1188, 2018 年 3 月.

https://www.jstage.jst.go.jp/article/jacc/60/0/60_1441/_pdf

Kenji Ikeda and Hideyuki Tanaka : An SDP Formulation for Consistent Estimate of Innovations Model, The 2017 Asian Control Conference, 査読有, pp.1772-1777, Gold Coast, Dec. 2017.

DOI: 10.1109/ASCC.2017.8287442

田中 秀幸, 池田 建司 : 半正定値計画問題により初期状態を考慮した確率部分空間同定法, 第 60 回自動制御連合講演会, 1447-1454, 2017 年 11 月.

https://doi.org/10.11511/jacc.60.0_1447

池田 建司, 田中 秀幸 : 変数変換を用いたイノベーションモデル推定問題の定式化, 第 60 回自動制御連合講演会, pp.1441-1446, 2017 年 11 月.

https://doi.org/10.11511/jacc.60.0_1441

Kenji Ikeda : An LMI Problem for Consistent Estimate of Innovations Model, Proceedings of SICE Annual Conference 2017, 査読有, pp.587-590, Kanazawa, Sep. 2017.

DOI: 10.23919/SICE.2017.8105577

Hideyuki Tanaka and Kenji Ikeda : Identification of Linear Stochastic Systems Taking Initial State into Account, Proceedings of SICE Annual Conference 2017, 査読有, pp.583-586, Kanazawa, Sep. 2017.

DOI: 10.23919/SICE.2017.8105553

田中 秀幸, 池田 建司 : 拡大可観測行列の零空間に基づく閉ループ同定, 第 4 回制御部門マルチシンポジウム, pp.1357-1364, 2017 年 3 月.

池田 建司 : イノベーションモデルの一致推定のための解法の局所収束性, 第 4 回 制御部門マルチシンポジウム, pp.1365-1370, 2017 年 3 月.

池田 建司 : Cholesky Factor を用いた Kalman ゲインの推定手法の収束性について,

- 第 59 回自動制御連合講演会, pp.455-458, 2016 年 11 月.
https://www.jstage.jst.go.jp/article/jacc/59/0/59_455/_pdf
- Hideyuki Tanaka and Kenji Ikeda : An equation for estimating Kalman gain based on the finite-interval stochastic realization, Proceedings of SICE Annual Conference 2016, 査読有, pp.186-189, Tsukuba, Sep. 2016.
- Kenji Ikeda : Consistent Estimates of Kalman Gain and the Covariance of the Innovations Process, Proceedings of SICE Annual Conference 2016, 査読有, pp.182-185, Tsukuba, Sep. 2016.
- Kenji Ikeda : Consistent Estimate of Innovations Model, Preprints, 12th IFAC International Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing, 査読有, pp.1-6, Eindhoven, June 2016.
<https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.07.939>
- 池田 建司 : Cholesky 分解を用いた Kalman ゲインの一致推定, 第 60 回システム制御情報学会研究発表講演会, pp.1-4, 2016 年 5 月.
- 池田 建司 : カルマンゲインの一致推定値の数値的解法, 第 3 回制御部門マルチシンポジウム, pp.403-408, 2016 年 3 月.
- 21 Kenji Ikeda : Frequency Domain Uncertainty in PO-MOESP Method, Proceedings of the 47th ISCIE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications, 査読有, pp.104-111, Honolulu, Dec. 2015.
https://www.jstage.jst.go.jp/article/sss/2016/0/2016_104/_pdf
- 22 池田 建司 : イノベーション過程の共分散行列の一致推定値, 第 58 回自動制御連合講演会, pp.1-6, 2015 年 11 月.
- 23 Kenji Ikeda : Consistent Estimate of Kalman Gain in Subspace Identification Method, The 2015 IEEE Control Systems Society; Multiconference on Systems and Control, 査読有, pp.151-156, Sydney, Sep. 2015.
DOI: 10.1109/CCA.2015.7320625
- 24 Kenji Ikeda and Hiroshi Oku : Estimation Error Analysis of System Matrices in Some Subspace Identification Methods, Proceedings of 10th Asian Control Conference, 査読有, pp.1-6, Kota Kinabalu, June 2015.
DOI: 10.1109/ASCC.2015.7244557
- 25 池田 建司 : 閉ループ環境における部分空間同定法の誤差解析, 第 59 回システム制御情報学会研究発表講演会, pp.1-4, 2015 年 5 月.

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。