

平成 30 年 6 月 12 日現在

機関番号：15201

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2015～2017

課題番号：15K17588

研究課題名(和文) 不確実性を持つ準凸計画問題に対するロバスト最適化

研究課題名(英文) Robust optimization for quasiconvex programming with uncertainty

研究代表者

鈴木 聡 (Suzuki, Satoshi)

島根大学・総合理工学研究科・助教

研究者番号：70580489

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,100,000円

研究成果の概要(和文)：準凸計画問題とは数理計画問題の一つであり、線形計画問題や凸計画問題では表現できない問題の解法を示すものとして近年大きな注目を集めている。一方、実用上の問題を数理モデル化する際には測定誤差等に起因するモデルの不確実性が生じ、その対応は重要な課題となっている。本研究の目的は、不確実性を適切に捉え強固で安定的な解を得るための手法として、不確実性を持つ準凸計画問題に対するロバスト最適化を提案することである。研究期間全体を通じて、不確実性を持つ多目的最適化問題に対する双対定理、双対定理とその必要十分な制約想定、最適性条件と解集合の特徴付け、準凸関数の性質に関する研究などを行った。

研究成果の概要(英文)：Quasiconvex programming problem is one of mathematical programming problems, and has attracted a great deal of attention in recent years as a method for problems which can not be expressed by linear or convex programming problem. On the other hand, when modeling a practical problem into a mathematical model, model uncertainty arising from measurement error etc. occurs, and its response is an important task.

The purpose of this research is to propose robust optimization for quasiconvex programming problem with uncertainty as a method to get a robust and stable solution. Throughout the research period, we studied duality theorems for multiobjective optimization problem with uncertainty, duality theorems and its necessary and sufficient constraint qualifications, optimality conditions and characterizations of the solution set, and properties of quasiconvex functions.

研究分野：数理計画問題

キーワード：数理計画問題 準凸計画問題 応用数学 凸解析

1. 研究開始当初の背景

数理計画問題とは、与えられた制約条件の下で目的関数の最小値とそれを与える点を求めよという問題である。各種の環境下で費用を最小に、又は利益を最大にするような計画を立てる場合、これをモデル化し数理計画問題として捉えることにより、迅速に効果の高い決定を行うことができる。

一方、実用上の問題を数理計画問題として扱う場合には問題の数理モデル化が必須であるが、モデル化においては状況把握の際に生じる測定誤差や将来予測の難しさ等に起因する不確実性が多くの場合生じる。このようなモデルの微小な変化が解の不安定性を引き起こす等、数々の問題が指摘されておりその対応は喫緊の課題となっていた。

2. 研究の目的

本研究の目的は、不確実性を持つ準凸計画問題に対するロバスト最適化の提案である。不確実性を適切に捉え強固で安定的な解を得るための手法として

- ・多目的最適化に対する双対定理
- ・生成集合及び共役関数による双対定理
- ・最適性条件と解集合の特徴付け等の双対性等に関する研究を行う。

3. 研究の方法

関連分野の論文・書籍からの情報収集、凸解析学等の数学的手法を用いた理論的な解析、コンピュータを用いた実例の観察、口頭発表及び論文投稿による成果発表、関連分野の研究者との共同研究・意見交換といったサイクルを絶やすことなく行う。特に成果発表・共同研究を積極的に行い、最新の情報や新たな着想を得て研究の発展に繋げる。

4. 研究成果

研究期間全体を通じた研究成果として

- ・不確実性を持つ多目的最適化問題に対する双対定理

- ・双対定理とその必要十分な制約想定
- ・最適性条件と解集合の特徴付け
- ・準凸関数の性質に関する研究

等がある。得られた結果は国内外の関連研究者から評価の高い各種学術雑誌に投稿・掲載されており、多くの引用を得ている。今後も同様の研究を継続することで更なる発展が期待できる。

