

令和 4 年 6 月 4 日現在

機関番号：32642

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2016～2019

課題番号：16H03948

研究課題名(和文)粘性解の理論と応用の新展開

研究課題名(英文)New developments of the theory of viscosity solutions and its applications

研究代表者

石井 仁司 (Ishii, Hitoshi)

津田塾大学・数学・計算機科学研究所・研究員

研究者番号：70102887

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 14,000,000円

研究成果の概要(和文)：本研究はこれまでの研究を基盤として、粘性解に関する理論と応用における新展開を図った。微分方程式、積分方程式に関する解の比較原理、解の一意存在と連続性等の基本理論、及び種々の漸近問題、最適制御・微分ゲーム、曲率流等の幾何学的問題に代表される問題への応用を中心に粘性解の理論と応用における多岐な課題を解決し、理論と応用の両面から粘性解理論の研究を進展させた。得られた成果は自然科学、工学、社会科学の基礎理論として重要である。

研究成果の学術的意義や社会的意義

自然科学、工学、社会科学の基本的課題の多くは偏微分方程式により記述される。本研究課題では偏微分方程式理論、特に、粘性解理論の立場から、自然科学、工学、社会科学の諸課題に現れる偏微分方程式の理論と応用に関する展開を図り、その成果は多くの重要な課題を解決した。本課題により得られた成果は偏微分方程式の基礎理論に大きな影響を与えるものであり、自然科学、工学、社会科学の諸課題の解決に向けて今後利用され、多大な貢献を与えるものである。

研究成果の概要(英文)：This research builds on previous work to develop new developments in the theory and applications of viscosity solutions. The research has solved various problems in the theory and applications of viscosity solution theory, focusing on the basic theory of the comparison principle of solutions for differential and integral equations, unique existence and continuity of solutions, and applications to various asymptotic problems, optimal control, differential games, and geometric problems such as curvature flow, and has advanced the research on viscosity solution theory from both theoretical and applied perspectives. The results obtained have been used in natural science, engineering, society, and society. The results obtained are important as a fundamental theory for natural science, engineering, and social science.

研究分野：数学、解析学

キーワード：関数方程式 粘性解 退化楕円型方程式 漸近問題 最適制御

1. 研究開始当初の背景

粘性解の概念はCrandallとLions (1981年、[1,2]を参照)により導入された。偏微分方程式研究のための道具として粘性解理論が整備され、一方で種々の問題への応用に動機付けられて発展してきた。その重要性については幅広く認識されている。例えば、米国数学会の数学分類 (MSC2020)において、2項目 35D40と49L25として粘性解が登場する。1990年代初頭における粘性解理論を解説した論文 (Crandall, Ishii, Lions, 1992年、[3])は、米国数学会のMathSciNetによれば、論文部門での年間高引用数を記録している。これまで、例えば、曲率流への等高面アプローチ、確率論における大偏差原理、均質化理論等へと応用され、 L^p 粘性解などの理論面でも進展してきた。しかし、弱KAM理論 (Fathi, 1997年、[4]を参照)の導入、NadirashviliとVlăduț (2007年、[5]を参照)の一樣楕円型方程式の解の正則性に関する否定的な結果、非線形随伴法の導入 (Evans, 2010年、[6]を参照)等の進展は、粘性解に関する理論と応用の新展開の重要性を強く示唆するものであった。

2. 研究の目的

本研究は1階非線形偏微分方程式、2階非線形楕円型及び放物型偏微分方程式に対する粘性解理論とその応用の研究を目的とする。微分方程式の弱解の一種である粘性解の理論と応用の重要性は1980年代における粘性解の導入以来の歴史と成果により検証されている。一方、関連分野との相互作用などから粘性解理論の新しい展開があり、一層の発展が望まれている。本研究はそれまでの研究を基盤として、粘性解の理論と応用における新展開を図る。微分方程式に関する漸近問題、特に均質化理論、最適制御・微分ゲーム、曲率流などの幾何学の問題などに代表される問題への応用を中心に粘性解理論の課題を探りながら、理論と応用の両面から粘性解の研究を進展させる。

3. 研究の方法

粘性解の理論と応用の新展開のために、本研究では、幾つかの細目課題を設定し、各細目課題の研究結果の総合により、粘性解理論の再構築を図る。細目課題として、境界値問題、漸近問題、粘性解の正則性、最適化問題、幾何学的非線形問題を取り上げる。粘性解の重要な特性として、比較原理の成立が期待できることである。この観点から、種々の境界値問題に対する粘性解の存在と一意性を研究する。漸近問題の観点では、偏微分方程式に対する境界値問題に関する種々の漸近問題、確率論における大偏差原理、均質化問題などを対象に理論と応用の展開を図る。特に、弱KAM理論の視点から統一的な理論展開を図る。 L^p 粘性解の理論の進展を推進し、完全非線形楕円型方程式の解の正則性 (連続性・微分可能性)を研究する。最適制御、微分ゲーム、 L^∞ 最適化、最適輸送問題などの最適化問題への応用の研究により粘性解理論の新展開を図る。幾何学的非線形問題の観点から、幾何学の問題、科学・工学における界面の問題に応用する。粘性解応用の快挙として、EvansとSpruck、陳、儀我および後藤による曲面の曲率流に対する等高面法への応用 ([7,8]を参照)が挙げられるが、等高面法の応用の一層の発展を図る。

