

科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和 5 年 6 月 1 日現在

機関番号：17102

研究種目：基盤研究(B)（一般）

研究期間：2016～2020

課題番号：16H03924

研究課題名（和文）超平面配置の余不変式環論の創成とその表現論・幾何学の新展開

研究課題名（英文）Research on the coinvariant ring theory for hyperplane arrangements and the new developments of its representation and geometry

研究代表者

阿部 拓郎（ABE, TAKURO）

九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所・教授

研究者番号：50435971

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 13,600,000円

研究成果の概要（和文）：本研究計画は、当初予定していた目的を確実に達成したのみならず、それを超えて非常に大きな成果を得ることができた。まず余不変式環の超平面配置的視点からの一般化という点については、対数的ベクトル場から構成されるSolomon-寺尾代数を定式化し、それが実際、余不変式環の場合と同様に、正則冪零Hessenberg多様体のコホモロジー環となっていることを、共同研究として証明することができた。更に国際共同研究として、ワイル群作用に対する準不変式環と対応するワイル多重配置の対数的ベクトル場の関係を明らかにしたのみならず、その上部構造まで踏み込んで議論を進めることができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の成果は、超平面配置の研究において非常に大きな意義がある。まずその代数的な研究の主眼であった対数的ベクトル場の理論を、Hessenberg多様体を通じて幾何学的な理解とつなげたことが非常に重要である。元来特異点論という幾何学的視点から始められたその研究が、古典的な余不変式論の一般化として幾何学とつながったことで、本研究分野は大きく進展した。更に表現論的な視点から、やはり代数的な研究が主であった多重配置理論を、準不変式の表現論とつなげることができたのも非常に重要である。本研究は有理Cherednik代数ともつながり更なる広がりを見せており、極めて意義深い結果となった。

研究成果の概要（英文）：We achieved the main purposes of this research plan, and in fact we could go further so we can say that this research plan ends very successfully. First, we aimed at generalizing the theory of co-invariant algebras of Weyl groups from the viewpoint of the hyperplane arrangements. For that, we introduce a new algebra called the Solomon-Terao algebra constructed from the logarithmic vector fields of hyperplane arrangements, and we could show that when the arrangement is the ideal arrangement, then the corresponding Solomon-Terao algebra is nothing but the cohomology ring of the corresponding regular nilpotent Hessenberg variety as a joint research. Next we made the relation clear between the quasi-invariant ring of the Weyl group, and the logarithmic vector fields of multi-Weyl arrangements. Moreover, we could make this relation in a higher stage in the sense of Catalan and Shi-arrangements, and the discrete version of the quasi-invariants. This is an international joint work.

研究分野：代数学

キーワード：超平面配置 対数的ベクトル場 自由配置 Hessenberg多様体 多重配置 準不変式環 Solomon-寺尾代数 有理Cherednik代数

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

超平面配置の対数的ベクトル場は元来、超曲面の孤立特異点の変形理論を解析するために1970年代に斎藤恭司氏により導入された。他方、同時期に研究の萌芽がZaslavskyやOrlik、Solomonらにより存在した超平面配置の理論に、この対数的ベクトル場を、超曲面の特殊な場合として適用することで、寺尾宏明氏は超平面配置の代数・代数幾何的理論を1980年代に精力的に展開した。結果として現在では、本来の特異点論から独立した分野と言ってもよいレベルで独自の発展を遂げ、寺尾の分解定理といった代数と幾何・組み合わせ論を繋ぐ定理の存在なども相まって、超平面配置研究における一大研究分野を形成するまでに至った。

他方、超平面配置の代数としての対数的ベクトル場の研究は、それが自由加群となる場合、いわゆる自由配置の研究とそれに関連する組み合わせ論の研究が主であり、導入当初の幾何学との関連は薄れていた。無論対数的ベクトル場や自由性は代数・組み合わせ論的に非常に重要な対象であるが、その本義を鑑みれば、幾何学的な性質を調べることは極めて自然かつ重要な問題であった。

また同様の観点から、対数的ベクトル場と表現論のより深い関係を探ることも重要であり、そういった、対数的ベクトル場理論の新しい展開が望まれている、といった背景が存在していた。

