

令和元年6月4日現在

機関番号：32682

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16H03953

研究課題名(和文) 雪氷現象に現れる移動境界問題の数理解析

研究課題名(英文) Mathematical and computational analysis of moving boundary problems arising in snow and ice phenomena

研究代表者

矢崎 成俊 (Yazaki, Shigetoshi)

明治大学・理工学部・専任教授

研究者番号：00323874

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 8,300,000円

研究成果の概要(和文)：雪氷現象とは、水の凍結と融解に関わる現象全般を指す。水の凍結といっても、雪の結晶のように、空気中での凍結もあれば、水中で水が氷の固化するような凍結もある。本申請研究では、主として、水と氷、あるいは空気と氷の境目を界面と呼び、その界面が鋭く相を二分するような理想的な場合を考えて、その数学モデルを構築し、モデル方程式の数学解析、あるいは数値解析を行った。また、広い意味での雪氷現象を含むような界面現象の数学モデルについても、数理解析がなされた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

中谷宇吉郎による世界初の人工雪の生成の成功からはじまった雪氷現象の研究は、水と氷の形態変化の難しさもあり、いまだにすべてが解決されたとは言いがたい。雪や氷はレジャーとして楽しめる材料を提供してくれる一方で、生活に支障をきたすやっかいなものでもあり、災害をもたらす災厄でもある。また毎年スタッドレスタイヤ、スキーやスノーボードの板が開発されていることからわかるように、雪や氷の性質が完全な制御下にあるとは言いがたい。言い換えると、雪氷のもたらす現象はまだ未知の部分が多いということである。本申請研究は、基礎研究ではあるが、そのような観点から学術的、また社会的意義のある研究といえる。

研究成果の概要(英文)：Phenomena of snow and ice indicate whole phenomena concerning the crystallization and the melting of water. Crystallization of water has two main situations: one is crystallization in the air such as snow crystal, and the other is crystallization of water in water. In this application, the applicant investigated and studied construction of mathematical model equations of moving interface and its mathematical and numerical analysis, where the interface is boundary between water and ice, or water and air, or ice and air, in the case where the interface is decided as sharp interface such as curves or surfaces. Also in this application, mathematical and numerical analysis were done for several interfacial phenomena including snow and ice.

研究分野：界面現象の数理解析

キーワード：雪氷現象 界面現象 移動境界問題 雪結晶 クリスタライン 幾何学的選別

1. 研究開始当初の背景

一般に、水、氷、水蒸気は、その三態とも我々の身近にあつて、かつその状態変化も誰もが日常的に経験している物質であるにもかかわらず、その機構は完全に解明されたとは言えない。膨大な数の水分子の動きを追跡するというミクロの視点からの理解はほぼ絶望的であるが、水を連続体と見なした場合のマクロな視点からの機構ですら未解決の問題は山積している。

中谷宇吉郎による世界初の人工雪の生成の成功からはじまった雪氷現象の研究は、水と氷の形態変化の難しさもあり、いまだにすべてが解決されたとは言いがたい。実際、雪や氷はレジャーとして楽しめる材料を提供してくれる一方で、生活に支障をきたすやっかいなものでもあり、災害をもたらす災厄でもある。また毎年スタッドレスタイヤ、スキーやスノーボードの板が開発されていることからわかるように、雪や氷の性質が完全な制御下にあるとは言いがたい。言い換えると、雪氷のもたらす現象はまだ未知の部分が多いということである。

2. 研究の目的

研究目的は、水の凍結による結晶成長、雪結晶成長、幾何学的選別などの雪氷現象の理解を深め、またその知見、技法、方法論を、広く界面現象の扱いに役立てることである。

3. 研究の方法

雪氷現象に対して、多角的にアプローチする。現象の観察はもちろんであるが、数学モデルを構築する際の仮定の妥当性の検討からはじまり、モデル方程式の構成、その方程式の数学解析、数値シミュレーション、そして実験解析などが具体的な手法である。