4. 研究成果

以下では、既出版された研究成果について概説する。

(1) 文献 [12]において、待ち行列の問題のスケール極限に現れる確率制御問題を考察した。 d 次元ユークリッド空間 \mathbb{R}^d の正の象限を領域とする様な反射境界条件を持つ確率微分方程式で記述される系に対する無限時間割引制御問題が対象である。ただし、正の象限とは \mathbb{R}^d の点を $x = (x_1, \dots, x_d)$ と表すとき、全ての i に対して $x_i > 0$ を満たす点 x の集合である。偏微分方程式論の観点からは、ノイマン型境界条件を持つ正の象限上のハミルトン・ヤコビ・ベルマン方程式を扱う問題である。この問題では、境界 $x_j = 0$ 上での境界条件がノイマン型の境界条件であり、特に非線形である。正の象限の様に角 (かど) を持つ領域上での非線形ノイマン型境界条件の取り扱いが粘性解理論においてこれまでに知られていなかった。無限時間割引制御問題の値関数が連続関数であり、対応するハミルトン・ヤコビ・ベルマン方程式の正の象限におけるノイマン型境界条件を満たす粘性解であることを証明した。更に、この初期値境界値問題の半連続粘性劣解と粘性優解に対する比較定理を確立し、粘性解の範囲でこの初期値境界値問題の一意可解性を示した。特に、上記の値関数は対応する初期値境界値問題の一意粘性解として特徴づけられる。

(2) 文献 [13,14]において、完全非線形2階退化楕円型偏微分方程式に対する割引率消去問題を考察した。すなわち、完全非線形2階退化楕円型偏微分作用素 $F(x, Du, D^2u)$ に対して、正の割引率 λ を持つ割引問題 $\lambda u + F(x, Du, D^2u) = 0$ ($x \in \Omega$) を考え、 $\lambda \rightarrow 0$ とするときの解 $u = u_\lambda$ の漸近挙動を調べた。ただし、 $Du = (\partial u / \partial x_1, \dots, \partial u / \partial x_n)$ 、 $D^2u = (\partial^2 u / \partial x_i \partial x_j)_{i,j}$ 、 Ω は n 次元領域とする。 F に対する加法的固有値を c と表すとき、 Ω の閉包 $\bar{\Omega}$ 上で一様に $\lim_{\lambda \rightarrow 0} u_\lambda + \lambda^{-1}c$ が存在するための十分条件を与えた。この条件の主要な点は、 F がハミルトン・ヤコビ・ベルマン型の作用素であること、解の族 $\{u_\lambda\}_{0 < \lambda < 1}$ は同程度連続であるという仮定である。 Ω としては n 次元トーラス、 Ω が \mathbb{R}^n の有界領域の場合を考察した。後者の場合には、境界条件としては状態拘束条件、ディリクレ条件、ノイマン条件の三つの場合を検討した。理論的に重要な貢献はマザー測度の一般化の導入にある。一般化したマザー測度を用いた加法的固有値 c の表現定理、粘性解 u_λ の表現定理の証明にはミニマックス定理を用いた関数解析的かつ直接的な手法を採用した。これらの表現定理の証明法は [9] で採用された方法よりも簡便で応用範囲が広い。

(3) 文献 [15]において、空間的に依存する摩擦係数を持つ一般化されたランジュバン方程式に対するスモルコフスキー・クラマース (Smoluchowski-Kramers) 近似の考察を行った。この近似は粒子の質量 μ に関して、 $\mu \rightarrow 0$ とするときの粒子の漸近挙動を調べるものである。点 $x = (x_1, \dots, x_n)$ における力場を $b(x) = (b_1(x), \dots, b_n(x))$ 、摩擦係数を $\lambda(x)$ 、拡散係数を $\sigma(x) = (\sigma_{ij}(x))_{i,j}$ と表すとき、一般化されたランジュバン方程式は

$$\mu \ddot{x} = b(x) - \lambda(x) \dot{x} + \sigma(x) \dot{W}$$

となる。ただし、 W はブラウン運動を表す。この確率微分方程式の解 x^μ が法則収束の意味で、 $\mu \rightarrow 0$ とするとき

$$\lambda \dot{x} = b(x) + \sigma(x) \dot{W}$$

の解 x に収束することを証明した。 x^μ の分布に注目することで問題を μ をパラメータにもつ退化放物型偏微分方程式の初期値問題の解の収束問題に帰着し、Evans による摂動テスト関数法の援用で証明を行った。更に、パラメータ ε に依存する摩擦係数 $\lambda_\varepsilon(x)$ の場合を考え、 x のある領域 U では、 $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lambda_\varepsilon(x) = 0$ となる場合の収束問題を扱った。この解析には、領域 U における粘性解的ノイマン問題の手法が有効であった。

(4) 文献 [16] において、 n 次元ユークリッド空間 \mathbb{R}^n の開部分集合 Ω 上の完全非線形退化楕円型方程式の性質を研究した。 u が Ω 上の C^2 級関数であるとき、 $k < n$ に対して、

$$\mathcal{P}_k^-(D^2u) = \sum_{i=1}^k \lambda_i(D^2u), \quad \mathcal{P}_k^+(D^2u) = \sum_{i=1}^k \lambda_{n-i+1}(D^2u)$$

とにおいて短縮ラプラス作用素 \mathcal{P}_k^\pm を定義する。ただし、 $\lambda_1(D^2u) \leq \dots \leq \lambda_n(D^2u)$ はヘッセ行列 D^2u の固有値を表すとす。定数 $b > 0$ 、 $\mu \in \mathbb{R}$ と Ω 上の有界連続関数 f を与えたとき

$$\mathcal{P}_k^\pm(D^2u(x)) + b|Du(x)| + \mu u = f(x) \quad (x \in \Omega)$$

の粘性解に対する最大値原理（比較原理）の成立の条件を検討した。得られた知見を用いて、 Ω に対する一様凸性の仮定を課し、上記の方程式に対するディリクレ境界境界条件 $u(x) = 0$ ($x \in \partial\Omega$) の下での可解性を調べ、さらに主固有値の定義とその性質を研究した。

