

令和 2 年 7 月 13 日現在

機関番号：12612

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2019

課題番号：16K00012

研究課題名(和文) 情報スペクトル再論 量子情報理論の数学的基礎

研究課題名(英文) Information Spectrum Methods Revisited -- Mathematical Foundations of Quantum Information Theory --

研究代表者

小川 朋宏 (Ogawa, Tomohiro)

電気通信大学・大学院情報理工学研究科・准教授

研究者番号：00323527

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：情報スペクトル的方法は、通信路符号化をはじめとする種々の情報理論的問題について、定常性や無記憶性などの確率論的条件を一切仮定しない一般的な状況で、最も簡明で強力な方法論を提供する。

本研究では情報スペクトル理論で中心的役割を果たす情報量(情報スペクトル量)についてベイズ誤り確率を中心に再定式化を行い、特に量子情報スペクトル理論の簡明化を行うことで、(1)量子通信路符号化における誤り確率評価の精密化(2)サンドイッチ型量子Renyi相対エントロピーを用いた量子情報スペクトル量に関する漸近挙動の解明(3)純粋状態エンタングルメント変換の情報スペクトル理論の構築を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

1948年に情報理論が誕生して以来、地道な理論研究・応用研究を経て、今日のようにデジタル計算機、デジタル通信技術が日常的に使用される状況となった。情報理論の誕生以来、適用範囲を拡大する研究が進められ、1990年代の情報スペクトル理論の誕生により最も一般的な形になった。

現在、量子コンピュータや量子暗号に代表されるように、量子力学に従う媒体を積極的に利用した通信や計算技術の黎明期である。量子情報理論は、量子力学的媒体による通信や計算を支配する原理を明らかにする数学的基礎理論である。量子情報スペクトル理論は量子情報理論の発展に本質的な役割を果たして来たとともに、その適用範囲を拡大する理論である。

研究成果の概要(英文)：In information theoretical problems such as data compression and channel coding, "information spectrum methods" provide the most simple and strong methodology, as it can be applied to general situation without any probabilistic assumption such as stationary nor memoryless setting.

In this study, we reformulated the fundamental quantity used in information spectrum methods by an idea of Bayesian error probability, and obtained (1) refined evaluation of the error probability in quantum channel coding (2) exact determination of asymptotic behavior of the information spectrum quantity by using the sandwiched quantum Renyi relative entropy (3) general theory of pure state entanglement convertibility.

研究分野：量子情報理論

キーワード：量子情報理論 情報スペクトル 量子通信路符号化 量子仮説検定 量子レニーダイバージェンス 大偏差原理 量子情報幾何 エンタングルメント変換

1. 研究開始当初の背景

情報スペクトル的方法[1]は情報理論における数学的方法論の総称である。その特徴は、従来の情報理論がエントロピーを代表とする情報量概念を主役としていたのに対し、「情報スペクトル」と呼ばれる、より根源的な情報量概念に着目する点にある。この特徴によって、データ圧縮、通信路符号化状態識別をはじめとする種々の情報理論的問題を、情報源や通信路に関する、定常性、無記憶性(独立性)、マルコフ性などの仮定から切り離して、最も一般的な設定のもとで考察することが可能となった。とりわけ、量子情報理論の発展にとって、情報スペクトル的方法は重要かつ本質的な役割を果たしてきた。

2. 研究の目的

古典系および量子系における「情報スペクトル」とは、ネイマン・ピアソン検定の第1種誤り確率に関する漸近的特性である。特に、量子ネイマン・ピアソン検定の第1種誤り確率を情報スペクトルの対応物とすることで、量子情報スペクトル理論[2,3]が構築された意義は大きい。一方で、ネイマン・ピアソン検定の第2種誤り確率とのトレードオフにおいて、密度行列の非可換性に起因する非自明な問題を、数学的な技巧で力づくで解決した部分が少なからず残っており、さらなる発展のためには議論の簡明化が必要である。

本研究では、情報スペクトル的方法における「根源的な情報量概念」について再検討を行い、第1種および第2種誤り確率のベイズ的な重み付き和である「プラス型情報スペクトル量」に基づき、古典および量子情報スペクトル的方法の再定式化を行うことを目的とした。

3. 研究の方法

「プラス型情報スペクトル量」は、データ処理不等式、行列の順序に関する単調性、劣加法性を持つなど、これまでの情報スペクトル量より素直な挙動を示す。情報スペクトル理論に「プラス型情報スペクトル量」を導入することで、第1種誤り確率と第2種誤り確率を同時にコントロールし、以下の点において議論の簡明化を行うこととした。

(1) 量子系における情報スペクトル的方法で最も非自明な部分である、多値仮説検定を単純仮説検定へ帰着する議論において「プラス型情報スペクトル量」による簡明化を行う。

(2) 情報スペクトル的一般定理から、定常無記憶性やマルコフ性などの確率論的条件のもとで、エントロピー的な情報量を用いた通常の符号化定理を導出することは、応用へ向けた重要な課題である。本研究では、近年明らかになった、サンドイッチ型・量子Renyi相対エントロピーに関する大偏差型極限定理[4]を用いて、「情報スペクトル量」および「プラス型情報スペクトル量」から通常の情報量への変換に関する議論を整備する。