4. 研究成果

申請研究期間に総括として得られた研究成果を以下に列記する。

- (1) **外力付きクリスタライン曲率流方程式**の解空間におけるセパトリクスを簡単な場合に明らかにし、より一般の場合の解析のため定常解の線形安定性解析を行った。同じ方程式において中心において辺生成法則を加味したスパイラル結晶成長モデルの数学解析を行い、論文化を行った。また、指数型の非線形性を持つ曲率流方程式を持つ様々なタイプの非一様な進行波の分類を行い、漸近挙動を明らかにした。さらに、定数型および分布型のタイムラグを持つ非線形微分方程式の解の爆発を示した。
- (2) **空像(負結晶)の結晶成長**について、面積保存クリスタライン方程式を応用して、その数学解析と数値計算アルゴリズムの確立が研究された。特に、任意の有限回で止めても面積が保存する反復法を提案できたことは有益である。
- (3) **雪の結晶成長**について、変分構造を利用した界面発展方程式の解析と数値解析の研究が進んだ。特に、水蒸気の拡散を考慮した雪の結晶成長について、数値シミュレーションを中心とした数理モデルの改良を行うことができた。
- (4) **塩水中での氷結晶の個体数の変動**について実験解析が進んだ。一般的に、結晶成長学的な研究は、温度一定下における単結晶の成長速度や形の形成の研究が多く、一方で温度が変動する状況下での理解や複数の結晶が共存する場合の振る舞いの理解が十分でない。そこで本研究では温度変動する塩水中における氷結晶の個体数変動や形状に着目して実験的に研究した。研究分担者による先行研究では、周期的温度変動を長期間与えることで、結晶粒界が埋まり、ポロノイ図に類似のパターンを形成するという知見を示していた。本研究ではさらに長時間の継続実験を行った結果、結晶数が1個へ収束することを見出した。これは全界面エネルギー最低条件として説明可能である。一方で、平均温度が比較的高温の実験では、粒界は必ずしも埋まらなくても良く、一定の結晶数へと収束する可能性が残されていることを議論した。
- (5) **氷の幾何学的選別**の実験的研究が推進された。すなわち、複数の氷結晶が成長するときの競合プロセス(成長先端が近接した時に一方が勝ち残るプロセス)である幾何学的選別の実験を行った。古いテーマであるが、氷の樹枝状成長のような特異な異方性、つまり、ベール面内では6つの優先成長方向を持ち、それと直交する方向にはほとんど成長しないというケースは従来扱われていない。また、先行研究に着想を得て、円形容器の周囲から内部への成長実験も行った。結果、成長開始線や面と直交する方向へ優先成長方向が向く結晶が、長距離勝ち残るといった先行研究の予想を再現できた。一方、不均一な温度場を与えた場合には(円形容器の片側をより冷やしたケースでは)、このルールが当てはまらないことが見出された。さらには、容器の厚さのために、3次元的な影響も考慮すべきことが分かった。氷の特異な異方性の影響や、シミュレーションでは扱われない樹枝状結晶の横枝の競合については十分な理解が得られなかった。しかし、この古くからあるテーマに、新規な課題を多く見いだせたことは重要な成果と考える。今後、実験手法を改良してリア

ルタイムでの幾何学的選別過程を観察することで、課題の解明のための研究を継続予定である。

- (6) **n次元空間内の空間曲線の曲率運動**について、新たな比較定理を証明し、数値計算例とともに発表した。これは、曲率運動を行う空間曲線と余次元1の平均曲率運動する曲面の間で成り立つ比較原理で、古典的な結果としてよく知られた平均曲率流に対する比較定理の新たな拡張となるものである。本結果は空間曲線運動に対する新たな数学解析手法として、結晶構造内の転位線の運動など様々な応用・拡張が期待される。
- (7) **雪氷現象を広い意味で捉えた界面現象の数理解析**を主たるテーマに、(1) 燃焼現象の蔵本シバシンスキーを使ったモデル解析、(2) 基本解近似解法の応用について研究の成果があがった。(1)について、燃焼現象の中でも固体燃焼に(一般にはガス燃焼のモデルとして知られる)蔵本シバシンスキーを適用し、効率よく安定な数値計算法を提案し、燃焼実験との比較をおこなった。(2)について、不変スキームの提案がなされた。また、現状でよく研究されていた二次元における基本解近似解法の移動境界問題への適用を拡張し、三次元ケーブルモデルに適用した。基本解近似解法による解を反応拡散方程式と組み合わせて、進行波の存在を数値的に示すことができた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計22件)

〔学会発表〕(計106件)

〔図書〕(計4件)

〔産業財産権〕

出願状況(計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年：
国内外の別：

取得状況(計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年：
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.isc.meiji.ac.jp/~syazaki/>

6. 研究組織

(1) 研究分担者

研究分担者氏名：石渡哲哉

ローマ字氏名：Tetsuya Ishiwata

所属研究機関名：芝浦工業大学

部局名：システム理工学部

職名：教授

研究者番号(8桁)：50334917

研究分担者氏名：木村正人

ローマ字氏名：Masato Kimura

所属研究機関名：金沢大学

部局名：数物科学系

職名：教授

研究者番号(8桁): 70263358

研究分担者氏名：長島和茂

ローマ字氏名：Kazushige Nagashima

所属研究機関名：明治大学

部局名：理工学部

職名：教授

研究者番号(8桁): 70339571

(2)研究協力者

研究協力者氏名：

ローマ字氏名：

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。