(5) 文献 [17] においては、 n 次元ユークリッド空間全体を領域とするハミルトン・ヤコビ方程式に対する割引率消去問題に対する粘性解の漸近挙動を考察した。連続なハミルトニアン $H(x, p)$ に対して、 p に関する凸性と強圧性の仮定に加えて、オーブリー集合がコンパクトになるための具体的な十分条件を課し、 c を H に対する加法的固有値とし、 $\lambda u + H(x, Du) = 0$ の粘性解を u_λ とするならば、 $\lambda \rightarrow 0$ の極限で関数族 $\{u_\lambda + \lambda^{-1}c\}$ が $H(x, Du) = c$ のある解に広義一様収束することを証明した。

(6) 文献 [18] において、ハミルトン・ヤコビ方程式の連立系に対する割引率消去問題を考察した。未知関数 $u = (u_1(x), \dots, u_m(x))$ に対するハミルトン・ヤコビ方程式の弱連立系

$$\lambda u_i + H_i(x, Du_i, u_1(x), \dots, u_m(x)) = 0 \quad (x \in M, i = 1, \dots, m)$$

についての研究である。ただし、 M はコンパクトなリーマン多様体であり、 λ は割引率である。関数 $H_i(x, p, u)$ が $p \in T_x^*M$ に関して強圧的であり、 $(p, u) \in T_x^*M \times \mathbb{R}^m$ に関して凸関数であると仮定する。ただし、 T_x^*M は x における M の余接空間を表す。さらに、 \mathbb{R}^m 上の写像 $u = (u_1, \dots, u_m) \mapsto H = (H_1(x, p, u), \dots, H_m(x, p, u))$ が単調であると仮定する。 $\lambda > 0$ のとき、上記の弱連立系は一意粘性解 $u^\lambda = (u_1^\lambda, \dots, u_m^\lambda)$ を持つ。 $\lambda = 0$ の時に、上記の弱連立系は連続な解をもつと仮定するとき、 $\lambda > 0$ に対する一意粘性解 u^λ は、 $\lambda \rightarrow 0+$ の極限で

$$H_i(x, Du_i, u_1(x), \dots, u_m(x)) = 0 \quad (x \in M, i = 1, \dots, m)$$

のある粘性解 $u^0 = (u_1^0, \dots, u_m^0)$ に一様収束することを証明した。証明の重要部分はマザー測度とその $\lambda > 0$ の場合への一般化の導入であり、ミニマックス定理を用いて、一般化されたマザー測度による解 u^λ の表現を与えた。

(7) 文献 [19] は完全非線形楕円型方程式 $F(x, u, Du, D^2u) = 0$ の非負値の優解に対するの正集合を研究したものである。 Ω は \mathbb{R}^n の開集合であるとし、 Ω を定義域に持つ非負値の優解 u を考えて、その正集合 $\{x \in \Omega : u(x) > 0\}$ に注目する。あるクラスの完全非線形退化楕円型作用素 F に対しては Ω の開部分集合 U がある非負値の優解 u の正集合であることが U の幾何学的性質で特徴づけられることを示した。応用として、 f を Ω 上の非正値連続関数としたときの Ω における退化楕円型方程式 $F(x, u, Du, D^2u) = f$ に対する強最大原理が成立するための条件を検討し、集合 $\{x \in \Omega : f(x) = 0\}$ に対する幾何学的条件を用いた強最大原理を定式化した。

(8) 文献 [20] において、数理ファイナンスに現れる積分微分方程式の研究を行った。 \mathbb{S}_d^+ により、 d 次の実非負定値対称行列の全体を表す。 h を $\mathbb{R}^d \times \mathbb{S}_d^+ \times [0, T]$ 上の多項式増大度を持つ連続な実関数とする。ただし、 $0 < T < \infty$ 。対象の積分微分方程式は $\min\{Mu, u - h\} = 0$ で与えられる。ただし、 $Mu(x, y, t) = -\partial u / \partial t - Lu - Ju$ と与えられ、 L と J はそれぞれ 2 階線形退化楕円型作用素と線形積分作用素である。積分微分方程式 $\min\{Mu, u - h\} = 0$ を $\mathbb{R}^d \times \mathbb{S}_d^+ \times (0, T)$ 上で考え、終期境界条件 $u(x, y, T) = h(x, y, T)$ を課す。[20] において、この問題に対する比較定理を確立し、一方で、対応する確率制御問題の値関数が連続であり、この終期問題の粘性解として特徴づけられることが示された。粘性解理論の観点から言えば、Crandall-Ishii[11] により得られた半連続関数に対する最大値原理を自然な形で積分微分方程式に適用可能なものへと一般化した定理を確立したことも重要である。