4. 研究成果

(1) 多値仮説検定から単純仮説検定に至る議論の簡明化 [5]

古典系および量子系において、通信路符号化における受信者側では、送信メッセージを識別するために性能の良い復号器を用意する必要がある。これは送信メッセージに関する多値の仮説検定問題とも言える。量子系では林・長岡不等式[3]を通して、極めて一般的な状況で、復号器の性能評価が単純仮説検定の問題に帰着される。多値仮説検定の問題が単純仮説検定の挙動に帰着される

この意味は明白ではなく、特に量子系において、この部分で密度行列の非可換性に起因する理論の難しさが残っていた。本研究ではプラス型情報スペクトル量を中心にして、多値仮説検定から単純仮説検定への還元を簡明かつ自然な形で行い、復号器の性能評価を精密化した。

(2) 量子確率論的制約における情報スペクトル量の漸近挙動 [6, 7]

情報スペクトル的一般定理から、定常無記憶性やマルコフ性などの確率論的条件のもとで、エントロピー的な情報量を用いた通常の符号化定理を導出することは、応用へ向けた重要な課題である。古典系では、「情報スペクトル量」から通常の情報量への変換において、確率論における大数の法則・大偏差型極限定理、中心極限定理が適用される。一方、量子情報理論ではこれらに対応する極限定理が与えられている訳ではなく、量子力学的確率論の設定において、新たに理論を構築して行く必要がある。

本研究においては、[4]で得られたプラス型情報スペクトル量に関する大偏差理論を量子通信路符号化において適用した。通信路容量を超えた場合の誤り確率の漸近特性に関して、誤り確率が1に漸近することが知られていたが、その指数的スピード(強逆指数)はこれまで求められていなかった。本研究においては、二つの密度作用素に対するサンドイッチ型量子Renyi相対エントロピー:

$$D^*(W||V) = \frac{1}{\alpha - 1} \log \text{Tr} \left(V^{\frac{1}{2}} W^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} S^{\frac{1}{2}} \right)^\alpha$$

に関するMin-Max表現を用いて強逆指数を次の通り厳密に決定した[6].

$$H(R) = \sup_{\alpha > 1} \frac{\alpha - 1}{\alpha} \left\{ R - \sup_P \inf_V \sum_x P(x) D^*(W_x || V) \right\}$$

なお古典系において、この理論は有本-Dueck-Korneの強逆指数として知られている。古典Renyiダイバージェンスによる強逆指数表現は、音楽圧縮フォーマットに代表されるような、品質を犠牲にしながらデータ圧縮率を高める「レート歪理論」と密接な関係がある。

本研究では強逆指数に関する複数の表現が得られたが、さらに操作的に意味のある情報量を抽出するため、符号語におけるアルファベット頻出頻度が一定となる符号に限定した「定タイプ符号化」における強逆指数を決定した[7].

(3) エンタングルメント変換の情報スペクトル理論 [8]

情報スペクトル的方法を用いることで、純粋状態エンタングルメントに関して、任意に与えられた始状態から終状態へ漸近的に変換可能となるための必要十分条件を導いた。これはエンタングルメント蒸留、エンタングルメント希釈に関する理論を極限まで一般化・単純化する理論であり、始状態から終状態への漸近変換可能性が、エントロピー・スペクトルレートのみで決定されることを示した。

<引用文献>

- [1] 韓太舜, 情報理論における情報スペクトル的方法, 培風館, 1998.
- [2] H. Nagaoka, M. Hayashi, IEEE Trans. Info. Theory, vol. 53, pp. 534-549, 2007.
- [3] M. Hayashi, H. Nagaoka, IEEE Trans. Info. Theory, vol. 49, pp. 1753-1768, 2003.
- [4] M. Mosonyi, T. Ogawa, Commun. Math. Phys., vol. 334, pp. 1617-1648, 2015.
- [5] 小川朋宏, 量子情報スペクトル理論の発展と応用, 物性研短期研究会・量子情報・物性の新潮流, 2018. (http://www.qi.t.u-tokyo.ac.jp/workshop/NQuIC2018/slide/ogawa_slide.pdf)

- [6] M. Mosonyi, T. Ogawa, *Commun. Math. Phys.*, vol. 355, pp. 373-426, 2017.
- [7] M. Mosonyi, T. Ogawa, [arXiv:1811.10599](https://arxiv.org/abs/1811.10599), 2018.
- [8] Y. Jiao, E. Wakakuwa, T. Ogawa, *J. Math. Phys.*, vol. 59, 022201, 2018.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件 / うち国際共著 1件 / うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Milan Mosonyi, Tomohiro Ogawa	4. 巻 355
2. 論文標題 Strong Converse Exponent for Classical-Quantum Channel Coding	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Communications in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 373-426
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1007/s00220-017-2928-4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Yong Jiao, Eyuri Wakakuwa, Tomohiro Ogawa	4. 巻 59
2. 論文標題 Asymptotic convertibility of entanglement: An information-spectrum approach to entanglement concentration and dilution	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 22201
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1063/1.5013183	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Hiroshi Nagaoka	4. 巻 -
2. 論文標題 Information-geometrical characterization of statistical models which are statistically equivalent to probability simplexes	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Proc. of 2017 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT2017), June 25-30, Aachen, Germany	6. 最初と最後の頁 1346-1350
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1109/ISIT.2017.8006748	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計17件（うち招待講演 7件 / うち国際学会 9件）

