

令和 5 年 6 月 5 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2016～2020

課題番号：16H03945

研究課題名(和文) 圧縮性および非圧縮性粘性流体の相転移を伴う自由境界問題の適切性と安定性

研究課題名(英文) Well-posedness and stability of incompressible and compressible flows with phase transition

研究代表者

清水 扇丈 (Shimizu, Senjo)

京都大学・人間・環境学研究科・教授

研究者番号：50273165

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 12,800,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では以下の成果を得た。1) 熱力学平衡を組み込んだ非圧縮性2相流体の自由境界問題の安定性、2) 非斉次な境界条件に対する最大L1正則性定理、3) 減衰しないデータに対する非有界領域におけるNavier-Stokes方程式の時間大域解、4) 最大正則性に基づく電磁流体方程式の解の安定性、5) 最大正則性に基づいたスケール不変空間でのNavier-Stokes方程式の正則性・安定性の解析、6) Lr-ベクトル場のHelmholtz--Weyl型分解定理。

研究成果の学術的意義や社会的意義

空気や水などの流体の動きはNavier-Stokes方程式という非線形な偏微分方程式によって記述される。天気予報や海底探索、飛行機の設計や橋の建設などの基礎となるこの方程式に対して、与えられた初期条件や外力に対して解が時間大域的に存在するか、一意的であるか、滑らかさほどの程度か、安定であるかについて関数解析や調和解析、実解析に基づき数学的に厳密な立場から解析するものである。

研究成果の概要(英文)：The following results were obtained in this study. 1) Stability of free boundary problems for incompressible two-phase fluids incorporating thermodynamic equilibrium, 2) Maximal L1-regularity theorem for inhomogeneous boundary data, 3) Time global solution of Navier-Stokes equations in unbounded domains for non-decaying initial data, 4) Stability of solutions of the electromagnetic fluid equations based on maximal regularity, 5) Regularity and stability of the Navier-Stokes equations in scale-invariant spaces based on maximal regularity, and 6) Helmholtz--Weyl type decomposition theorem for Lr-vector fields.

研究分野：偏微分方程式論

キーワード：偏微分方程式 Navier-Stokes方程式 最大正則性 自由境界問題 関数解析 調和解析 実解析 微分幾何

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

ドイツ Martin-Luther U. Halle の Pruss 教授と申請者等は、質量保存則、運動量保存則に加えて、流速、圧力、温度を未知関数とする熱力学平衡、即ちエネルギー保存則を満たす相転移モデルを定式化した。相転移モデルは、Stefan 問題と Navier-Stokes 方程式の自由境界問題の双方を含む系であり、流体工学で注目される混相流を表現する。Pruss 教授と申請者等は密度が異なる場合に相転移モデルの時間局所適切性、有界領域における時間大域的適切性と安定性を証明していた。本研究ではそれらの結果を発展させる計画であった。

### 2. 研究の目的

本研究では、

- 1). 熱力学平衡を組み込んだ 2 相流体相転移モデルの適切性と安定性の解析
- 2). 端点最大正則性定理の証明とその Navier-Stokes 方程式への応用
- 3). 減衰しないデータに対する非有界領域における Navier-Stokes 方程式の時間大域解を解明することを目的とした。

### 3. 研究の方法

Pruss 教授との共同研究を主として実施する予定であったが、大変残念なことに 2018 年 7 月に逝去された。そこで研究の方針を幾らか変更し、当初の研究の目的のみならず、最大正則性に基づいた電磁流体方程式の解の安定性、最大正則性に基づいたスケール不変空間での Navier-Stokes 方程式の正則性・安定性の解析、 $L_r$ -ベクトル場の Helmholtz-Weyl 型分解定理についての研究を行うこととした。

### 4. 研究成果

研究代表者: 清水扇丈

#### 1) 熱力学平衡を組み込んだ非圧縮性 2 相流体の自由境界問題の安定性

有界領域における 2 相流体を、初期相を有界領域の内部における有限個の領域からなる相と有界領域から有限個の部分を除いた相の 2 相からなる領域として与える。本研究では定温の場合を扱った。定温でない場合は負のエントロピーがリヤプノフ関数出会ったが、定温の場合はエネルギーがリヤプノフ関数となる。平衡状態は静止流速、圧力がそれぞれの相で定数、有限個の領域の界面はすべて半径の等しい球で与えられ、この平衡状態は定温でない場合に等しい。球面が 1 つの場合は安定、球面が 2 つ以上の場合には不安定で、平衡解の近くから出発した解である時間経過後に平衡解から離れる解が存在することが示された。本研究は Pruss 教授との共同研究である。