- (9) 文献 [21] においては、コンパクトなリーマン多様体 M 上のハミルトン・ヤコビ方程式 $\partial u/\partial t + H(x, Du, u) = 0$ について研究を進めた。実定数 c と $y \in M$ に対して、 $\phi(x) = c$ ($x = y$)、 $\phi(x) = \infty$ ($x \neq y$) と置くとき、初期条件として $u(x, 0) = \phi(x)$ が許容される枠組みの可能性を検討した。ハミルトニアン $H = H(x, p, u)$ が $p \in T_x^*M$ に関して凸かつ強圧的であると仮定し、さらに u に関して一様にリプシッツ連続であると仮定し、Barron-Jensen [10] による下半連続粘性解理論の一般化を提案した。初期値問題に対する比較原理、解の存在定理、値関数としての解の表現定理、解の長時間挙動、定常問題の解の分類定理を確立した。
- (10) 文献 [22] において、モンジュ・カントロービッチ最適輸送問題の一般化である確率最適輸送問題を論じた。この問題に対する双対定理の証明とその応用、モンジュ・カントロービッチ最適輸送問題へのゼロ雑音極限アプローチ、シュレーディンガー問題との関連等を詳細に述べた。
- (11) 文献 [23] において、完全非線形退化放物型方程式

$$\partial u/\partial t + F(Du, D^2u) = f(x) \quad (x \in \mathbb{R}^n, t > 0)$$

の粘性解 $u = u(x, t)$ に対する漸近速度

$$c = \lim_{t \rightarrow \infty} u(x, t)/t$$

が存在するための一般的な条件を与えた。ただし、 c は x に依らない定数とする。右辺の f はコンパクトな台を持つ非負リプシッツ関数とする。初期条件は $u(x, 0) = u_0(x)$ とする。この条件の詳細については [23] を参照のこと。この条件がハミルトン・ヤコビ方程式、曲率流の等高面方程式等に対してどの様な場合に成立するかを検討した。

- (12) 文献 [24] において、分数冪 $\alpha \in (0, 1)$ のカプート (Caputo) 時間微分を持つハミルトン・ヤコビ方程式

$$\partial_t^\alpha u + H(t, x, u, Du) = 0$$

の粘性解 $u = u(x, t)$ の定義が導入され、粘性解に対する比較原理が確立された。 u は領域 $T^n \times [0, T]$ 、 $T > 0$ 、上の実関数とし、ハミルトニアン H に対しては粘性解理論における標準的な仮定が課される。比較原理に加えて、上記のハミルトン・ヤコビ方程式に対する初期値問題の粘性解の一意存在定理が確立された。

- (13) [25] において、ルベグ空間 L^q に属する係数と非斉項を持つ 2 次の完全非線形一様放物型偏微分方程式に対する L^p 粘性優解に対する弱ハルナック不等式を証明した。この不等式から L^p 粘性解のヘルダー連続性が示される。さらに、 L^p 粘性劣解に対する局所最大原理と L^p 粘性解に対するハルナック不等式が示される。

- (14) 文献 [26] において、関数のグラフの時間発展を考察した。そのグラフの平均曲率に加えて定数 1 を駆動力とする時間発展を調べた。この関数 u は空間的には \mathbb{R}^n の有界領域 Ω で定義され、その境界 $\partial\Omega$ 上ではディリクレ条件で拘束されているものとする。 $u = u(x, t)$ ($x \in \bar{\Omega}$, $t \geq 0$) は準線形放物型偏微分方程式に対する初期値境界値問題で記述される。[26] においてはディリクレ境界条件を粘性解の意味で捉え、解 u の長時間挙動を調べた。(ディリクレ境界条件を古典的に捉えると、すべての $t \geq 0$ で定義された大域解は必ずしも構成できない。) Ω が半径 $R > 0$ の球の場合について、 $R < n$ であれば、閉球 $\bar{\Omega}$ で連続な定常解 w に $\bar{\Omega}$ 上で一様収束すること、 $R \geq n$ であれば、ある $c \geq 0$ と $\bar{\Omega}$ で連続な関数 w に対して、 $t \rightarrow \infty$ とするとき、 u が $w + ct$ に漸近することを証明した。

- (15) 文献 [27] において、リプシッツ連続な境界を持つ \mathbb{R}^n の凸領域 D 上の一階保存則に対する確率偏微分方程式

$$du + \operatorname{div} A(u)dt = \Phi(u)dW(t)$$

の可解性の研究を行った。ここで、未知関数 u は確率変数であり、与えられた確率空間 Ω があり、 u は $(\omega, x, t) \in \Omega \times D \times [0, \infty)$ 上の実関数である。 $A = (A_1, \dots, A_n) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ は与えられた関数とし、 div は発散作用素を表す。従って、 $\operatorname{div} A(u) = \partial A_1(u)/\partial x_1 + \dots + \partial A_n(u)/\partial x_n$ と書くことが出来る。 $W(t)$ はある種の確率過程であり、上記確率偏微分方程式では、一つの非線形項 $\Phi(u)$ と $dW(t)$ の積として確率項が現れる。(右辺の確率項については [27] を参照。) これは応用上重要な確率偏微分方程式の一つである。文献 [27] における主要な結論は、上記確率偏微分方程式に対する初期値境界値問題に対して、kinetic solution の概念を導入し、その一意可解性を示したことである。

< 引用文献 >

- [1] M. G. Crandall, P.-L. Lions, Condition d'unicité pour les solutions généralisées des équations de Hamilton-Jacobi du premier ordre. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. 292 (1981), no. 3, 183-186.
- [2] M. G. Crandall, P.-L. Lions, Viscosity solutions of Hamilton-Jacobi equations. Trans. Amer. Math. Soc. 277 (1983), no. 1, 1-42.
- [3] M. G. Crandall, H. Ishii, P.-L. Lions, User's guide to viscosity solutions of second order partial differential equations. Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.) 27 (1992), no. 1, 1-67.
- [4] A. Fathi, Théorème KAM faible et théorie de Mather sur les systèmes lagrangiens. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. 324 (1997), no. 9, 1043-1046.