1. 発表者名 小川朋宏
2. 発表標題 量子情報スベクトル理論の発展と応用
3. 学会等名 量子情報・物性の新潮流（東京大学物性研究所）（招待講演）
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Tomohiro Ogawa
2. 発表標題 Information-spectrum approach for asymptotic convertibility of entanglement
3. 学会等名 Quantum Information Theory and Mathematical Physics 2018 (Budapest) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 小川朋宏
2. 発表標題 量子系における状態識別とレニー・ダイバージェンス
3. 学会等名 第7回信州関数解析シンポジウム (信州大学理学部) (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Tomohiro Ogawa
2. 発表標題 Information spectrum methods for quantum wiretap channel coding
3. 学会等名 Quantum Information Theory and Mathematical Physics, August 30 - September 2, Budapest, Hungary (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Tomohiro Ogawa
2. 発表標題 Quantum wiretap channel coding and information spectrum methods
3. 学会等名 10th International Conference on Information Theoretic Security (ICITS2017), November 29 - December 2, Hong Kong, China (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 福先伶, 長岡浩司
2. 発表標題 勾配法を用いた通信路容量計算法について
3. 学会等名 第40回情報理論とその応用シンポジウム, pp.458-463, 新潟県新発田市泉慶
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 豊田健太, 小川朋宏
2. 発表標題 ボルツマンマシンにおけるクラスター型モデルへの近似に関する情報幾何学的考察
3. 学会等名 電子情報通信学会IT研究会, 信学技報IT2017-143, pp. 7-12, 東京理科大学葛飾キャンパス
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 森雄喜, 小川朋宏
2. 発表標題 盗聴通信路符号化におけるコセット符号化の安全性評価方法について
3. 学会等名 電子情報通信学会ISEC研究会, 信学技報ISEC2017-131, pp. 237-242, 東京理科大学葛飾キャンパス
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 長岡浩司
2. 発表標題 情報スペクトルをめぐる初期の思い出と若干の考察
3. 学会等名 2018年電子情報通信学会総合大会, チュートリアルセッション「情報スペクトル古今東西」, pp. SS26-SS27, 3月20日-23日, 東京電機大学千住キャンパス(招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroshi Nagaoka
2. 発表標題 Revisit to the autoparallelity and the canonical divergence for dually flat spaces
3. 学会等名 Information Geometry and its Applications (IGAIA) IV (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Hiroshi Nagaoka
2. 発表標題 A characterization of statistical manifolds on which the relative entropy is a Bregman divergence
3. 学会等名 Proc. of 2016 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT2016) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Yong Jiao, Eyuri Wakakuwa, Tomohiro Ogawa
2. 発表標題 Asymptotic convertibility of entanglement: A general approach to entanglement concentration and dilution
3. 学会等名 16th Asian Quantum Information Science Conference (AQIS2016) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Mitsuharu Arimura, Hiroshi Nagaoka
2. 発表標題 A two-step universal WV code using an asymptotically sufficient statistic extracted from a VF Code
3. 学会等名 Proc. 2016 International Symposium on Information Theory and its Applications (ISITA2016) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Yong Jiao, Eyuri Wakakuwa, Tomohiro Ogawa
2. 発表標題 Asymptotic convertibility of entanglement: A general approach to entanglement concentration and dilution
3. 学会等名 20th Conference on Quantum Information Processing (QIP2017) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Hiroyasu Tajima, Eyuri Wakakuwa, Tomohiro Ogawa
2. 発表標題 Large deviation implies first and second laws of thermodynamics
3. 学会等名 Fifth Quantum Thermodynamics Conference (QTD5) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Tomohiro Ogawa
2. 発表標題 A hash property of statistical ensembles and relation to classical-quantum channel coding
3. 学会等名 第34回量子情報技術研究会 (QIT34)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 長岡浩司
2. 発表標題 確率単体とマルコフ同型な統計モデルの特徴付け
3. 学会等名 第39回情報理論とその応用シンポジウム(SITA2016)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

小川朋宏, 量子情報スペクトル理論の発展と応用, 物性研短期研究会・量子情報・物性の新潮流, 2018. http://www.qi.t.u-tokyo.ac.jp/workshop/NQuIC2018/slide/ogawa_slide.pdf

M. Mosonyi, T. Ogawa, arXiv:1811.10599, 2018.

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	長岡 浩司 (Nagaoka Hiroshi) (80192235)	電気通信大学・大学院情報理工学研究科・名誉教授 (12612)	