#### 2) 端点最大正則性定理の証明とその Navier-Stokes 方程式への応用

熱方程式および放物型方程式の半空間における Dirichlet 境界値問題および Neumann 境界値問題に対して最大  $L_1$  正則性を考察した。非斉次な外力、初期条件、とりわけ非斉次な境界条件に対して時間  $L_1$ 、空間斉次 Besov の最大  $L_1$  正則性クラスで解が一意に存在するとを示した。非斉次境界条件は時間について Triebel-Lizorkin 空間を課したが、この空間は逆に解に対して最適なデータのクラスであることも示された。Littlewood-Paley の時間方向と空間方向の 2 進分解を用いて境界ポテンシャルを概直交化するアイデアを用いた。また Stokes 方程式の初期値問題に対する最大  $L_1$  正則性を Lagrange 変換した Navier-Stokes 方程式の初期値問題に応用した。本研究は小川教授との共同研究である。

#### 3) 減衰しないデータに対する非有界領域における Navier-Stokes 方程式の時間大域解

減衰しない初期データに対する Navier-Stokes 方程式の初期値-境界値問題として、2次元外部領域において、 $L$ 無限クラスの初期値に対し、時間大域解の一意存在を証明した。また、2次元半平面(3次元半空間)において、 $L$ 無限かつ 2 より(3より)大きな指数  $p$  に対し、1階微分が  $L_p$  となるクラスに属する減衰しない初期データに対し、時間大域解の一意存在を証明した。2次元の解は時間が少し経過した後は古典解となるが、3次元の解は弱解である。本研究は Marenmonti 教授との共同研究である。

#### 4) 最大正則性に基づく電磁流体方程式の解の安定性

電磁流体方程式は、電場、磁場の影響でプラズマ流体が運動し、運動したプラズマ流体によって電場と磁場も変化する相互作用を表現した方程式である。まず有界な単連結領域における電

磁流体方程式の平衡解を調べた。この場合の平衡解は自明解（零解）のみである。電磁流体方程式は Navier-Stokes 方程式と Maxwell 法定式の連立系であり、この系をヒルベルト空間上の非線形発展方程式と捉える。線形 Stokes 作用素の縮小解析半群性と重み付き最大正則性を用いることで、スケール不変関数空間において非線形方程式の解が時間について指数減衰的に平衡解へ収束することが示された。有界な多重連結領域においては、プラズマ流体と電場は自明解であるが磁場は非自明解となる、この場合にも時間漸近的に磁場が非自明解である平衡解に収束する結果がえられた。本研究は Pruss 教授と釣谷教諭との共同研究である。

5) 最大正則性に基づいたスケール不変空間での Navier-Stokes 方程式の正則性・安定性  
Navier-Stokes方程式の初期値問題において初期値が斉次Besov空間、外力が時間重み付き斉次Besov空間に属し十分小さなときに、時間重み付き斉次Besov空間に属する解が存在し、時間大域的に適切であることを証明した。また初期値、外力共に高周波部分に制限を加えた同じクラスの大きなデータに対して、時間局所解が一意に存在することを証明した。次に、Stokes方程式の初期値問題に対する最大Lorentz正則性の結果を導き、N-S方程式の初期値問題に対して、スケール不変空間として初期値が斉次Besov空間、外力が空間変数について斉次Besov空間、時間変数についてLorentz空間に属し十分小さなときに、Serrinクラスに属する時間大域解の一意存在を証明した。そして、この結果の応用として特異なデータに対して、具体的には2次元ではDiracのDelta関数を初期値及び外力データとして、3次元では球面上1重層ポテンシャルとしてのDelta関数をデータとしてそのN-S方程式の解がSerrinクラスに属することを証明した。本研究は小園教授との共同研究である。

6)  $L^r$ -ベクトル場の Helmholtz--Weyl 型分解定理  
3次元および2次元Euclid空間の滑らかなコンパクトな曲面を境界を持つ外部領域において、 $L^r$ -ベクトル場の Helmholtz--Weyl 型分解定理を考察した。ベクトル場の境界条件は境界に接するもの  $V_r$  と直交するもの  $X_r$  の2種類を対象とした。まず、これらの調和ベクトル場の空間が共に有限次元であることを示した。有界領域の場合と異なり空間  $V_r$  に関しては、領域の位相幾何学的な不変量と可積分指数  $r$  によって異なることも明らかにした。また任意の  $L^r$ -ベクトル場が、調和部分とベクトルポテンシャル、スカラーポテンシャルのそれぞれの回転と勾配の和で表現できる分解定理を証明した。本研究は、Hieber教授、小園教授、Seyfert博士、柳沢教授との共同研究である。