- [5] N. Nadirashvili, S. Vlăduț, Nonclassical solutions of fully nonlinear elliptic equations. *Geom. Funct. Anal.* 17 (2007), no. 4, 1283-1296.
- [6] L. C. Evans, Adjoint and compensated compactness methods for Hamilton-Jacobi PDE. *Arch. Ration. Mech. Anal.* 197 (2010), no. 3, 1053-1088.
- [7] L. C. Evans, J. Spruck, Motion of level sets by mean curvature. I. *J. Differential Geom.* 33 (1991), no. 3, 635-681.
- [8] Y. G. Chen, Y. Giga, S. Goto, Uniqueness and existence of viscosity solutions of generalized mean curvature flow equations. *J. Differential Geom.* 33 (1991), no. 3, 749-786
- [9] A. Davini, A. Fathi, R. Iturriaga, M. Zavidovique, Convergence of the solutions of the discounted Hamilton-Jacobi equation: convergence of the discounted solutions. *Invent. Math.* 206 (2016), no. 1, 29-55.
- [10] E. N. Barron, R. Jensen, Semicontinuous viscosity solutions for Hamilton-Jacobi equations with convex Hamiltonians. *Comm. Partial Differential Equations* 15 (1990), no. 12, 1713-1742.
- [11] M. G. Crandall, H. Ishii, The maximum principle for semicontinuous functions. *Differential Integral Equations* 3 (1990), no. 6, 1001-1014.
- [12] A. Biswas, H. Ishii, S. Saha, L. Wang, On viscosity solution of HJB equations with state constraints and reflection control. *SIAM J. Control Optim.* 55 (2017), no. 1, 365-396.
- [13] H. Ishii, H. Mitake, H. V. Tran, The vanishing discount problem and viscosity Mather measures. Part 1: The problem on a torus. *J. Math. Pures Appl.* (9) 108 (2017), no. 2, 125-149.
- [14] H. Ishii, H. Mitake, H. V. Tran, The vanishing discount problem and viscosity Mather measures. Part 2: The problem on a torus. *J. Math. Pures Appl.* (9) 108 (2017), no. 3, 261-305.
- [15] H. Ishii, P. E. Souganidis, H. V. Tran, On the Langevin equation with variable friction. *Calc. Var. Partial Differential Equations* 56 (2017), no. 6, Paper No. 161, 26 pp.
- [16] I. Birindelli, G. Galise, H. Ishii, A family of degenerate elliptic operators: maximum principle and its consequences. *Ann. Inst. H. Poincaré C Anal. Non Linéaire* 35 (2018), no. 2, 417-441.
- [17] H. Ishii, A. Siconolfi, The vanishing discount problem for Hamilton-Jacobi equations in the Euclidean space. *Comm. Partial Differential Equations* 45 (2020), no. 6, 525-560.
- [18] H. Ishii, L. Jin, The vanishing discount problem for monotone systems of Hamilton-Jacobi equations: part 2—nonlinear coupling. *Calc. Var. Partial Differential Equations* 59 (2020), no. 4, Paper No. 140, 28 pp.
- [19] I. Birindelli, G. Galise, H. Ishii, Positivity sets of supersolutions of degenerate elliptic equations and the strong maximum principle. *Trans. Amer. Math. Soc.* 374 (2021), no. 1, 539-564.
- [20] H. Ishii, A. Roch, Existence and uniqueness of viscosity solutions of an integro-differential equation arising in option pricing. *SIAM J. Financial Math.* 12 (2021), no. 2, 604-640.
- [21] H. Ishii, K. Wang, L. Wang, J. Yan, Hamilton-Jacobi equations with their Hamiltonians depending Lipschitz continuously on the unknown. *Comm. Partial Differential Equations* 47 (2022), no. 2, 417-452.
- [22] T. Mikami, *Stochastic optimal transportation—stochastic control with fixed marginals*. Springer-Briefs in Mathematics. Springer, Singapore, (2021) xi+121 pp.
- [23] Y. Giga, H. Mitake, T. Ohtsuka, H. V. Tran, Existence of asymptotic speed of solutions to birth-and-spread type nonlinear partial differential equations. *Indiana Univ. Math. J.* 70 (2021), no. 1, 121-156.
- [24] Y. Giga, T. Namba, Well-posedness of Hamilton-Jacobi equations with Caputo's time fractional derivative. *Comm. Partial Differential Equations* 42 (2017), no. 7, 1088-1120.
- [25] S. Koike, A. Świąch, S. Tateyama, Weak Harnack inequality for fully nonlinear uniformly parabolic equations with unbounded ingredients and applications. *Nonlinear Anal.* 185 (2019), 264-289.
- [26] H. Mitake, L. Zhang, Remarks on the generalized Cauchy-Dirichlet problem for graph mean curvature flow with driving force. *Partial Differ. Equ. Appl.* 2 (2021), no. 3, Paper No. 40, 24 pp.
- [27] K. Kobayasi, D. Noboriguchi, Well-posedness for stochastic scalar conservation laws with the initial-boundary condition. *J. Math. Anal. Appl.* 461 (2018), no. 2, 1416-1458.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計39件（うち査読付論文 39件 / うち国際共著 24件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Ishii Hitoshi, Wang Kaizhi, Wang Lin, Yan Jun	4. 巻 47
2. 論文標題 Hamilton-Jacobi equations with their Hamiltonians depending Lipschitz continuously on the unknown	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Communications in Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 417 ~ 452
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03605302.2021.1983598	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Davini Andrea, Ishii Hitoshi, Iturriaga Renato, Morgado Hector Sanchez	4. 巻 9
2. 論文標題 Discrete approximation of the viscous HJ equation	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Stochastics and Partial Differential Equations: Analysis and Computations	6. 最初と最後の頁 1081 ~ 1104
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s40072-021-00192-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Ishii Hitoshi, Roch Alexandre	4. 巻 12
2. 論文標題 Existence and Uniqueness of Viscosity Solutions of an Integro-differential Equation Arising in Option Pricing	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Financial Mathematics	6. 最初と最後の頁 604 ~ 640
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/20M1341441	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Ishii Hitoshi, Kumagai Taiga	4. 巻 41
2. 論文標題 Averaging of Hamilton-Jacobi equations along divergence-free vector fields	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Discrete Continuous Dynamical Systems - A	6. 最初と最後の頁 1519 ~ 1542
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcds.2020329	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ishii Hitoshi	4. 巻 3
2. 論文標題 The vanishing discount problem for monotone systems of Hamilton-Jacobi equations. Part 1: linear coupling	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Mathematics in Engineering	6. 最初と最後の頁 1~21
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/mine.2021032	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Giga Yoshikazu, Mitake Hiroyoshi, Ohtsuka Takeshi, Tran Hung V.	4. 巻 70
