

令和元年6月24日現在

機関番号：14301

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2015～2018

課題番号：15K13417

研究課題名(和文) 球面螺旋座標を用いた全球大気シミュレーションコードの開発

研究課題名(英文) Development of global atmospheric simulation code using spherical helix

研究代表者

榎本 剛 (Enomoto, Takeshi)

京都大学・防災研究所・准教授

研究者番号：10358765

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,500,000円

研究成果の概要(和文)：数値天気予報や気候変動予測に用いられる大気大循環モデルでは、大気大循環を支配する偏微分方程式系は球面上で離散化される。本研究では、球面上で多数の点を準一様に分布させることが容易な球面螺旋を用いた数値手法を開発した。球面螺旋節点は北極から南極までを1本の曲線で結び、節点と螺旋の巻きとの間隔を等しく取ることにより得られる。球面螺旋節点は、最小エネルギー節点や正二十面体を再分割し最適化した節点などと比較して、一様性が高いことが分かった。また、節点からの距離のみに依存する動径基底函数による展開を用いた浅水波モデルを構築し標準実験で検証したところ、球面螺旋節点の有用性が明らかになった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

球面上の偏微分方程式系は、気象学のみならず、地球物理学の諸分野、天文学、電磁気学など球を扱う様々な理工学の問題に現れる。極問題などトポロジーが球面であることに起因する様々な困難は分野をまたいで共通の問題である。そのため、球面螺旋節点の有用性を示した本研究の成果は大気大循環モデルへの応用だけでなく、理工学の様々な分野での応用が期待される。また、本研究の特徴のもう一つの特徴である動径基底函数による離散化についても、様々な幾何形状の問題に対して柔軟に適用でき、高次精度を得ることが可能であるため、様々な問題への応用が期待される。

研究成果の概要(英文)：In the atmospheric general circulation models, the governing partial differential equations are discretized on the sphere. In this study, a novel numerical method is developed using a spherical helix that allows to distribute many points evenly on the sphere. Spherical helix nodes are obtained by connecting the Poles with a single curve and by equating the interval and pitch. Spherical helix nodes are found to achieve more uniform distribution than minimum energy or icosahedral nodes. In addition, a shallow water model using the radial basis functions are constructed and evaluated with the standard test cases to reveal advantages of spherical helix nodes.

研究分野：気象学

キーワード：大気大循環モデル 球面螺旋 動径基底函数 偏微分方程式 離散化 浅水方程式

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

球面上に多数の点を準一様に配置するという問題は、21世紀の未解決な数学の問題のひとつである。この問題は、化学においてはフラーレンに代表される分子構造、物理学においては点電荷の配置 (J. J. Thomson の問題)、計算科学では球面上の積分や計算複雑性理論、植物学では花粉の小孔の配置 (Tammes の問題) やウイルス形態学、結晶学などにも現れる。測地学では、格子の数を数えて面積を求める簡便な方法がある。精度よく面積を求めるには、格子配置が準一様である必要がある。地球電磁気学のマントル対流モデルや気象学における全球大気シミュレーションコードのような球殻中や球面上の流体計算にも準一様な格子が望ましい。

2. 研究の目的

球面上の偏微分方程式の数値解法は、理工学のような様々な分野に必要である。球面螺旋節点は、球面上の数値解法に望ましいとされる準一様節点のひとつである。球面螺旋節点では、北極と南極とを結ぶ一本の螺旋の上に格子を配置する。球面螺旋節点には、イ) 生成が簡単で、ロ) 一様性が高く、ハ) 節点数を自由にとれるという特長がある。これらの特長は、既存の節点生成法が節点数の増大とともに直面する問題の解決に寄与することが期待される。本研究では、球面螺旋節点の特長を生かした全球大気シミュレーションコードを開発・検証し、高速・高精度な球面上の数値解法を確立することを目的とする。

3. 研究の方法

(1) 準一様節点

最小エネルギー節点 (ME, 図 1a) は、球面に電荷を配置し、ポテンシャルエネルギーが最小となる配置を反復法で求める。本研究では、Wright (2016) が公開している節点データ sphrepts を用いた。

正二十面体節点 (図 1b) は、NICAM の格子点 (NI, Iga 2015) の提供を受け、標準的に用いられている格子点を採用した。

球面螺旋節点 (SH, 図 1c) は、Bauer (2000) に基づき、節点をほぼ一様に配置するように螺旋上の節点の間隔と螺旋の巻きと巻きとの間隔が等しくなるように生成した。