2. 研究の目的

研究の背景を受けて本計画では、対数的ベクトル場の幾何学の創生、及び表現論的理解の促進を目的とした。より具体的には、(1) 研究代表者が以前から研究を進めていた、対数的ベクトル場とトポロジーを繋ぐSolomon-寺尾公式及びその周辺に登場する様々な複体や代数を詳細に研究し、幾何学との関連を得る、及び(2) 研究分担者の榎本直也氏らと昔から実験的に得られていた、コクセター配置に定数重複度を与えた多重配置の対数的ベクトル場と、対応するコクセター群から定まる準不変式環との関係を、有理Cherednik代数などを用いて表現論及び幾何学的表現論的に解析すること、を目指した。

3. 研究の方法

本研究は研究代表者の阿部のほかに、研究分担者として吉永正彦氏、榎本直也氏、村井聡氏、沼田泰英氏を加えて、更に前野俊昭氏、木村嘉之氏、鍛冶静雄氏、寺尾宏明氏ら、連携研究者(制度変更により途中からは研究協力者)とともに、代数・幾何・組み合わせ論・表現論の研究をそれぞれの専門性を生かして推進した。具体的には、研究代表者が全体を統括しつつ、代数・代数幾何的側面を中心に研究を行った。吉永氏はその広い知見を活かし、研究全体の副統括として代数・幾何・組み合わせ論・表現論すべての側面からの研究に参加しつつ、主として幾何的な解析を行った。榎本氏は表現論の専門家として、対数的ベクトル場と表現論の関係を準不変式の観点から行った。村井氏は可換環論やレフシェッツ性の専門家として、近年村井氏が共同研究を行ったHessenberg多様体との関連を代数・組み合わせ的観点から行った。沼田氏は表現論、組み合わせ論的観点から、対数的ベクトル場の幾何化のコホモロジー的観点からの研究を実施した。またそれを補佐する形で連携研究者は研究を実施した。つまり前野氏はレフシェッツ性的観点から、木村氏は幾何学的表現論の観点から、鍛冶氏は幾何・トポロジー・計算機の観点から、対数的ベクトル場の幾何学・表現論的研究を推進した。また寺尾氏は超平面配置研究の創始者のひとりとして、全体を見渡し適宜助言を行うことで、研究を活性化させる役割を担った。

4. 研究成果

本研究計画は非常に大きな成功を収めた。それは研究代表者が著者あるいは著者に含まれている、本研究計画に関連する論文が12本出版され、更に多数の研究発表の機会を得たことから明らかである。更にそのうち、研究代表者による国際研究集会での講演が14件ほどあることから、本研究計画が国際的に注目されていることを表している。これらの中でもまず、本研究計画の当初の目的であり、かつ研究の柱となった二つの大きな研究成果について説明する。

まず超平面配置の代数たる対数的ベクトル場の幾何学についての研究成果を説明する。本研究で研究代表者が注目したのは、Solomonと寺尾によって証明されたSolomon-寺尾公式の証明中に出てくる二変数多項式とその特殊化、及び彼らが複体と呼んだものであった。研究代表者は、対応する超平面配置がワイル配置の場合、この多項式(Solomon-寺尾多項式と、研究代表者

と研究分担者の沼田氏、村井氏及び連携研究者の前野氏らの論文により命名された)の特殊化がワイル群に対応する旗多様体のポアンカレ多項式と一致することが判明した。更に研究代表者は、上の複体 (Solomon-寺尾複体) の 0 次のホモロジー群 (Solomon-寺尾代数) が、旗多様体のコホモロジー環と同型となることを、斎藤恭司氏によるワイル配置の対数的ベクトル場の基底構成まで戻ることによって発見した。この発見に力を得て、Solomon-寺尾代数はある多様体のコホモロジー環なのではないか、という観点から村井氏とともに研究を進め、その候補として近年トリークトポロジーなどの分野で注目を集めている Hessenberg 多様体にたどり着いた。そこでその専門化である大阪市立大学の柘田幹也氏らの研究チームとともに共同研究を進めた結果、ルート系のイデアルと呼ばれる部分集合に対応するイデアル配置から構成される Solomon-寺尾代数と、同じイデアルと正則冪零元から構成される Hessenberg 多様体のコホモロジー環が同型であるという衝撃的な結果を証明するに至った。これにより Solomon-寺尾理論は、超平面配置の代数と幾何学を繋ぐ新しいツールとして国際的に認知され、超平面配置研究の新しい分野を切り開くことに成功した。更に本論文では、Sommers-Tymoczko による、超平面配置と Hessenberg 多様体に関連する二つの予想のうち残っていた一つを完全に解決し、更に Hessenberg 多様体関連の様々な予想を解決するなど、インパクトの大きな結果となった。Hessenberg 多様体研究は A 型の場合が主であるが、本研究はルート系の分類によらない統一的な結果であることもその重要性を裏打ちしており、例えば正則冪零 Hessenberg 多様体のベッチ数は一般にはわかっていなかったが、本研究結果を用いることで初めて明示的に与えられるなど、非常に大きな進展を当該分野にもたらした。本結果は数学分野におけるレベルの高い歴史ある、いわゆるクレレ誌に掲載されており、国際的にも高い評価を得ている。またこれにより認知された Solomon-寺尾理論は、研究代表者と分担者の沼田氏、村井氏及び連携研究者の前野氏らにより一般的に研究が行われ、その諸性質がまとめられた。特に超平面配置の自由性と、対応する Solomon-寺尾代数が完全交差環であることの同値性の証明は、超平面配置の代数と有限次元代数・環論を強く結びつけることで、新たな研究分野を開拓することにも成功した。