2. 論文標題 Existence of asymptotic speed of solutions to birth and spread type nonlinear partial differential equations	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Indiana University Mathematics Journal	6. 最初と最後の頁 121~156
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1512/iumj.2021.70.8305	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Feng Jin, Mikami Toshio, Zimmer Johannes	4. 巻 385
2. 論文標題 A Hamilton-Jacobi PDE Associated with Hydrodynamic Fluctuations from a Nonlinear Diffusion Equation	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Communications in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 1~54
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00220-021-04110-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 MIKAMI Toshio	4. 巻 73
2. 論文標題 Regularity of Schrodinger's functional equation in the weak topology and moment measures	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Journal of the Mathematical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 99~123
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2969/jmsj/81928192	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mitake Hiroyoshi、Zhang Longjie	4. 巻 2
2. 論文標題 Remarks on the generalized Cauchy-Dirichlet problem for graph mean curvature flow with driving force	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Partial Differential Equations and Applications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s42985-020-00066-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Birindelli I.、Galise G.、Ishii H.	4. 巻 379
2. 論文標題 Existence through convexity for the truncated Laplacians	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematische Annalen	6. 最初と最後の頁 909 ~ 950
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00208-019-01953-x	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Birindelli Isabeau、Galise Giulio、Ishii Hitoshi	4. 巻 374
2. 論文標題 Positivity sets of supersolutions of degenerate elliptic equations and the strong maximum principle	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Transactions of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 539 ~ 564
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/tran/8226	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ishii Hitoshi、Jin Liang	4. 巻 59
2. 論文標題 The vanishing discount problem for monotone systems of Hamilton-Jacobi equations: part 2--nonlinear coupling	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Calculus of Variations and Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00526-020-01768-8	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Giga Yoshikazu, Liu Qing, Mitake Hiroyoshi	4. 巻 120
2. 論文標題 On a discrete scheme for time fractional fully nonlinear evolution equations	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Asymptotic Analysis	6. 最初と最後の頁 151 ~ 162
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3233/asy-191583	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Giga Yoshikazu, Mitake Hiroyoshi, Tran Hung V.	4. 巻 25
2. 論文標題 Remarks on large time behavior of level-set mean curvature flow equations with driving and source terms	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Discrete Continuous Dynamical Systems - B	6. 最初と最後の頁 3983 ~ 3999
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/dcdsb.2019228	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Birindelli Isabeau, Galise Giulio, Ishii Hitoshi	4. 巻 36
2. 論文標題 Towards a reversed Faber-Krahn inequality for the truncated Laplacian	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Revista Matematica Iberoamericana	6. 最初と最後の頁 723 ~ 740
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/rmi/1146	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ishii Hitoshi, Siconolfi Antonio	4. 巻 45
2. 論文標題 The vanishing discount problem for Hamilton-Jacobi equations in the Euclidean space	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Communications in Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 525 ~ 560
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03605302.2019.1710845	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Chen Qinbo, Cheng Wei, Ishii Hitoshi, Zhao Kai	4. 巻 44
2. 論文標題 Vanishing contact structure problem and convergence of the viscosity solutions	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Communications in Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 801 ~ 836
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03605302.2019.1608561	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Koike Shigeaki, Tateyama Shota	4. 巻 377
2. 論文標題 On L^p -viscosity solutions of bilateral obstacle problems with unbounded ingredients	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Mathematische Annalen	6. 最初と最後の頁 883 ~ 910
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00208-019-01854-z	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Jing Wenjia, Mitake Hiroyoshi, Tran Hung V.	4. 巻 268
2. 論文標題 Generalized ergodic problems: Existence and uniqueness structures of solutions	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 2886 ~ 2909
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2019.09.046	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Koike Shigeaki, Swiech Andrzej, Tateyama Shota	4. 巻 185
2. 論文標題 Weak Harnack inequality for fully nonlinear uniformly parabolic equations with unbounded ingredients and applications	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis	6. 最初と最後の頁 264 ~ 289
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.na.2019.03.005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Mitake Hiroyoshi、Tran Hung V.、Yu Yifeng	4. 巻 233
2. 論文標題 Rate of Convergence in Periodic Homogenization of Hamilton-Jacobi Equations: The Convex Setting	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Archive for Rational Mechanics and Analysis	6. 最初と最後の頁 901 ~ 934
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00205-019-01371-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Birindelli Isabeau、Galise Giulio、Ishii Hitoshi	4. 巻 35
2. 論文標題 A family of degenerate elliptic operators: Maximum principle and its consequences	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Annales de l'Institut Henri Poincaré C, Analyse non linéaire	6. 最初と最後の頁 417 ~ 441