研究分担者: 森本芳則

切断近似をしないボルツマン方程式とその特異極限として得られるランダウ方程式など、気体粒子間の長距離相互作用を考慮した運動学方程式の初期値問題の解の平滑化と時間大域解の構造について考察した。論文[AMSY, RMI-2021]では空間非一様な非切断型ボルツマン方程式について、大域的平衡解（時間と空間に依存しない Gauss 関数）の周りでの速度変数に関する多項式オーダー減衰解が時間大域的に存在することが示された。

多項式減衰解の時間大域存在の証明で用いた、積分型フーリエ乗法演算子はボルツマン方程式の輸送項と衝突項から、空間変数  $x$  の楕円性を自然に導く性質を持っている。楕円性の指数は衝突項の速度変数  $v$  に関する楕円性の指数に等しく、この指数はボルツマン衝突積分項の角度変数の特異性の指数  $2s$  ( $s < 1$ ) に一致する。それゆえ、空間非一様な非切断型ボルツマン方程式の初期値問題の解については、指数  $\min\{2s, 1\}$  の Gevrey 級の平滑効果が予想される。論文[MX, KRM-2020]では、上記予想の解決の第一歩として、 $s=1$  とした極限の場合として考えられるランダウ方程式（衝突項が速度変数に関する非線形2階偏微分作用素）について、マクスウェル型と呼ばれる特別な場合であるが、大域的平衡解の平方根以上の速度変数に関する減衰を仮定した摂動解に対して解析的平滑効果が  $\exp$  積分型フーリエ乗法演算子を用いて、初めて示された。

研究分担者: 小林孝行

圧縮性 Navier-Stokes-Korteweg 方程式は、2相流で相転移境界が薄い遷移ゾーンとして見なされるモデル方程式として提唱され、近年その初期値問題が研究されている。非圧縮性双曲型 Navier-Stokes 方程式は、斉次非圧縮性 Maxwell 流体の運動を記述した方程式として提唱されており、初期値問題の場合に、小さい初期値に対する時間大域強解の一意存在が示されている。本研究では、圧縮性 Navier-Stokes 方程式、圧縮性 Navier-Stokes-Korteweg 方程式、非圧縮性双曲型 Navier-Stokes 方程式の解の時間大域解の存在と漸近挙動を考察することで、これらの粘性流の波動と拡散現象を数学的に明らかにすることが目的である。