続いて対数的ベクトル場と表現論に関する結果について説明する。研究代表者と、分担者の榎本氏との観察により、コクセター多重配置の対数的ベクトル場の基底と、対応するコクセター群の準不変式との間に関係があることは見て取れていた。そこでこれを統一的に理解するため、研究分担者の吉永氏、及びグラスゴー大学の Misha Feigin 氏と共同研究を開始した。Feigin 氏は準不変式やそれと関連する有理 Cherednik 代数をはじめとする表現論・可積分系理論の専門家である。この研究は非常に複雑で困難を極めたが、最終的にはこの四名の国際共同研究として、多重コクセター配置の対数的ベクトル場にベクトル空間の双対空間をテンソルしたものが、対応する準不変式環の鏡映表現部分と同じであることを示すことができた。これによりこれまで知られていなかった、準不変式環の (鏡映表現部分の) 不変式環上の基底が明示化された。更に多重コクセター配置の基底は、斎藤恭司氏の原始微分を用いて構成されていたため、準不変式への原始微分の作用というこれまで全くなかった新しい観点が導入され、可積分系理論に新しい知見を加えることができた。更に逆に、準不変式環の自由性は有理 Cherednik 代数の作用から証明されており、これは裏を返せば多重コクセター配置へも有理 Cherednik 代数が作用している可能性を示唆している。よってこれらの作用を包括的に理解する枠組みの研究という新しい研究分野を開拓することにも成功した。

のみならず我々は、多重ワイル配置の場合に対して、その上部構造といえるカタラン配置と、やはり準不変式環の上部構造と見なせる trigonometric 準不変式環の間にも明確な対応を構築することに成功した。こちらはまだ研究が始まったばかりであるが、今後当該分野における重要な役割を果たすものと期待されている。

これら以外にも超平面配置の代数において、多数の重要な結果を本研究の中で証明することができた。まずあげられるのは、超平面配置の加除定理という自由性に関する基本的な操作が組み合わせ論的であることを示した研究代表者の結果である。これにより極めて大きなクラスにおいて、自由性の組み合わせ依存性を主張する寺尾予想が正しいことが示され、当該分野に衝撃を与えた。

続いて自由配置の近傍理論の構築が挙げられる。やはり研究代表者により、自由配置から一枚超平面を除去した配置は、自由配置もしくは SPOG 配置という、よい自由分解を持つ配置であることが示された。これまで対数的ベクトル場の構造は、自由な場合か一般的な場合以外はほとんど知られていなかった。その中でこの SPOG 配置に関連した定理は初めて射影次元の組み合わせ論的記述性に踏み込むもので、自由配置の近傍の情報は想像以上にわかる、ということを確認した。この理論は自由配置や対数的ベクトル場の構造解明に新しいツールを提供することとなり、関連する研究が進展している。

その研究と関連して、対数的ベクトル場の構造、特に自由性が、実及び複素射影空間中の直線配置の二重点の数えあげ問題と関連するという全く新しい知見を、やはり研究代表者は証明した。これは 2016 年に提唱された Anzis-Tohaneanu 予想を完全に解決するものであり、それは古典的な予想・定理である Sylvester-Gallai の定理や Dirac-Motzkin 予想に代数幾何的な理解をもたらすものとして、極めて重要である。