以下に各年度に行った研究成果の詳細について述べる。

(平成 27 年度)

当初計画どおり、不確実性を持つ多目的最適化問題に対する双対定理に関する研究をおこなった。具体的には

1. 不確実性を持つ準凸ベクトル値最適化問題に対する surrogate 型ロバスト双対定理
2. 二種類の surrogate 双対定理に対して必

要十分となる制約想定

3. 準凸計画問題の解集合の特徴付けの提案を行った。

1 について、具体的にはベクトル値関数をスカラ化し、実数値計画問題に帰着させることによる解法を提案した。またベクトル値目的関数に対するロバスト対応として、集合値最適化の範疇に入るロバスト対応について研究し、その双対定理を提案した。

2 について、元来 surrogate 強双対性の必要十分な制約想定として提案されていたものが surrogate min-max 双対性の必要十分な制約想定ともなることを示した。この結果二種類の surrogate 双対定理はこの制約想定を通じて同値であるということが示され、制約想定の研究に関する新たな性質を示した。

3 について、解集合の特徴付けは数理計画問題の研究において重要であり、様々な種類の問題に対して豊富な研究結果がある。ここでは GP 劣微分を用いた最適性の同値条件を示し、これを用いて準凸計画問題の解集合の特徴付けを提案した。準凸計画問題においてはこのような同値条件に関する研究は難しく数が少なかったため、国内外の研究者から高い評価を受けた。

(平成 28 年度)

当初計画どおり、準凸関数の生成集合を応用した研究を行った。具体的には

1. 準凸不等式系に対する非線形 error bound の存在性
2. 分離可能凸計画問題に対する制約想定が不要な双対性

に関する研究を行った。

1 について、error bound の研究はアルゴリズムの収束性などに関連する重要な研究であるが、準凸関数はその性質から線形 error bound を一般的に持たない。ここでは準凸関数の生成集合を用いることで準凸不等式系が非線形 error bound を持つための必要条件について考察した。この結果を用いることにより、準凸計画問題に対するアルゴリズムの収束性に関する研究が進展することが予想される。

2 について、数理計画問題に対する双対定理においては通常制約想定と呼ばれる仮定が必要になるが、一方で制約想定が不要な双対定理が示されれば、より広範な問題に対して双対性を用いた問題解決が可能になる。ここでは準凸関数の生成集合を凸計画問題に適用することにより、分離可能凸計画問題に対する制約想定が不要な双対定理を示した。凸計画問題の研究は現在でも盛んに行われているが、準凸計画問題という一段上のレベルから凸計画問題を考察することにより、凸の範囲だけからでは生まれ得ない結果を示すことが出来ている。

(平成 29 年度)

当初計画どおり、準凸関数の生成集合を応

用した研究を行った。具体的には

1. 逆準凸計画問題に対する双対定理
2. 準凸関数の和に関する研究
3. 準凸計画問題の解集合の特徴付け
4. 準凸計画問題の制約想定

に関する研究を行った。

1 について、通常数理計画問題の制約集合は不等式系によって表されている。線形計画問題の場合は不等式の向きは問題にならないが、非線形の場合、不等式の向きによっては制約集合が凸にならない等様々な問題がある。ここでは逆準凸制約を持つ問題に対して、共役関数を用いた双対定理を提案した。逆準凸制約をもつ場合、問題の制約集合が非凸になる。これを共役関数によって凸集合の和集合として捉え、準凸計画問題における双対定理を利用して、新たな双対性を示した。これにより、逆準凸計画問題においても、準凸計画における双対性などを用いた問題解決が可能になる。

2 について、一般に準凸関数の和は準凸関数になるとは限らず、このことは問題解決において様々な困難を引き起こす。ここでは準凸関数の劣微分を用いて準凸性の同値条件を示し、準凸関数の和がまた準凸となるための必要条件について考察した。さらに和とスカラー積について閉じているような準凸関数の族を示すことにより Lagrange 双対定理が適用されやすい準凸計画問題のクラスを示した。

