

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

令和元年6月14日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2016～2018

課題番号：16H04382

研究課題名(和文)量子制御技術のための制御・量子・情報理論の融合

研究課題名(英文) Fusion of Control/Quantum/Information Theories for Quantum Control Technology

研究代表者

津村 幸治 (Tsumura, Koji)

東京大学・大学院情報理工学系研究科・准教授

研究者番号：80241941

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 11,300,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では量子フィードバック(FB)制御理論、量子力学系の推定、量子計算理論の各分野を融合し、制御理論・量子力学・情報理論の3分野にまたがる有用な理論の確立をめざした。具体的には、(I:制御) 実現性のある光学キャビティの量子FB制御、局所的観測と操作による大規模量子系のFB制御、通信量制約下の熱力学系のFB制御、(II:量子推定) 量子スムージング、実現性を考慮した射影測定の実現性、ゲーム理論的考えに基づく量子状態無情報事前分布の推定、(III:量子計算理論) 量子アニーリングの新たなアルゴリズムの手法およびFB制御による性能向上、確定的量子アニーリングEMアルゴリズムの提案、等の結果を得た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

フィードバック制御は対象・観測・制御則・操作から構成されるが、量子力学系の場合、各要素の定義・設定そのものの多様性と相互依存性により、全体との関係の中で各々重要な意味を持つ。本研究の諸結果は、学術的には、そのような各要素の意味について、あるいは各要素間の関係について答えるものであり、制御理論、量子力学、情報理論の各分野を有機的に融合するための基礎を与えるものと位置づけられる。また社会的意義として量子フィードバック制御の技術は、量子情報機器に高性能性とシステム誤差やノイズに対するロバストネスを与える効果があり、量子情報機器の発展に大いに貢献するものである。

研究成果の概要(英文)：In this research, we aim to establish theories over three fields including control theory, quantum mechanics, and information theory by fusing quantum feedback (FB) control theory, quantum estimation, and quantum computation. In detail, we derived the following results; (I: control) quantum FB control of an optical cavity under measurement constraints, large-scale FB control with local measurement and operations, FB control of thermodynamics under limitation of channel capacity, (II: quantum estimation) generalization of quantum smoothing, projection measurements selection and performance estimation, non-informative prior of the quantum statistical model based on game theory, (III: quantum computation) new methods for quantum annealing and performance improvement by FB control, and deterministic quantum annealing EM algorithm.

研究分野：制御工学

キーワード：制御工学 量子制御 量子フィルタリング理論 量子統計 量子計算 量子アニーリング

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

量子力学系の観測理論に基づいた量子フィードバック制御は、2000年代から制御理論の分野のホットなテーマの一つとなっている。一方で1999年から、通信容量制約下のフィードバック制御における制御性能と通信容量の研究が注目を集めた。この研究は制御理論と情報理論の融合を進め、情報量・エントロピーの概念で両分野の理論が横断的に進歩した。以上を鑑みる時、素朴な疑問は、問題(1) フィードバック制御の視点から見た、量子力学系における適切な情報量とは何か、問題(2) 制御対象(量子力学系)が不確かなとき、その推定にどれくらいの情報量が必要か、問題(3) 情報量の観点から、古典力学系から見た最適な制御対象(量子力学系)とは、というものである。これらの問題に関連して研究分担者による以下の知見があった。量子計算アルゴリズムで用いられる量子力学系の確率分布は、シャノン情報理論による相互情報量で記述するのは不十分であり、ベイズ統計に基づいた量子系に対する「無情報事前分布」なる概念を新たに導入することにより、意味のある「情報量」を導入することができる。一方、量子計算機(例えば D-wave マシン)は、量子力学的効果を利用した量子アニーリングを実現したものであり、その詳細が研究分担者によって研究されているが、系のパラメータ値のずれや熱雑音が解の精度に悪影響を与える。そのようなモデル化誤差や雑音に対するロバスト性を持たせるには、アルゴリズムにフィードバック制御機構を取り入れることが不可欠であると考えた。