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.anihpc.2017.05.003	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Giga Yoshikazu、Pozar Norbert	4. 巻 71
2. 論文標題 Approximation of General Facets by Regular Facets with Respect to Anisotropic Total Variation Energies and Its Application to Crystalline Mean Curvature Flow	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Communications on Pure and Applied Mathematics	6. 最初と最後の頁 1461 ~ 1491
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/cpa.21752	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Giga Yoshikazu、Hamamuki Nao	4. 巻 25
2. 論文標題 On a dynamic boundary condition for singular degenerate parabolic equations in a half space	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Nonlinear Differential Equations and Applications NoDEA	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00030-018-0542-6	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Koike Shigeaki, Kosugi Takahiro, Naito Makoto	4. 巻 457
2. 論文標題 On the rate of convergence of solutions in free boundary problems via penalization	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 436 ~ 460
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2017.07.074	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Koike Shigeaki, Swiech Andrzej, Tateyama Shota	4. 巻 185
2. 論文標題 Weak Harnack inequality for fully nonlinear uniformly parabolic equations with unbounded ingredients and applications	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis	6. 最初と最後の頁 264 ~ 289
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.na.2019.03.005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Mikami Toshio	4. 巻 56
2. 論文標題 Regularity of Schrodinger's functional equation and mean field PDEs for h-path processes	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Osaka J. Math.	6. 最初と最後の頁 831 ~ 842
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Koike Shigeaki, Kosugi Takahiro, Naito Makoto	4. 巻 457
2. 論文標題 On the rate of convergence of solutions in free boundary problems via penalization	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 436 ~ 460
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2017.07.074	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kobayasi Kazuo, Noboriguchi Dai	4. 巻 461
2. 論文標題 Well-posedness for stochastic scalar conservation laws with the initial-boundary condition	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 1416 ~ 1458
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2018.01.054	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mitake Hiroyoshi, Soga Kohei	4. 巻 57
2. 論文標題 Weak KAM theory for discounted Hamilton-Jacobi equations and its application	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Calculus of Variations and Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 Art. 78, 32pp.
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00526-018-1359-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 MITAKE Hiroyoshi	4. 巻 24
2. 論文標題 On Cell Problems for Nonlinear PDES and Its Application to Homogenization	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Interdisciplinary Information Sciences	6. 最初と最後の頁 49 ~ 58
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4036/iis.2018.A.02	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Mitake Hiroyoshi, Tran Hung V.	4. 巻 146
2. 論文標題 On uniqueness sets of additive eigenvalue problems and applications	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proceedings of the American Mathematical Society	6. 最初と最後の頁 4813 ~ 4822
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1090/proc/14152	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ishii Hitoshi, Souganidis Panagiotis E., Tran Hung V.	4. 巻 56
2. 論文標題 On the Langevin equation with variable friction	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Calculus of Variations and Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00526-017-1240-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ishii Hitoshi, Mitake Hiroyoshi, Tran Hung V.	4. 巻 108
2. 論文標題 The vanishing discount problem and viscosity Mather measures. Part 2: Boundary value problems	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal de Mathematiques Pures et Appliquees	6. 最初と最後の頁 261 ~ 305
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.matpur.2016.11.002	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ishii Hitoshi, Mitake Hiroyoshi, Tran Hung V.	4. 巻 108
2. 論文標題 The vanishing discount problem and viscosity Mather measures. Part 1: The problem on a torus	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal de Mathematiques Pures et Appliquees	6. 最初と最後の頁 125 ~ 149
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.matpur.2016.10.013	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ishii Hitoshi, Souganidis Panagiotis E.	4. 巻 66
2. 論文標題 Metastability for parabolic equations with drift: part II. The quasilinear case	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Indiana University Mathematics Journal	6. 最初と最後の頁 315 ~ 360
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1512/iumj.2017.66.5994	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Biswas Anup, Ishii Hitoshi, Saha Subhamay, Wang Lin	4. 巻 55
2. 論文標題 On Viscosity Solution of HJB Equations with State Constraints and Reflection Control	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 SIAM Journal on Control and Optimization	6. 最初と最後の頁 365 ~ 396
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1137/15M103830X	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Giga Yoshikazu, Namba Tokinaga	4. 巻 42
2. 論文標題 Well-posedness of Hamilton-Jacobi equations with Caputo's time fractional derivative	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Communications in Partial Differential Equations	6. 最初と最後の頁 1088 ~ 1120
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/03605302.2017.1324880	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hitoshi Ishii, Panagiotis E. Souganidis	4. 巻 66巻
2. 論文標題 Metastability for parabolic equations with drift: part II. The quasilinear case	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Indiana Univ. Math. J.	6. 最初と最後の頁 315-360
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1512/iumj.2017.66.5994	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計26件 (うち招待講演 26件 / うち国際学会 11件)