3 について、27 年度に行った解集合の特徴付けは特別な性質を持つ準凸計画問題にだけ適用できるものであった。よってこの研究を進展させ、一般の準凸計画問題に対する解集合の特徴付けを M 劣微分によって行った。 n 次元上の関数について通常の微分や劣微分を考えた場合、これらは n 次元のベクトルあるいは集合となる。一方で M 劣微分は $n+1$ 次元の集合となるなど、通常の微分や劣微分とは幾分異なった性質をもっている。よってこの概念を凸計画問題に適用することにより、凸の範囲だけからでは得られない新たな知見が得られる可能性を秘めている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 9 件)

1. S. Suzuki and D. Kuroiwa, Generators and constraint qualifications for quasiconvex inequality systems, *J. Nonlinear Convex Anal.* 18 (2017), 2101-2121.
2. S. Suzuki and D. Kuroiwa, Characterizations of the solution set for non-essentially quasiconvex programming, *Optim. Lett.* 11 (2017), 1699-1712.
3. S. Suzuki, Quasiconvexity of sum of

quasiconvex functions, *Linear Nonlinear Anal.* 3 (2017), 287-295.

4. S. Suzuki, Duality theorems for quasiconvex programming with a reverse quasiconvex constraint, *Taiwanese J. Math.* 21 (2017), 489-503.
5. S. Suzuki and D. Kuroiwa, Duality Theorems for Separable Convex Programming without Qualifications, *J. Optim. Theory Appl.* 172 (2017), 669-683.
6. S. Suzuki and D. Kuroiwa, Nonlinear Error Bounds for Quasiconvex Inequality Systems, *Optim. Lett.* 11 (2017), 107-120.
7. 黒岩 大史, 鈴木 聡, 準凸解析と最適化理論, *数学*, 68, (2016), 246-265.
8. S. Suzuki and D. Kuroiwa, A constraint qualification characterizing surrogate duality for quasiconvex programming, *Pac. J. Optim.* 12 (2016), 87-100.
9. S. Suzuki and D. Kuroiwa, Characterizations of the solution set for quasiconvex programming in terms of Greenberg-Pierskalla subdifferential, *J. Global Optim.* 62 (2015), 431-441.

[学会発表](計 7 件)

1. S. Suzuki, 逆準凸制約を持つ準凸計画問題について, 日本数学会 2018 年度年会, 東京大学駒場キャンパス, 2018
2. S. Suzuki, Quasiconvex programming with a reverse quasiconvex constraint, The 10th Anniversary Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, Chitose Cultural Center, Hokkaido, Japan, 2017
3. S. Suzuki and D. Kuroiwa, Nonlinear error bounds in terms of generators of quasiconvex functions, 非線形解析学と凸解析学の研究, 京都大学数理解析研究所, 2016
4. S. Suzuki and D. Kuroiwa, Surrogate duality for quasiconvex vector optimization with data uncertainty, The fifth International Conference on Continuous Optimization, National Graduate Institute for Policy Studies, Tokyo, Japan, 2016
5. S. Suzuki and D. Kuroiwa, Nonlinear global error bounds for quasiconvex inequality systems, The fifth Asian conference on Nonlinear Analysis and Optimization, Toki Messe, Niigata, Japan, 2016
6. S. Suzuki and D. Kuroiwa, 準凸計画問題における解集合の特徴付けについて, 日本数学会 2015 年度秋季総合分科会,

京都産業大学, 2015

7. S. Suzuki and D. Kuroiwa, Necessary and sufficient optimality conditions for quasiconvex programming, 非線形解析学と凸解析学の研究, 京都大学数理解析研究所, 2015

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

鈴木 聡 (SUZUKI, Satoshi)
島根大学・総合理工学研究科・助教
研究者番号：70580489

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：

(4) 研究協力者

()