### 2. 研究の目的

以上を踏まえ本研究では、その主目的として、動的な量子力学系を研究対象とする、量子フィードバック制御理論、量子力学系のシステム同定、量子計算理論の各分野を、量子力学系の情報量に基づく統一した視点で分野横断的に融合し、制御理論・量子力学・情報理論の3分野にまたがる普遍的原理の解明と統合理論の確立をめざした。また応用研究として、統合理論を適用することにより、各分野の既存の量子システム・古典システムの性能を凌駕する、優れた量子システム(主として量子計算機)の具体的な設計手法の確立を目指した。

上記主目的を達成するため、本研究では分野横断的かつ根源的な個別の課題に注目し、それを解くために必要となる理論を開発することにより、制御理論・量子力学・情報理論の各分野の理論の融合を図った。つまりまずは(1) 制御と量子情報理論、(2) システム同定と量子情報理論、(3) 制御と量子力学系システム設計理論の融合を各々目指し、さらにそれらの具体的な課題として次を目標とした: 課題(1) 量子フィードバック系に必要な情報量の導出、課題(2) 量子力学系に対するシステム同定法の確立とそれに必要な情報量の導出、課題(3) 同定・フィードバックを前提とした量子力学系の最適設計手法の導出、課題(4) 課題(1)~(3)の結果を相互に関係づけることによる理論統合。

### 3. 研究の方法

本研究の目標は、動的な量子力学系の制御・システム同定・最適設計のために情報量の概念を横串とし、「研究目的」で示した個々の課題を解決することによって制御理論、量子力学、情報理論の融合を目指すものであった。これを遂行するためには、制御理論、量子統計理論、量子計算理論のエキスパートが必要であるものと考えた。そこで本研究の構成メンバーを、制御理論・量子制御理論・情報理論・システム同定のそれぞれに精通する津村・大木、制御理論・システム同定を専門とする原・太田、量子統計を専門とする田中、量子計算を専門とする大関からなるものとした。また津村・大木が各研究者間の連携役を兼ねるものとした。

以上を踏まえ、各構成メンバーは具体的には次の研究項目を担当するものとした。

・量子フィードバック制御(津村:研究代表者, 原:連携研究者 担当)、・量子システム同定(大木:研究分担者, 太田:連携研究者 担当)、・量子システムパラメータ推定(田中:研究分担者 担当)、・量子計算システム最適設計(大関:研究分担者)、・理論の統合(全員)

ただし各々必要に応じて相互に担当項目を重複することにより、分野横断的で有機的組織体制を構築し、主たる研究テーマの解決を図った。また各々の研究活動は次の3つの点、1:理論、2:数値実験による検証、3:研究発表、で実施するものとした。

### 4. 研究成果

#### (1) 実用的測定系を伴った光学キャビティのフィードバック制御(大木, 津村)

制御性能の関係を簡潔に表すため、単一の比較的シンプルな量子光学系を新たに制御対象とし、フィードバック制御によって望みの量子状態を達成するため、それに対して具体的な測定系と作用系を設計した。またそのフィードバック制御系によって上記目的が達成されることを、定性的に、また数値実験によって示した。より具体的には以下の通りである。一般に信頼度の高い装置により容易に実現可能な、線形量子力学系である光学キャビティを対象とし、観測と非線形フィードバック制御によって Wigner 関数が古典系ではありえない負の値を持つことが可能かどうかを示した。既存の観測とフィードバック制御を伴った光学キャビティに関する研究では、センサーやアクチュエータに高速性が要求される装置の現実的な実現性については十分検討がなされてこなかった。そのような課題や問題点を解決すべく本研究では、高速な動作が可能な電気光学モジュレータによる、ポンプ光の位相変調をフィードバック制御することを提案した。その上でシステム全体の数理モデルを導出し、様々な数値シミュレーションで Wigner 関数に負値を有効に生成させることが可能であることを示した。