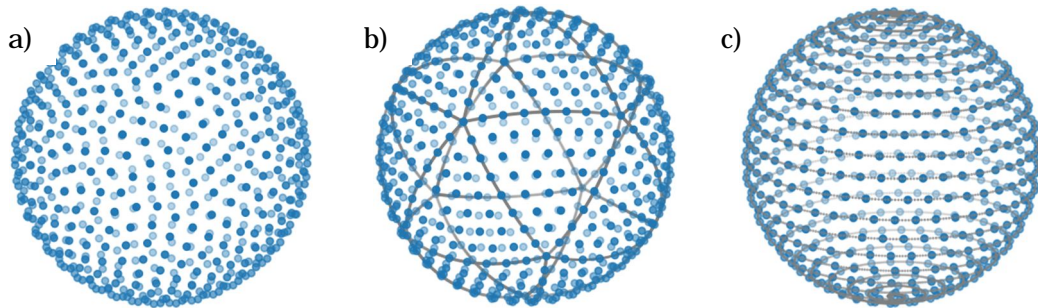


図 1 準一様節点。a) 最小エネルギー節点, b) NICAM の正二十面体節点, c) 球面螺旋節点。節点数は 642

(2) 動径基底函数

動径基底函数 (RBF) は、節点からの距離のみに依存する函数である。RBF による函数の展開は RBF を要素とする内挿行列と係数ベクトルとの積で表すことができる。係数ベクトルは節点において与えられたデータと値が一致する選点法の条件を課し、線型方程式を解くことにより得られる。

(2) 浅水波モデル

極におけるベクトルの特異性を避けるため、Flyer and Wright (2009) に従いデカルト座標系での浅水波方程式を解く。微分演算子は内挿行列から求めることができ、時間積分に先立ってあらかじめ計算しておく。

(3) 標準実験による検証

Williamson et al. (1992) の標準実験を行い、精度検証を行う。

参考文献

- Bauer, R., 2000: Distribution of points on a sphere with application to star catalogs," J. Guid. Control Dyn., 23, 130–137.
- Flyer, N. and G. B. Wright, 2009: A radial basis function method for the shallow water equation on a sphere. Proc. Roy. Soc. A., 465, 1949–1976.
- Iga, S., 2015: Smooth, seamless, and structured grid generation with flexibility in resolution distribution on a sphere based on conformal mapping and the spring dynamics method.

J. Comput. Phys., 297, 381–406.

Williamson, D. L. J. J. Hack, R. Jakob, and P. N. Swarztrauber, 1992: A standard test set for numerical approximations to the shallow water equations in spherical geometry. J. Comput. Phys., 102, 211–224.

Wright, G, 2016: <https://github.com/gradywright/spherepts>, 2019/6/10 閲覧.

4. 研究成果

(1) 一様性

理想的な一様性からのずれを計算したところ、ME はところどころ誤差が大きい領域が見られた。これは「傷」と呼ばれている。ポテンシャルエネルギーの最小化は反復計算により行われるが、最小値ではなく局所極小解が得られている可能性がある。NI は正二十面体の面や辺では誤差が小さいが、12点ある頂点付近で誤差が大きいことが分かった。SH は3種類の中で誤差がもっとも小さい。誤差が大きいのは、極付近に限られている。極付近では、螺旋の曲率が大きく、隣接する節点が正方形から大きく歪むためであると考えられる。

(2) 浅水波標準実験

Williamson et al. (1992) の標準実験で精度検証を行った。Case 2 と 3 はそれぞれ剛体回転及び理想化された中緯度偏西風に対する安定性を調べる。Case 5, 6, 7 では、それぞれ孤立峰を越える東西風, Rossby-Haurwitz 波, 500 hPa 解析場からの予報で検証する。節点数は NI の制約により 2562 を用いた。時間刻み幅 Δt は case 2, 3, 5 で 24 分, 6 及び 7 で 15 分である。case 5, 6, 7 には数値粘性を用いた。

誤差の時間発展の一例を図 2 に示す。Case 2 では、SH の誤差が積分期間のほとんどで最も小さく、振動も少ない。これに対し、NI や ME は誤差が数倍大きく、時間とともに変動している。振動の原因は明らかではないが、節点の非一様性の分布と関係している可能性がある。

標準実験の結果を表 1 にまとめる。2 と 7 で SH が 3, 5, 6 で NI が最も精度がよかった。5, 6, 7 の精度の差はわずかであり、現実的流れでは、節点分布の影響は誤差にほとんど反映されていない。

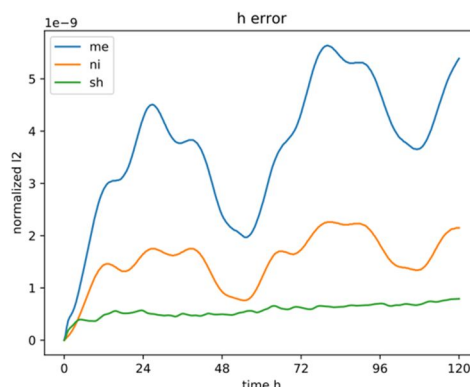


図 2 Case 2 における l_2 ノルム (平均二乗誤差平方根) で表した高度の解析解からの相対誤差。青, 橙, 緑はそれぞれ ME, NI, SH 節点。節点数 2562

| case | 2 | 3 | 5 | 6 | 7 |
|------|----------|---------|---------|---------|---------|
| ME | 5.39e-9 | 1.62e-8 | 7.89e-4 | 6.81e-3 | 5.54e-3 |
| NI | 2.15e-9 | 3.35e-9 | 7.67e-4 | 6.05e-3 | 4.44e-3 |
| SH | 7.91e-10 | 6.79e-9 | 7.82e-4 | 8.01e-3 | 4.04e-3 |