1. 発表者名 ISHII Hitoshi
2. 発表標題 The vanishing discount problem for systems of Hamilton-Jacobi equations
3. 学会等名 Asia-Pac Analysis and PDE seminar (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 石井仁司
2. 発表標題 非線形偏微分方程式の粘性解理論の発展
3. 学会等名 日本数学会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 ISHII Hitoshi
2. 発表標題 Two asymptotic problems for Hamilton-Jacobi equations and weak KAM theory
3. 学会等名 Rio de Janeiro Colloquium on Analysis and Differential Equations (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 ISHII Hitoshi
2. 発表標題 The vanishing discount problem for weakly coupled systems of Hamilton-Jacobi equations
3. 学会等名 4th Swiss-Japanese PDE seminar (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 石井 仁司
2. 発表標題 ハミルトン・ヤコビ方程式に対する 割引消去問題
3. 学会等名 応用解析研究会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 ISHII Hitoshi
2. 発表標題 The vanishing discount problem for weakly coupled systems of Hamilton-Jacobi equations
3. 学会等名 New trends in Hamilton-Jacobi: PDE, Control, Dynamical Systems and Geometry (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 ISHII Hitoshi
2. 発表標題 The Langevin equation with variable friction and Smoluchowski-Kramers approximation
3. 学会等名 81st Midwest PDE Seminar (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 ISHII Hitoshi
2. 発表標題 Asymptotic problems for Hamilton-Jacobi equations and weak KAM theory
3. 学会等名 Wasow's Lecture (University of Wisconsin-Madison) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 ISHII Hitoshi
2. 発表標題 Asymptotic problems for the Langevin equation with variable friction
3. 学会等名 Seminario di Analisi Matematica (Sapienza University of Rome) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 ISHII Hitoshi
2. 発表標題 The vanishing discount problem for fully nonlinear degenerate elliptic PDEs
3. 学会等名 Seminari di Analisi Matematica (University of Bologna) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 ISHII Hitoshi
2. 発表標題 The vanishing discount problem for fully nonlinear degenerate elliptic PDEs
3. 学会等名 Department of Mathematics, Nanjing University (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 ISHII Hitoshi
2. 発表標題 The vanishing discount problem for fully nonlinear degenerate elliptic PDEs
3. 学会等名 12th AIMS Conference (台湾国立大学) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 ISHII Hitoshi
2. 発表標題 The Langevin equation with variable friction and Smoluchowski-Kramers approximation
3. 学会等名 12th AIMS Conference (台湾国立大学) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 ISHII Hitoshi
2. 発表標題 The vanishing discount problem for Hamilton-Jacobi equations in Euclidean n space
3. 学会等名 From Optimal Control to Maximum Principle (Agropoli, Italy) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 ISHII Hitoshi
2. 発表標題 Some generalizations of the vanishing discount problem and the comparison principle
3. 学会等名 Viscosity Solutions and Related Topics: dedicate to Professor Koike (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 ISHII Hitoshi
2. 発表標題 The vanishing discount problem for Hamilton-Jacobi equations in Euclidean n space
3. 学会等名 PDEs at Valparaiso a conference in honor of Patricio Felmer's 60th birthday (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 石井仁司
2. 発表標題 The vanishing discount problem for fully nonlinear degenerate elliptic PDEs
3. 学会等名 Mostly Maximum Principle (Banff International Research Station, カナダ) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 石井仁司
2. 発表標題 The Langevin equation and Smoluchowski-Kramers approximation with variable friction
3. 学会等名 界面運動，力学系に現れる漸近問題への粘性解的手法とその周辺（京都大学数理解析研究所）（招待講演）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 石井仁司
2. 発表標題 The Langevin equation and Smoluchowski-Kramers approximation with variable friction
3. 学会等名 復旦大学数学科学学院，中国（招待講演）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 石井仁司
2. 発表標題 The Langevin equation with variable friction and Smoluchowski-Kramers approximation
3. 学会等名 ROYAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY，スエーデン（招待講演）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hitoshi Ishii
2. 発表標題 The vanishing discount problem and generalized Mather measures
3. 学会等名 Hamilton-Jacobi Equations: new trends and applications（招待講演）（国際学会）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Hitoshi Ishii
2. 発表標題 The vanishing discount problem and viscosity Mather measures
3. 学会等名 Shokaku Mathematical Lecture Series: Nonlinear PDE satellite Workshop (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 石井仁司
2. 発表標題 割引消去問題と粘性Mather測度：ノイマン問題の場合
3. 学会等名 第44回金沢解析セミナー (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Hitoshi Ishii
2. 発表標題 The vanishing discount problem and generalized Mather measures
3. 学会等名 AMCS Seminar (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 石井仁司
2. 発表標題 粘性解と漸近問題 割引消去問題を中心に
3. 学会等名 日本数学会 企画特別講演 (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Hitoshi Ishii
2. 発表標題 The vanishing discount problem for fully nonlinear degenerate elliptic PDEs
3. 学会等名 Beyond Hamilton-Jacobi, Last call to Bordeaux (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 Mikami Toshio	4. 発行年 2021年
2. 出版社 Springer, Singapore	5. 総ページ数 xi+121
3. 書名 Stochastic optimal transportation---stochastic control with fixed marginals	

〔産業財産権〕

〔その他〕

Hitoshi Ishii's home page http://www.f.waseda.jp/hitoshi.ishii/
--

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分 担 者	儀我 美一 (Giga Yoshikazu) (70144110)	東京大学・大学院数理科学研究科・教授 (12601)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	三上 敏夫 (Mikami Toshio) (70229657)	津田塾大学・学芸学部・教授 (32642)	
研究分担者	小池 茂昭 (Koike Shigeaki) (90205295)	早稲田大学・理工学術院・教授 (32689)	
研究分担者	三竹 大寿 (Mitake Hiroyoshi) (90631979)	東京大学・大学院数理科学研究科・准教授 (12601)	
研究分担者	小林 和夫 (Kobayasi Kazuo) (80103612)	早稲田大学・教育・総合科学学術院・教授 (32689)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計1件

国際研究集会 Conference on PDEs, Dynamical Systems and Probability	開催年 2019年～2019年
---	--------------------

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
米国	シカゴ大学	ウィスコンシン大学	カリフォルニア大学アーパイン校	他1機関
イタリア	サビエンツァ・ローマ大学			
中国	南京大學	復旦大学	上海交通大学	他1機関
カナダ	ケベック大学			
ドイツ	ミュンヘン工科大学			