## (2) ネットワーク量子力学系の制御 (大木, 津村)

多数の量子サブシステムをネットワークをもってして連結し、局所的に限定された観測および制御を用いて、グローバルな量子状態を望みのものにするという問題を考えた。特に Symmetric State Consensus (SSC) という合意状態を得る合意形成アルゴリズムが知られていたが、量子系の purity とよばれる量を減少させない実用上真に有意義なものについては、SSC が達成されることの証明は与えられていなかった。そこで本研究では qubit 系に対してフィードバック則を提案し、それによって SSC に確率収束することの証明を世界で初めて与えた。具体的には確率版 Lyapunov の安定定理を用い、SSC に大域的に収束することを示した。SSC のクラスには W 状態という量子情報技術の実現において活用される量子エンタングルド状態も含まれている。量子情報技術の課題の一つに、大規模量子もつれ状態の生成に伴う装置の複雑化の問題があるが、本研究を応用すれば、大規模量子もつれ状態の一例として W 状態を、分散システムにより生成でき、装置の複雑化を克服することが可能であることが示された。

## (3) 通信容量制約下のフィードバック制御を伴った熱力学第二法則の一般化 (津村)

古典熱力学系において、観測とフィードバックを伴った操作により、従来の熱力学第二法則に反する一般化された第二法則が得られることが知られていた。それはミクロな内部状態と観測出力との相関を表す項を新たに含むものとして記述される。これを背景に本研究では、熱浴に接した線形確率熱力学系に対してノイズの無いチャンネルを通した観測とフィードバック制御を施すことを考え、世界で初めて、どのように通信容量と制御性能が熱力学第二法則に関わるかを明らかにした。結果として、最適な制御器と適切なエンコーダを適用することにより、通信容量が大きいほど、系からより大きな仕事を引き出され、同時に高い制御性能が達成されることを示した。本研究は、量子力学系に対して想定される同様の議論および結果に対する基礎的な結果と位置付けられる。

## (4) 量子スムージング問題 (大木)

システムの観測情報の履歴に基づき、条件付き確率で平均最小二乗誤差の意味で最適な状態推定を与えるフィルタリング理論が、量子力学系においても自然に拡張され、そのフィードバック制御においても有用に利用されることが知られているが、現時刻までの観測情報の履歴から、過去の状態を推定するスムージング問題については活発な議論が行われてきている。量子力学系のスムージングは、近年、世界的に研究が活発な量子通信における情報の推定や量子計算結果の読み取り、重力波検出など、過去の量子状態の推定が必要な状況において本質的であるが、その問題の難しさは、適切な状況を設定しなければ、一般には条件付き期待値の量子版を定義することができない点にある。既知の結果として特殊な環境下での条件付き期待値の量子版の利用や、初期状態に制約のついたものがあるのに対し、本研究では、スムージングが可能である量子力学系の最も一般的な形式を導出することに初めて成功した。これは有界作用素で記述される線形作用素に対して有効であり、非有界作用素の場合にスムージング問題が数学的に適切ではない場合があることを示した。また量子 Wiener 過程で駆動され、観測過程も Wiener 過程である場合と、観測過程として Poisson 過程の場合の量子スムージングを導出した。

## (5) 実現性を考慮した射影測定を選択と推定精度の性能評価 (田中)

実際の実験と対応付けられる範囲に制限した量子統計的決定理論を提案した。そこでは、実験で可能な範囲でベイズ決定 POVM やミニマックス決定 POVM が定義され、ミニマックス定理などの基本的な定理が成立する。本研究では、この制限された枠組みで統計的決定論で用いられる推定量の評価の1つである許容性を新たに定義し、端点定理を用いて決定 POVM の端点と許容性との関係を始めて明らかにした。また、漸近リスク関数を定義し、許容性の観点から射影測定の比較が可能であることを示した。応用例として 2 次元パラメータモデルをとりあげ、2 種類の直交する射影測定は 4 種類の射影測定に優越され、非許容的になることを始めて示した。このように、制限した枠組みでの許容性は推定精度の向上に直接、役立つ結果を与えることが示された。