表 1 標準実験により得られた l_2 ノルム (平均二乗誤差平方根) で表した高度の相対誤差。節点数 2562

浅水波実験の結果から、SH は ME や NI に遜色がなく、テストの種類によっては最も精度が良いことが分かった。ME や NI は節点を求めるために反復計算を必要とする。NI は節点の数に制約がある。他方 SH は簡単に一様性の高い節点を得られる上、節点数が柔軟であり、高い精度が得られることから、大気大循環モデルに用いる節点として有望であると考えられる。

5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 6 件)

1. 榎本剛, 2018: 動径基底函数を用いた球面螺旋浅水波モデル. 京都大学防災研究所年報, 61B, 366–371.
2. 榎本剛, 2018: RBF 球面浅水波モデルの誤差特性に対する節点配置の影響. 日本流体力学学会年会 2018 講演論文集, ISSN2433-2666, 4pp.
3. 榎本剛, 2018: 球面螺旋を用いた浅水波モデル. 平成 29 年度「異常気象と長期変動」研究集会報告, 50–54.
4. 榎本剛, 2017: 三次八面体遞減ガウス格子. 天気 64, 189–191.
5. 榎本剛, 2016: フーリエ・ルジャンドル法の誤差特性. 京都大学防災研究所年報, 59B, 153–158.
6. Enomoto, T., 2015: Comparison of computational methods of associated Legendre functions. SOLA, , 144–149, doi:10.2151/sola.2015-033. (査読有)

〔学会発表〕(計 13 件)

1. Enomoto, T., Application of spherical helix nodes to a shallow-water model using radial basis functions. Workshop on partial differential equations on the sphere 2019, 2019/5/1
2. Enomoto, T., RAHOTS: Radial Basis Functions Along Helix On The Sphere, 4th International Joint Workshop on Computationally- Intensive Modeling of the Climate System and 9th OFES International Workshop, 2019/2/28
3. 榎本剛, RBF 球面浅水波モデルの誤差特性に対する節点配置の影響, 日本流体力学会 年会 2018, 2018/9/3
4. 榎本剛, 球面螺旋節点上の浅水波モデル, M-GI28 計算科学による惑星形成・進化・環境変動研究の新展開, 日本地球惑星科学連合 2018 年大会, 2018/5/23
5. 榎本剛, RBF を用いた浅水波モデルの標準実験による検証. 日本気象学会 2018 年度春季大会, 2018/5/19
6. 榎本剛, 距離基底函数を用いた球面螺旋浅水波モデル, 平成 29 年度京都大学防災研究所研究発表講演会, 2018/2/21
7. 榎本剛, 球面螺旋を用いた浅水波モデル. 「様々な結合過程をもたらす異常気象の実態とそのメカニズム」に関する研究集会, 2017/11/20
8. 榎本剛, RBF を用いた球面螺旋節点上の浅水波モデル, 日本気象学会 2017 年度秋季大会, 2017/10/30
9. 榎本剛, 球面螺旋上に節点を準一様配置した浅水波モデル, OS4 大気・海洋・惑星の流体力学, 第 64 回理論応用力学講演会, 2017/8/23
10. 榎本剛, ルジャンドル陪函数の計算手法の比較. 日本惑星科学連合 2016 年大会, 2016/5/23
11. 榎本剛, ルジャンドル陪函数の計算手法の比較. 日本天文学会 2016 年春季年会, 2016/3/15
12. 榎本剛, フーリエ・ルジャンドル法によるルジャンドル多項式の誤差特性 (D170)., 日本気象学会 2015 年度秋季大会, 2015/10/28
13. Enomoto, T., Error characteristics of Legendre polynomials computed with the Fourier-Legendre method. Workshop on Partial Differential Equations on the sphere 2015, 2015/10/21

〔その他〕

ホームページ等

- 榎本准教授が申請した平成 27 年度挑戦的萌芽研究が採択 <https://www.dpac.dpri.kyoto-u.ac.jp/2015/04/01/spherical-helix.html>

アウトリーチ

- 地球儀を作ろう 宇治キャンパス公開 2016 <https://www.dpac.dpri.kyoto-u.ac.jp/2016/10/19/uji-opencampus-2016.html>

6. 研究組織

(1)研究分担者

研究分担者氏名:

ローマ字氏名:

所属研究機関名:

部局名:

職名:

研究者番号(8桁):

(2)研究協力者

研究協力者氏名:

ローマ字氏名:

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。