圧縮性 Navier-Stokes 方程式では、これまでの定数平衡状態の安定性の研究において、広い意味での Huygens の原理が成り立つことが示唆されており、本研究で、全空間における圧縮性 Navier-Stokes-Korteweg 方程式の初期値問題において、双曲型の特徴である拡散波動現象が明らかになった。また、この方程式では、相転移を記述するための圧力項は非単調増加関数であるため、音速がゼロの場合を考察し、ソボレフ空間、臨界 Besov 空間、最大正則性の枠組みで定数平衡状態の安定性を示すことに成功した。2次元全空間における Navier-Stokes 及び双曲型 Navier-Stokes 方程式の初期値問題では、可積分かつ2乗可積分空間に属する小さい初期値に対して、解の時空間における  $L^2$  有界性を証明した。また、双曲型 Navier-Stokes 方程式では外部領域と摂動半空間における初期値境界値問題を考察し、線形化方程式の解の局所エネルギー減衰評価を示した。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計44件（うち査読付論文 44件 / うち国際共著 16件 / うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 H. Kozono, P. Kunstmann, S. Shimizu	4. 巻 --
2. 論文標題 Analyticity in space-time of solutions to the Navier-Stokes equations via parameter trick based on maximal regularity	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Annali di Scienze Scuola Normale Superiore	6. 最初と最後の頁 --
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2422/2036-2145.202109_011	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 小園英雄, 清水扇丈, 柳澤卓	4. 巻 75
2. 論文標題 3次元L <sup>r</sup> ベクトル場に対するHelmholtz-Weyl分解	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 数学	6. 最初と最後の頁 1--30
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 H. Kozono, S. Shimizu	4. 巻 296
2. 論文標題 Stability of stationary solutions to the Navier--Stokes equations in the Besov space	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Math. Nachr.	6. 最初と最後の頁 1964--1982
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/mana.202100150	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Ogawa, S. Shimizu	4. 巻 295
2. 論文標題 Maximal regularity for the Cauchy problem of the heat equation in BMO	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Math. Nachr.	6. 最初と最後の頁 1406--1442
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/mana.201900506	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Ogawa, S. Shimizu	4. 巻 67
2. 論文標題 Maximal $L^1$ -regularity for parabolic initial-boundary value problems with inhomogeneous data	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 J. Evol. Equ.	6. 最初と最後の頁 67 pp
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00028-022-00778-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 M. Hieber, H. Kozono, A. Seyfert, S. Shimizu, T. Yanagisawa	4. 巻 26
2. 論文標題 A Characterization of harmonic $L^r$ -vector fields in three dimensional exterior domains	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 J. Geom. Anal.	6. 最初と最後の頁 26 pp
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s12220-022-00938-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 H. Kozono, A. Okada, S. Shimizu	4. 巻 21
2. 論文標題 Necessary and sufficient condition on initial data in the Besov space for solutions in the Serrin class of the Navier-Stokes equations	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 J. Evol. Equ.	6. 最初と最後の頁 3015--3033
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00028-020-00614-w	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Ogawa, S. Shimizu	4. 巻 7
2. 論文標題 Maximal $L^1$ -regularity of the heat equation and application to a free boundary problem of the Navier-Stokes equations near the half-space	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 J. Elliptic Parabol. Equ.	6. 最初と最後の頁 509--535
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s41808-021-00133-w	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 S. Shimizu, H. Tsuritani	4. 巻 2
2. 論文標題 On a Navier-Stokes-Ohm problem from plasma physics in multi connected domains	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Partial Differ. Equ. Appl.	6. 最初と最後の頁 18pp
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s42985-021-00122-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 M. Hieber, H. Kozono, A. Seyfert, S. Shimizu, T. Yanagisawa	4. 巻 60
2. 論文標題 Stationary Navier-Stokes equations under inhomogeneous boundary conditions in 3D exterior domains	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Calc. Var. Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 14 pp
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00526-021-02050-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 M. Hieber, H. Kozono, A. Seyfert, S. Shimizu, T. Yanagisawa	4. 巻 281
2. 論文標題 $L^r$ -Helmholtz-Weyl decomposition for three dimensional exterior domains	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 J. Funct. Anal.	6. 最初と最後の頁 52 pp
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2021.109144	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 T. Ogawa, S. Shimizu	4. 巻 274
2. 論文標題 Global well-posedness for the incompressible Navier-Stokes equations in the critical Besov space under the Lagrangian coordinates	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 J.Differential Equations	6. 最初と最後の頁 613-651
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2020.10.023	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 M. Hieber, H. Kozono, A. Seyfert, S. Shimizu, T. Yanagisawa	4. 巻 31
2. 論文標題 The Helmholtz-Weyl decomposition of Lr vector fields for two dimensional exterior domains	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 J. Geom. Anal.	6. 最初と最後の頁 5146-5165
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s12220-020-00473-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 T. Ogawa, S. Shimizu	4. 巻 96
2. 論文標題 Maximal $L^1$ -regularity for parabolic boundary value problems with inhomogeneous data in the half-space	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci.	6. 最初と最後の頁 57-62
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3792/pjaa.96.011	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 H. Kozono, S. Shimizu	4. 巻 276
2. 論文標題 Strong solutions of the Navier-Stokes equations based on the maximal Lorentz regularity theorem in Besov spaces	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Funct. Anal.	6. 最初と最後の頁 896-931
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2018.06.006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 K. Kaneko, H. Kozono, S. Shimizu	4. 巻 68
2. 論文標題 Stationary solution to the Navier-Stokes equations in the scaling invariant Besov space and its regularity	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Indiana U. Math. J	6. 最初と最後の頁 857-880
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1512/iumj.2019.68.7650	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -



1. 著者名 H. Kozono, A. Okada, S. Shimizu	4. 巻 278
2. 論文標題 Characterization of initial data in the homogeneous Besov space for solutions in the Serrin class of the Navier-Stokes equations	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 J. Funct. Anal.	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2019.108390	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 P. Maremonti, S. Shimizu	4. 巻 269
2. 論文標題 Global existence of weak solutions to 3D Navier-Stokes IBVP with non-decaying initial data in exterior domains	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 J. Differential Equations	6. 最初と最後の頁 1612-1635
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2020.01.021	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 M. Hieber, H. Kozono, A. Seyfert, S. Shimizu, T. Yanagisawa	4. 巻 Online
2. 論文標題 A Characterization of Harmonic Lr-Vector Fields in Two-Dimensional Exterior Domains	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 The Journal of Geometric Analysis	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s12220-019-00216-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 H. Kozono, S. Shimizu	4. 巻 276
2. 論文標題 Strong solutions of the Navier-Stokes equations based on the maximal Lorentz regularity theorem in Besov spaces	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Funct. Anal.	6. 最初と最後の頁 896 - 931
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jfa.2018.06.006	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 J. Pruss, S. Shimizu	4. 巻 ---
2. 論文標題 Modeling of two-phase flows with and without phase transitions. Handbook of mathematical analysis in mechanics of viscous fluids	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Springer, Cham.	6. 最初と最後の頁 1007 - 1044
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-10151-4_24-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 P. Maremonti, S. Shimizu	4. 巻 265
2. 論文標題 Global existence of solutions to 2-D Navier-Stokes flow with non-decaying initial data in half-plane	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 J. Differential Equations	6. 最初と最後の頁 5352 - 5383
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2018.07.004	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 H. Kozono, S. Shimizu	4. 巻 291
2. 論文標題 Navier-Stokes equations with external forces in time-weighted Besov spaces	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Math. Nachr.	6. 最初と最後の頁 1781 - 1800
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/mana.201700078	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 P. Maremonti, S. Shimizu	4. 巻 20
2. 論文標題 Global existence of solutions to 2-D Navier-Stokes flow with non-decaying initial data in exterior domains	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 J. Math. Fluid Mech.	6. 最初と最後の頁 899 - 927
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00021-017-0348-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 J. Pruss, S. Shimizu	4. 巻 18
2. 論文標題 On a Navier-Stokes-Ohm problem from plasma physics	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 J. Evol. Equ.	6. 最初と最後の頁 351 - 371
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00028-017-0404-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 H. Kozono, S. Shimizu	4. 巻 710
2. 論文標題 Strong solutions of the Navier-Stokes equations with singular data. Mathematical analysis in fluid mechanics	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Contemp. Math., Amer. Math. Soc., Providence	6. 最初と最後の頁 163 - 173
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/conm/710/14369	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 H. Kozono, S. Shimizu	4. 巻 458
2. 論文標題 Navier-Stokes equations with external forces in Lorentz spaces and its application to the self-similar solutions	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 J. Math. Anal. Appl.	6. 最初と最後の頁 1693 - 1708
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2017.10.048	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Ogawa, S. Shimizu	4. 巻 B67
2. 論文標題 Remark on the uniqueness of a mild solution of the Boltzmann equation in the critical Besov space	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 RIMS Kokuroku Bessatsu	6. 最初と最後の頁 83 - 105
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 J. Pruss, S. Shimizu	4. 巻 127
2. 論文標題 Qualitative behaviour of incompressible two-phase flows with phase transitions: the isothermal case	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Proc. Indian Acad. Sci. Math. Sci.	6. 最初と最後の頁 815 - 831
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s12044-017-0365-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 S. Shimizu, S. Yagi	4. 巻 22
2. 論文標題 On local Lp-Lq well-posedness of incompressible two-phase flows with phase transitions: Non-equal densities with large initial data	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Advances in Differential Equations	6. 最初と最後の頁 737--764
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.57262/ade/1495850458	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 J. Pruss, S. Shimizu, G. Simonett, M. Wilke	4. 巻 -
2. 論文標題 On incompressible two-phase flows with phase transition and variable surface tension	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Recent Developments of Mathematical Fluid Mechanics, Adv. Math. Fluid Mech., Birkhauser/Springer	6. 最初と最後の頁 411-442
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-0348-0939-9_22	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 R. Alonso, Y. Morimoto, W. Sun, T. Yang	4. 巻 37
2. 論文標題 Non-cutoff Boltzmann equation with polynomial decay perturbations	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Rev. Mat. Iberoam.	6. 最初と最後の頁 189--292
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/rmi/1206	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Y. Morimoto, C-J. Xu	4. 巻 13
2. 論文標題 Analytic smoothing effect for the nonlinear Landau equation of Maxwellian molecules	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Kinet. Related. Models	6. 最初と最後の頁 951-978
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/krm.2020033	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Y. Morimoto, S. Sakamoto	4. 巻 261
2. 論文標題 Global solutions in the critical Besov space for the non-cutoff Boltzmann equation	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 J. Differential Equations	6. 最初と最後の頁 4073-4134
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2016.06.017	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Morimoto, S. Wang, T. Yang	4. 巻 165
2. 論文標題 Measure valued solutions to the spatially homogeneous Boltzmann equation without angular cutoff	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 J. Stat. Phys.	6. 最初と最後の頁 866-906
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s10955-016-1655-0	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 T. Kobayashi, M. Murata, H. Saito	4. 巻 24
2. 論文標題 Resolvent estimates for a compressible fluid model of Korteweg type and their application	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 J. Math. Fluid Mech.	6. 最初と最後の頁 42 pp
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00021-021-00646-3	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Kobayashi, K. Tsuda	4. 巻 64
2. 論文標題 Time decay estimate with diffusion wave property and smoothing effect for solutions to the compressible Navier-Stokes-Korteweg system	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Funkcialaj Ekvacioj	6. 最初と最後の頁 163--187
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Kobayashi, M. Misawa, K. Tsuda	4. 巻 9
2. 論文標題 Asymptotic profile for diffusion wave terms of the compressible Navier-Stokes-Korteweg system	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Mathematics	6. 最初と最後の頁 20 pp
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/math9060683	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Kobayashi, K. Tsuda	4. 巻 121
2. 論文標題 Global existence and time decay estimate of solutions to the compressible Navier-Stokes-Korteweg system under critical condition	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Asymptotic Analysis	6. 最初と最後の頁 195--217
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3233/ASY-201600	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Kobayashi, M. MURATA	4. 巻 34
2. 論文標題 The global well-posedness of the compressible fluid model of Korteweg type for the critical case	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Differential and Integral Equations	6. 最初と最後の頁 245--264
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 N. Chikami and T. Kobayashi	4. 巻 21
2. 論文標題 Global well-posedness and time-decay estimates of the compressible Navier-Stokes-Korteweg system in critical Besov spaces	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 J. Math. Fluid Mech.	6. 最初と最後の頁 31 pp
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00021-019-0431-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Kobayashi, M. Misawa, K. Nakamura	4. 巻 43
2. 論文標題 Time-space $L_2$ -boundedness for the 2D Navier-Stokes equations and hyperbolic Navier-Stokes equations	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Tsukuba J. Mathematics	6. 最初と最後の頁 223--239
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Kobayashi, T. Kubo, K. Nakamura	4. 巻 264
2. 論文標題 On a local energy decay estimate of solutions to the hyperbolic type Stokes equations	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 J. Differential Equations	6. 最初と最後の頁 6061--6081
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2018.01.029	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Kobayashi, T. Kubo	4. 巻 -
2. 論文標題 Weighted $L_p$ - $L_q$ estimates of Stokes semigroup in half-space and its application to the Navier-Stokes equations	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Recent Developments of Mathematical Fluid Mechanics, Adv. Math. Fluid Mech., Birkhauser/Springer	6. 最初と最後の頁 337-350
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-0348-0939-9_18	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計47件(うち招待講演 40件/うち国際学会 21件)