## (6) ゲーム理論的思考に基づく量子状態無情報事前分布の推定問題 (田中)

量子統計モデルにおける無情報事前分布を導出する原理は、通常のベイズ統計に比べてはるかに難しいことが知られている。例えばジェフリーズ事前分布に相当するものは、量子フィッシャー情報行列が無数に定義可能であり、どれが望ましいか不明瞭である。またパラメータが離散の場合には対応できない。このような課題において本研究では、量子統計モデル上で、ある種のゲームの概念を導入し、最も不利な事前分布(LFP)として無情報事前分布を定義することを初めて提案した。さらに量子コンピュータの基本素子である量子ビットの系に注目し、このゲームが 3 次元超球面上の施設配置問題とほぼ等価であることを示した。また応用として、有限個の純粋状態からなるモデルで LFP をすべて導出するアルゴリズムを提案した。

## (7) 量子アニーリングの分解の手法 (大関)

量子アニーリングとは、最適化問題を解くことを量子系の基底エネルギー状態を求める問題に置き換えることで、物理過程の定常状態が組み合わせ最適化問題の大域的最適解になること

を利用した解法であり、量子ビットとその重ね合わせ状態（コヒーレント状態）の性質を用いたメタ・ヒューリスティックアルゴリズムである。世界的に著名な D-Wave system 社はそのアルゴリズムをハードウェアで実現した。しかしながら一般には、利用可能な qubit の数の制約から大規模問題においては全ての変数を実装することは現実的ではない。そのような大規模問題に対して、qbsolv は元問題を実装可能なサブ問題へと分解し、量子アニーラーを用いて繰り返しサブ問題を最適化するものである。ここにサブ問題における多次元論理変数は同時に更新され、本手法によって従来型局所探索アルゴリズムよりもより良い解が得られることが期待される。ただし、原理的にサブ問題は大きいほど計算結果は精度が高まるが、現状、サブ問題自体はスパースな構造を持つ問題に対しても完全グラフを用いての実装が行われることにより小さな問題として扱われており、D-Wave 量子アニーラーのリソースを有効利用されていない。以上を背景に本研究では、より大きなサブ問題を実装するアルゴリズムを新たに提案し、それによって現実的な状況下で、より良い解を得るのに効果的であることを初めて示した。この結果は D-Wave 等の量子アニーラーの有効利用につながる。

#### ( 8 ) 量子アニーリングにおける負符号問題を回避する手法の提案 (大関)

量子アニーリングは量子ゆらぎを模擬した最適化問題のソルバーであり、その動作を確認するためにシミュレートする古典計算機は、Suzuki-Trotter 分解に基づく量子モンテカルロシミュレーションにより実現される。しかしながら量子アニーリングのシミュレーションでは、系を駆動するハミルトニアンが non-stoquastic と呼ばれるクラスであることから「負符号問題」と呼ばれるマイナスの確率をモンテカルロシミュレーションしなければならない状況が現れる。以上を背景に本研究では、ある特別な non-stoquastic ハミルトニアンのクラスを想定することにより負符号問題を回避する手法を初めて提案した。また本手法の有効性を non-stoquastic ハミルトニアンの典型例である反強磁性 XX 相互作用を含む問題に適用し、確認した。

#### ( 9 ) 量子アニーリングのフィードバック制御による性能向上 (大木)

物理実装した量子アニーリングについては、熱雑音等を含む測定装置を含めたデバイスの挙動が、どれだけ理論に忠実かが重要である。完全に理論通りの挙動を行うことは実質的に不可能であるため、計算結果には誤りが生じてしまう。そのために物理実装した量子アニーリングでは、何度も同じ計算を行い、出てきた結果の尤もらしい解を採用する。この繰り返し回数を減らすためには、モデリングと制御の両方の技術を精度よく実現させなければならず、いくつかの誤り訂正の技術が提案されているが、現状としてはあまり喜ばしい方策はない。一方、制御を用いた計算精度の向上についても、いくつか試みられている。本質的にはフィードフォワード制御であり、外乱の影響を考慮した制御入力を設計しているという点では共通している。とくに Quiroz は、複数回のフィードフォワード制御の施行を想定し、施行毎に制御入力を更新するという繰り返し制御を用いることにより、精度向上が見込めることを示している。これに対して本研究では、世界で初めて、1 回のフィードバック制御の施行によって、特定の状況下で漸近的には精度向上が見込めることを理論的に示した。具体的には理想的振る舞いと誤差を漸的に 0 とするフィードバック制御入力を導出した。この結果は量子アニーリングにおいて、より高速に精度のよい計算結果がもたらされるという意義を持つ。