このほかにも多数の論文を執筆し、対数的ベクトル場の構造理論と幾何学、表現論及び基礎理論に対して極めて大きな貢献をすることができた。研究の最終年度にはとりまとめのための大規模な国際研究集会の開催を考えていたが、コロナ禍によりそれはかなわず、その点のみが残念

であったが、研究成果、発信、理論の発展という点から見れば、上述のように本研究計画は想定を超える結果を得ることができた。よって本研究課題は大きな成功を収める形で終わることができたといえる。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計12件（うち査読付論文 12件 / うち国際共著 4件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Takuro Abe	4. 巻 610
2. 論文標題 Addition-deletion theorem for free hyperplane arrangements and combinatorics	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Algebra	6. 最初と最後の頁 1-17
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2022.06.028	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Takuro Abe, Denis Ibadula, Anca Macinic	4. 巻 accepted
2. 論文標題 On some freeness-type properties for line arrangements	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 ANNALI SCUOLA NORMALE SUPERIORE - CLASSE DI SCIENZE	6. 最初と最後の頁 20 pages
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2422/2036-2145.202105_038	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Takuro Abe	4. 巻 2022
2. 論文標題 Double Points of Free Projective Line Arrangements	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 International Mathematics Research Notices	6. 最初と最後の頁 1811 ~ 1824
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/imrn/rnaa145	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Takuro Abe, Norihiro Nakashima	4. 巻 24
2. 論文標題 A Characterization of High Order Freeness for Product Arrangements and Answers to Holm's Questions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Algebras and Representation Theory	6. 最初と最後の頁 585 ~ 599
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10468-020-09961-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takuro Abe, Lukas Kuhne	4. 巻 226
2. 論文標題 Locally heavy hyperplanes in multiarrangements	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Pure and Applied Algebra	6. 最初と最後の頁 14 pages
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jpaa.2021.106791	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Takuro Abe and Alexandru Dimca	4. 巻 552
2. 論文標題 On complex supersolvable line arrangements	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Algebra	6. 最初と最後の頁 38 ~ 51
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jalgebra.2020.02.007	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Takuro ABE, Toshiaki MAENO, Satoshi MURAI and Yasuhide NUMATA	4. 巻 71
2. 論文標題 Solomon-Terao algebra of hyperplane arrangements	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of the Mathematical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 1027 ~ 1047
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/79957995	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takuro Abe	4. 巻 2021
2. 論文標題 Plus-one Generated and Next to Free Arrangements of Hyperplanes	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 International Mathematics Research Notices	6. 最初と最後の頁 9233 ~ 9261
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/imrn/rnz099	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Takuro Abe, Tatsuya Horiguchi, Mikiya Masuda, Satoshi Murai and Takashi Sato	4. 巻 764
2. 論文標題 Hessenberg varieties and hyperplane arrangements	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal für die Reine und Angewandte Mathematik	6. 最初と最後の頁 241 ~ 286
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1515/crelle-2018-0039	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Abe Takuro	4. 巻 373
2. 論文標題 Deletion theorem and combinatorics of hyperplane arrangements	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Mathematische Annalen	6. 最初と最後の頁 581 ~ 595
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00208-018-1713-9	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Abe Takuro, Dimca Alexandru	4. 巻 29
2. 論文標題 Splitting types of bundles of logarithmic vector fields along plane curves	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 International Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 20 pages
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1142/S0129167X18500556	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Abe Takuro, Terao Hiroaki	4. 巻 147
2. 論文標題 Multiple addition, deletion and restriction theorems for hyperplane arrangements	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 4835 ~ 4845
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/proc/14592	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計25件(うち招待講演 16件/うち国際学会 17件)