1. 発表者名 Senjo Shimizu
2. 発表標題 Free boundary problems of the incompressible Navier-Stokes equations in the critical Besov space
3. 学会等名 Mini-symposium "Navier-Stokes system, parabolic equations and related topics" dedicated to the 90th anniversary of Prof. V.A. Solonnikov, St. Peterburg (Hybrid), Russia (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Senjo Shimizu
2. 発表標題 Free boundary problems for the incompressible fluids
3. 学会等名 Inaugural meeting of Asian-Oceanian Women in Mathematics 2023, ICTS, Bengaluru (Hybrid), India (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Senjo Shimizu
2. 発表標題 Free boundary problems for the incompressible Navier-Stokes equations in critical spaces
3. 学会等名 Mathematical Advances in Geophysical Fluid Dynamics (2246) Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Germany (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 清水扇丈
2. 発表標題 Free boundary problems for the incompressible Navier-Stokes equations in critical spaces
3. 学会等名 広島微分方程式研究会, 広島大学(招待講演)
4. 発表年 2022年



1. 発表者名 Senjo Shimizu
2. 発表標題 Free boundary problems for the incompressible Navier-Stokes equations in critical spaces
3. 学会等名 Nonlinear PDEs in Fluid Dynamics, CIRM (Hybrid), France (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Senjo Shimizu
2. 発表標題 Maximal L1-regularity and a free boundary problem for the incompressible Navier-Stokes equations
3. 学会等名 Vorticity, Rotation and Symmetry (V) Global Results and Nonlocal Phenomena, CIRM (Hybrid), France (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Senjo Shimizu
2. 発表標題 Maximal L1-regularity and a free boundary problem for the incompressible Navier-Stokes equations
3. 学会等名 Lecture series on Mathematical Fluid Dynamics in Waseda, "Maximal Regularity Theorem and Mathematical Fluid Dynamics" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Senjo Shimizu
2. 発表標題 Maximal L1-regularity and a free boundary problem for the incompressible Navier-Stokes equations
3. 学会等名 Vorticity, Rotation and Symmetry (V) Global Results and Nonlocal Phenomena, CIRM (Hybrid), France (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 清水扇丈
2. 発表標題 半空間放物型方程式の初期値境界値問題に対する最大L1正則性
3. 学会等名 東京理科大学理工学部数学科談話会（招待講演）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Senjo Shimizu
2. 発表標題 Maximal L1-regularity for parabolic boundary value problems with inhomogeneous data in the half-space
3. 学会等名 The Eighth Pacific RIM Conference in Mathematics, Berkeley (Online), USA（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Senjo Shimizu
2. 発表標題 Maximal L1-regularity for the parabolic boundary value problem with inhomogeneous data in the half-space
3. 学会等名 Evolution Equations: Abstract and Applied Perspectives in Honour of the 60th Birthday of Matthias Hieber, Luminy, CIRM, France, October 28th-November 1st, 2019（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 清水扇丈
2. 発表標題 半空間放物型方程式の初期値境界値問題に対する最大L <sup>1</sup> 正則性
3. 学会等名 東北大学応用数理解析セミナー，東北大学大学院理学研究科，2019年12月13日（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 清水扇丈
2. 発表標題 非斉次境界条件を持つ半空間放物型方程式の初期値境界値問題に対する最大 $L^1$ 正則性
3. 学会等名 Critical exponent and nonlinear evolution equations 2020, 東京理科大学神楽坂キャンパス, 2020年2月14日 (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Senjo Shimizu
2. 発表標題 Strong solutions of the Navier-Stokes equations based on the maximal Lorentz regularity theorem in Besov spaces
3. 学会等名 Vorticity, Rotation and Symmetry (IV); Complex Fluids and the Issue of Regularity, CIRM, France. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Senjo Shimizu
2. 発表標題 Strong solutions of the Navier-Stokes equations based on the maximal Lorentz regularity theorem in Besov spaces
3. 学会等名 The 13th KWMS International Conference, POSTECH, Korea. (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 清水扇丈
2. 発表標題 Besov空間値の最大Lorentz正則性に基づくNavier-Stokes方程式の強解について
3. 学会等名 第6回岐阜数理科学研究集会 (岐阜大学サテライトキャンパス) (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Senjo Shimizu
2. 発表標題 Necessary and sufficient condition on initial data for solutions in the Serrin class of the Navier-Stokes equations