#### ( 10 ) 確定的量子アニーリング EM アルゴリズムの提案 (津村)

本研究では確定的量子アニーリング EM アルゴリズム (DQAEM) を提案した。具体的には、EM アルゴリズムにおける事後分布に量子揺らぎの数学的構造を導入した。この量子揺らぎによって、トンネル効果が誘発されることが期待され、よい尤度を与えるパラメータ推定を実現できると考えられる。量子揺らぎを含む関数は一般には計算することが難しいが、我々はファインマン経路積分法に基づく計算方法を採用することで、この問題を解決した。さらに DQAEM が収束することを示し、提案手法の有効性を示すために、データ・クラスタリングの問題に提案手法と通常の EM アルゴリズムを適用し、その結果を示した。

### 5 . 主な発表論文等

[ 雑誌論文 ] ( 計 22 件、以下はそのうち主たるものの抜粋 )

1. Shuntaro Okada, Masayuki Ohzeki, Masayoshi Terabe, Shinichiro Taguchi, Improving solutions by embedding larger subproblems in a D-Wave quantum annealer, Scientific Reports, 9, 1-10, 2019. <https://doi.org/10.1038/s41598-018-38388-4>
2. Ryoji Miyazaki, Masayuki Ohzeki, Distributions of steady states in a network of degenerate optical parametric oscillators in solving combinatorial optimization problems, Physical Review A, 98, 1-13, 2018. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.98.053839>
3. 田中冬彦, 山形浩一, 量子統計的決定理論の最近の進展, 応用数理, 28-2, 2-10, 2018. [https://www.jstage.jst.go.jp/article/bjsiam/28/2/28\\_2/\\_pdf/-char/en](https://www.jstage.jst.go.jp/article/bjsiam/28/2/28_2/_pdf/-char/en)

4. Hideyuki Miyahara, Koji Tsumura, Yuki Sughiyama, Deterministic quantum annealing expectation-maximization algorithm, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 113404, 2017. <https://doi.org/10.1088/1742-5468/aa967e>
5. Kentaro Ohki, Koji Tsumura, Reiji Takeuchi, Nonclassical state generation for linear quantum systems via nonlinear feedback control, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 50, 125503, 2017. 10.1088/1361-6455/aa721c
6. 田中冬彦, 量子統計的決定理論に基いた射影測定を選択, 数理解析研究所講究録, 2059, 39-77, 2017.  
<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/~kyodo/kokyuroku/contents/pdf/2059-05.pdf>
7. Masayuki Ohzeki, Quantum Monte Carlo simulation of a particular class of non-stoquastic Hamiltonians in quantum annealing, Scientific Reports, 41186, 2017. DOI:10.1038/srep41186

〔学会発表〕(計 68 件, 以下はそのうち主たるものの抜粋)