1. 発表者名 Takuro Abe
2. 発表標題 Double points and freeness of line arrangements in the projective plane
3. 学会等名 Afternoon Seminars on Hyperplanes on line (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Takuro Abe
2. 発表標題 Projective dimensions and addition-deletion theorems for hyperplane arrangements
3. 学会等名 Arrangements at Home, III: Algebraic Aspects (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Takuro Abe
2. 発表標題 Recent topics on free arrangements
3. 学会等名 Arrangements at Western (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Takuro Abe
2. 発表標題 Free arrangements, restrictions and related topics
3. 学会等名 Hyperplane Arrangements and Reflection Groups (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 阿部拓郎
2. 発表標題 複素数体上の超可解配置の Dirac-Motzkin 予想と対数的ベクトル場の分裂型
3. 学会等名 第7回 代数幾何学研究集会-宇部- (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Takuro Abe
2. 発表標題 Free arrangements of hyperplanes and applications
3. 学会等名 Workshop on Algebraic Geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takuro Abe
2. 発表標題 Hessenbergs and hyperplane arrangements part II
3. 学会等名 Hessenberg Varieties in Combinatorics, Geometry and Representation Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takuro Abe
2. 発表標題 Hessenberg varieties and hyperplane arrangements
3. 学会等名 Hessenberg varieties 2018 in Osaka (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 阿部拓郎
2. 発表標題 Solomon-Terao algebra of hyperplane arrangements
3. 学会等名 Topology of arrangements and representation stability (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 阿部拓郎
2. 発表標題 Solomon-Terao algebra of hyperplane arrangements
3. 学会等名 Toric Topology 2017 in Osaka (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 阿部拓郎
2. 発表標題 Hyperplane arrangements and Hessenberg varieties
3. 学会等名 The 5th Franco-Japan-Vietnamese Symposium on Singularities (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 阿部 拓郎
2. 発表標題 Hyperplane arrangements and Hessenberg varieties
3. 学会等名 Advances in Arrangement Theory (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 阿部拓郎
2. 発表標題 Hyperplane arrangements and Hessenberg varieties
3. 学会等名 Arrangements and beyond (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 阿部拓郎
2. 発表標題 Hyperplane arrangements, Solomon-Terao algebras and applications to Hessenberg varieties
3. 学会等名 変換群を核とする代数的位相幾何学 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 村井聡
2. 発表標題 Hessenberg varieties and hyperplane arrangements
3. 学会等名 第39回可換環論シンポジウム
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 阿部拓郎
2. 発表標題 Near freeness of plane curves and line arrangements
3. 学会等名 第13回代数曲面ワークショップ at 高知 (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 阿部拓郎
2. 発表標題 Recent topics on free arrangements of hyperplanes
3. 学会等名 Summer Conference on Hyperplane Arrangements(SCHA) in Sapporo (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 阿部拓郎
2. 発表標題 Divisionally free arrangements of hyperplanes
3. 学会等名 第61回代数学シンポジウム (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 阿部 拓郎
2. 発表標題 超平面配置の自由性研究に関する最近の進展と話題
3. 学会等名 大阪組合せ論セミナー
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 阿部拓郎
2. 発表標題 Hyperplane arrangements and Hessenberg varieties
3. 学会等名 Oberseminar
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 阿部拓郎
2. 発表標題 Algebra and geometry of Solomon-Terao's formula
3. 学会等名 Hyperplane Arrangements and related topics (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 吉永正彦
2. 発表標題 Hyperplane arrangements and the Eulerian polynomial
3. 学会等名 Summer Conference on Hyperplane Arrangements(SCHA) in Sapporo (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 吉永正彦
2. 発表標題 The Euler characteristic reciprocity for order polynomials
3. 学会等名 The 4th Franco-Japanese-Vietnamese Singularities (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 吉永正彦
2. 発表標題 Characteristic polynomials of hyperplane arrangements
3. 学会等名 Colloquium
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 吉永正彦
2. 発表標題 Around the h-shift problem
3. 学会等名 Hyperplane Arrangements and related topics (国際学会)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>TAKURO ABE https://sites.google.com/site/takuroabemath/a-bu-ta-lang Researchmap https://researchmap.jp/7000008882</p>
--

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	沼田 泰英 (Numata Yasuhide) (00455685)	信州大学・学術研究院理学系・准教授 (13601)	
研究分担者	榎本 直也 (Enomoto Naoya) (50565710)	電気通信大学・大学院情報理工学研究所・准教授 (12612)	
研究分担者	吉永 正彦 (Yoshinaga Masahiko) (90467647)	北海道大学・理学研究院・教授 (10101)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	村井 聡 (Murai Satoshi) (90570804)	早稲田大学・教育・総合科学学術院・教授 (32689)	

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	前野 俊昭 (Maeno Toshiaki)		
研究協力者	木村 嘉之 (Kimura Yoshiyuki)		
研究協力者	寺尾 宏明 (Terao Hiroaki)		
研究協力者	鍛冶 静雄 (Kaji Shizuo)		

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計3件

国際研究集会 Matroids, reflection groups, and free hyperplane arrangements	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 Splitting, construction and stability of vector bundles and their applications	開催年 2018年～2018年
国際研究集会 Summer Conference on Hyperplane Arrangements(SCHA) in Sapporo	開催年 2016年～2016年

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------