3. 学会等名 Mathematical Fluid Mechanics and Related Topics (東京工業大学) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Senjo Shimizu
2. 発表標題 Characterization of initial data in the homogeneous Best space for solutions in the Serrin class of the Navier-Stokes equations
3. 学会等名 International Conference on PDEs from Fluids, Wuhan University, Wuhan, China (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 清水扇丈
2. 発表標題 Characterization of initial data in the homogeneous Best space for solutions in the Serrin class of the Navier-Stokes equations
3. 学会等名 RIMS共同研究 (公開型) 「関数空間の一般化とその周辺」 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 清水扇丈
2. 発表標題 Characterization of initial data in the homogeneous Besov space for solutions in the Serrin class of the Navier-Stokes equations
3. 学会等名 第8回弘前非線形方程式研究会 (弘前大学) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 清水扇丈
2. 発表標題 Characterization of initial data in the homogeneous Besov space for solutions in the Serrin class of the Navier-Stokes equations
3. 学会等名 第16回浜松偏微分方程式研究集会（静岡大学浜松キャンパス）（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Paolo Maremonti, 清水扇丈
2. 発表標題 Global existence of solutions to 2-D Navier-Stokes flow with non-decaying initial data in half-plane
3. 学会等名 2019年度日本数学会年会（東京工業大学），函数方程式論分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Jan Pruess, 清水扇丈
2. 発表標題 On stability of a Navier-Stokes-Ohm problem from plasma physics
3. 学会等名 2019年度日本数学会年会（東京工業大学），函数方程式論分科会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 清水扇丈
2. 発表標題 Local existence of isothermal compressible two-phase flows with phase transitions
3. 学会等名 第29回「南大阪応用数学セミナー」（大阪府立大学）（招待講演）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 J. Pruss, S. Shimizu
2. 発表標題 Two-phase flows with phase transitions
3. 学会等名 International Conference on Evolution Equations, WIAS, Berlin, Germany (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 J. Pruss, S. Shimizu
2. 発表標題 Two-phase flows with phase transitions
3. 学会等名 International Conference on Navier-Stokes Equations and Related PDE's, Vanderbilt, USA (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 J. Pruss, S. Shimizu
2. 発表標題 Two-phase flows with phase transitions
3. 学会等名 The Asian Mathematical Conference 2016, Bali, Indonesia (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 清水扇丈
2. 発表標題 定温条件下での相転移を伴う2相流体について
3. 学会等名 京都大学大学院理学研究科/数理解析研究所談話会 (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 P. Maremonti, 清水扇丈
2. 発表標題 Global existence of solutions to 2-D Navier-Stokes flow with non-decaying initial data in exterior domains
3. 学会等名 日本数学会年会函数方程式論分科会一般講演(首都大学東京)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 小園英雄, 清水扇丈
2. 発表標題 Besov空間値の最大Lorentz正則性に基づくNavier-Stokes方程式の強解について
3. 学会等名 日本数学会年会函数方程式論分科会一般講演(首都大学東京)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 小林孝行
2. 発表標題 Resolvent problems for a compressible fluid model of Korteweg type in bounded domains
3. 学会等名 北九州における偏微分方程式研究集会(北九州国際会議場)(招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 小林孝行
2. 発表標題 圧縮性 Navier-Stokes-Korteweg 方程式の時間大域解の存在と解の漸近挙動について
3. 学会等名 第10回弘前非線形方程式研究会(弘前大学)(招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Takayuki Kobayashi
2. 発表標題 Global well-posedness of the compressible Navier-Stokes-Korteweg system under critical condition
3. 学会等名 International Workshop on Multi-Phase Flows: Analysis, Modelling and Numerics (Waseda U.) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 小林孝行
2. 発表標題 圧縮性Navier-Stokes-Korteweg方程式の大域的適切性について
3. 学会等名 研究会「非線型偏微分方程式と走化性」(北九州国際会議場) (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 小林孝行
2. 発表標題 On the compressible Navier-Stokes-Korteweg system under the critical condition
3. 学会等名 研究会「Dispersive and wave equations」(大阪大学) (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Takayuki Kobayashi
2. 発表標題 Global existence and time decay estimate of solutions to the compressible Navier- Stokes-Korteweg system under critical condition
3. 学会等名 `Maximal regularity and nonlinear PDE` (Research Institute for Mathematical Sciences) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年