1. 大木健太郎, フィードバック制御による量子アニーリング計算精度の向上に向けて, 第 6 回 制御部門マルチシンポジウム (MSCS2019), 2019.
2. Fuyuhiko TANAKA, Noninformative prior of the quantum statistical model in the qubit system, APS March meeting, 2019.
3. Songhao Yin, Koji Tsumura, The Second Law of Controlled Linear Stochastic Thermodynamic Systems under Communication Constraints, 57th IEEE Conference on Decision and Control (CDC), Miami Beach, FL, USA, December 17-19, 2018.
4. 田中冬彦, 量子ビット系における無情報事前分布と最適施設配置問題, 2018 年度統計関連学会連合大会, 2018.
5. Shuntaro Okada, Masayuki Ohzeki, Shu Tanaka, Masayoshi Terabe, Shinichiro Taguch, Fast algorithm to embed bigger subproblem for exploiting the potential of D-Wave machine as the part of an iterative solver, Adiabatic Quantum Computing Conference 2018 (AQC18), 2018/6/25 ~ 28.
6. S. Yin and K. Tsumura, The Second Law of Controlled Linear Stochastic Thermodynamic Systems over a Noiseless Digital Channel, MSCS2018, 2018.
7. 大木健太郎, ポワソン型観測過程に基づく量子スムージング, 第 5 回 計測自動制御学会制御部門マルチシンポジウム, 2018.
8. Fuyuhiko Tanaka, Twirling Projective Measurements in Quantum Estimation, American Physical Society March Meeting (国際学会), 2018.
9. Kentaro Ohki, Quantum smoother for open quantum systems driven by quantum jump-diffusion processes, The 50th ISCTE International Symposium on Stochastic Systems Theory and Its Applications (SSS '18) (国際学会), 2018.
10. 田中冬彦, 量子統計的決定理論における量子測定漸近的許容性, 2017 年度統計関連学会連合大会, 2017.
11. Hideyuki Miyahara, Koji Tsumura, Yuki Sughiyama, Relaxation of the EM Algorithm via Quantum Annealing for Gaussian Mixture Models, 55th IEEE CDC (国際学会), 2016.
12. 大関真之, 量子アニーリングにおける負符号問題の解消と応用, 日本物理学会 2016 年秋季大会, 2016.
13. Reiji Takeuchi, Koji Tsumura, Distributed Feedback Control of Quantum Networks, 6th IFAC Workshop NECSYS 2016 (国際学会), 2016.
14. Hideyuki Miyahara, Koji Tsumura, Relaxation of the EM Algorithm via Quantum Annealing, 2016 American Control Conference (ACC) (国際学会), 2016.
15. 田中冬彦, 量子統計的決定理論に基いた射影測定を選択, 数理解析研究所 研究集会 量子システム推定の数理, 2016.
16. Masayuki Ohzeki, Avoiding negative sign problem in simulation of quantum annealing, Adiabatic Quantum Computing Conference 2016 (AQC2016) (国際学会), 2016.

〔図書〕(計 6 件)

1. 片岡駿, 大関真之, 安田宗樹, 田中和之, 照井伸彦, 小谷元子, 赤間陽二, 花輪公雄, 画像処理の統計モデリング, 共立出版, 2018, 174 ~ 238 ページ.
2. 西森秀稔, 大関真之, 須藤 彰三, 岡 真, 量子アニーリングの基礎, 共立出版, 2018, 160 ページ.
3. 大関真之, ベイズ推定入門, オーム社, 2018, 224 ページ.
4. 大関真之, 先生、それって「量子」の仕業ですか?, 小学館, 2017, 190 ページ.
5. 西森秀稔, 大関真之, 量子コンピュータが人工知能を加速する, 日経 B P, 2016, 192 ページ.

6. 大関真之, 機械学習入門 ボルツマン機械学習から深層学習まで, オーム社, 2016, 208 ページ.

〔産業財産権〕 出願状況(計0件), 取得状況(計0件)

〔その他〕なし

#### 6. 研究組織

##### (1)研究分担者

研究分担者氏名:大木 健太郎

ローマ字氏名:Ohki, Kentaro

所属研究機関名:京都大学

部局名:・情報学研究科

職名:助教

研究者番号(8桁):40639233

研究分担者氏名:田中 冬彦

ローマ字氏名:Tanaka, Fuyuhiko

所属研究機関名:大阪大学

部局名:・基礎工学研究科

職名:准教授

研究者番号(8桁):90456161

研究分担者氏名:大関 真之

ローマ字氏名:Ohzeki, Masayuki

所属研究機関名:東北大学

部局名:情報科学研究科

職名:准教授

研究者番号(8桁):80447549

##### (2)研究協力者

研究協力者氏名:原 辰次

ローマ字氏名:Hara, Shinji

研究協力者氏名:太田 快人

ローマ字氏名:Ohta, Kaito

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。