1. 発表者名 小林孝行
2. 発表標題 Global existence of solutions to the compressible Navier-Stokes-Korteweg system under critical condition
3. 学会等名 第36回九州における偏微分方程式研究集会（九州大学西新プラザ）（招待講演）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 小林孝行
2. 発表標題 Stability problem for a constant equilibrium to the Compressible Navier-Stokes-Korteweg system
3. 学会等名 Mathematical Fluid Mechanics and Related Topics（東京工業大学）（招待講演）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takayuki Kobayashi
2. 発表標題 Decay property for the Compressible Navier-Stokes-Korteweg system
3. 学会等名 The Third Wayamba International Conference (WinC 2018), Wayamba University, Sri Lanka（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takayuki Kobayashi
2. 発表標題 On a local energy decay estimates of solutions to the linear hyperbolic Navier Stokes equations
3. 学会等名 The Third Wayamba International Conference (WinC 2018), Wayamba University, Sri Lanka（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Takayuki Kobayashi
2. 発表標題 On a local energy decay estimates of solutions to the Hyperbolic type Stokes equations
3. 学会等名 Conference on Mathematical Fluid Dynamics 2018, Bad Boll, Germany (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 小林孝行
2. 発表標題 Time decay estimate with diffusive property for solution to the compressible Navier-Stokes system
3. 学会等名 5th. Mathematical Theory of Turbulence via Harmonic Analysis and Computational Fluid Dynamics (名古屋大学) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 小林孝行
2. 発表標題 2次元圧縮性 Navier-Stokes 方程式の解の時空間 $L^2$ 有界性について
3. 学会等名 『応用解析』研究会 (早稲田大学) (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 小林孝行
2. 発表標題 2次元圧縮性 Navier-Stoks 方程式の解の $L^2$ 有界性について
3. 学会等名 神楽坂解析セミナー (東京理科大学) (招待講演)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	森本 芳則  (Morimoto Yoshinori)  (30115646)	京都大学・人間・環境学研究所・名誉教授   (14301)	
研究 分担者	小林 孝行  (Kobayashi Takayuki)  (50272133)	大阪大学・基礎工学研究所・教授   (14401)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計2件

国際研究集会 Maximal regularity and nonlinear PDE (RIMS共同研究(公開型)特別計画)	開催年 2019年～2019年
国際研究集会 Workshop on the Boltzmann Equation, Microlocal Analysis and Related Topics	開催年 2016年～2016年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
中国	Hong Kong Polytechnic U.	Nanjing U.		
フランス	CNRS			
ブラジル	PUC Rio de Janeiro			
ドイツ	TU Darmstadt	Karlsruhe IT	Martin-Luther U. Halle	
イタリア	U. Campania			
米国	Vanderbilt U.			