様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９　（共通）

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

令和　　元 年　　５ 月 ２８ 日現在

機関番号：３４４１６
研究種目：基盤研究(C)（一般）
研究期間：2016～2018
課題番号：１６Ｋ０５０４０

研究課題名（和文）低損失密閉環境内および反射箱内高周波電磁界の大規模数値計算法に関する研究

研究課題名（英文）Efficient numerical calculation method of high frequency electromagnetic fields in large-scale low-loss cavities and reverberation chambers

研究代表者
濱田　昌司（Hamada, Shoji）

関西大学・システム理工学部・教授

研究者番号：２０２４６６５６

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　　3,600,000円

研究成果の概要（和文）：無損失立方体空洞内電磁界のモーメント法解析につき、空洞辺長を１～約53.6波長の区間で変更し、大規模空洞問題における反復解法の収束性を調査した。反復解法の収束性改善手法である残差切除法の拡張手法を新規に複数提案し、BiCGSafe法と呼ばれる反復解法の収束性を改善した。悪条件時には最大約8.5倍速の収束性改善が得られ、BiCGSafe法単体では収束不能でも本手法の適用により収束可能となる例も見られた。Calderon前処理が本手法と併用可能であることと、この前処理が本問題に有効性を示すことも検証した。

研究成果の学術的意義や社会的意義
低損失密閉環境中および反射箱中の高周波電磁界は、生体影響や電子機器影響の観点から重要な場だが、大規模高速高精度計算が困難な計算対象の一つである。本研究により大規模解析の難易度を低下させることができ、生体影響や電子機器影響の検討がより容易になった。一方、残差切除法は任意の反復解法および任意の前処理手法と併用可能な収束性改善法であり、その改良法を提案できたことは、悪条件問題を反復解法で扱っている様々な分野の問題に対し、新たな収束性改善策の候補を提供できたといえる。個別問題に対する有効性は、実際に適用してみないと分からないが、様々な分野への適用と有効性の検証という課題が新たに生まれたともいえる。

研究成果の概要（英文）：We conducted research on the convergence property of the iterative solvers for analyses of electromagnetic fields in lossless cubic cavities by the method of moments. We increased the cavity side length from approximately 1 to 53.6 wavelengths, and the convergence of the iterative solvers in large-scale cavity problems was investigated. We proposed extended versions of the residual cutting method, which improves the convergence of iterative solvers, and we applied them to an iterative solver called BiCGSafe method. These extended versions improved the convergence of ill-conditioned problems up to about 8.5 times, and in some cases, these extended versions achieved convergence even when the BiCGSafe method didn’t converge. We also verified that Calderon preconditioner can be used with these extended versions and that this preconditioner is effective to the cavity problems.

研究分野：数値電磁界解析

キーワード：電磁界解析　反復解法　収束性　悪条件問題　残差切除法　モーメント法　高周波　反射箱

様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９－１、Ｚ－１９、ＣＫ－１９（共通）

１．研究開始当初の背景

(1) 波源が密閉領域内に置かれた環境での高周波電磁界解析は、エレベータ・船舶・車両・函体内等での生体・電子機器への電磁界影響問題(電磁環境問題・電磁両立性問題)を始め、様々な形で解析需要があり、頻度も必要性も増加を続けている。こうした環境下では壁面等で多重反射が起きるため､反射回数の少ない散乱問題より高精度計算がずっと困難となる｡それでも、内在物や壁面での損失が大きい場合(開口部やポートも壁損失と見なせる)や、そう近似できる場合は、「密閉領域寸法/波長」比が比較的小さな条件下で、FDTD 法やモーメント法等を用い実用解析が行われている。しかし低損失で、「密閉領域寸法/波長」比が大きい大規模問題になると、実質無限回の反射を経て電磁界分布が定まるため、また領域辺長の３乗で共振モードが増えるため、解析の難易度が急激に高くなり、例えば以下のような困難が生じる。

・FDTD 法の様な時間領域解法を用いると、実質無限回の反射を模擬する必要が生じ、解収束に非常に多くのタイムステップを要し、十分に収束しないこともある。さらに、ある位置での電磁界が実質無限個の反射波の重ねとなるため、解精度の維持が難しい。

・支配連立一次方程式の求解に反復解法を用いる計算法では、反復の収束性が極端に悪化することがある。原因は、共振モードの増加が係数行列の条件数を悪化させるためとみられる。収束不十分な解は、悪条件故に近似解にほど遠い場合がある。

(2) 一方、低損失密閉領域内電磁界の有効利用例としては、放射イミュニティ試験用の反射箱(リバブレーションチェンバ)が挙げられる。反射箱は電波暗室と同様、試験対象に電磁波を照射して影響を調べるための実験室(装置)である。電波暗室とは逆に壁面損失を小さくし、電磁界撹拌用の可動反射板(スターラ)等を設け、試験対象に(理想的には)あらゆる方向・位相・偏波の電磁波を同時照射可能とし、対象への最悪の電磁界影響を短時間で遺漏なく検出する装置である。反射箱の設計や、反射箱内の生体モデルへの影響評価にも電磁界解析が必要となる。

(3) このように、電磁環境問題の解析対象としても、電磁環境計測用の実験装置の解析においても、低損失密閉領域内の電磁界解析が必要とされるが、「密閉領域寸法/波長」比が大きい大規模問題になると高精度解析が大幅に困難となり、大変高難度の計算対象といえる。

２．研究の目的

(1) 低損失密閉領域内の大規模電磁界解析に関し、数値解法および反復解法の改良を行うことにより、計算精度の改善や計算速度の改善に寄与する。また現状では悪条件時に収束不能となる問題を、収束可能とすることができれば、数値解法の取り扱い可能範囲を広げることができる。これらにより、通信機器・電子機器・生体等の安全性や信頼性あるいは効率の向上のための研究が加速され、電磁環境問題・電磁環境計測分野の発展への貢献が期待される。

(2)さらに、小規模問題から大規模問題にかけての一連の密閉領域問題「標準解」を整備して密閉領域問題における収束特性を明らかにすることは､こうした調査の前例が見当たらないため、高い資料価値を有すると考える。「標準解」の整備と解の蓄積は、各種電磁界計算法及びコードの妥当性検証手段を多くの研究者に提供することになり､電磁界計算分野の発展に寄与できる。

(3) なお、悪条件な大規模問題を扱わなければならないケースは、計算科学の幅広い分野で今後ますます増加していくと思われる。本課題の遂行により、大規模悪条件問題に有効性を持つ反復解法や反復解法の改良手法を開発できれば、悪条件問題を扱う様々な分野でもこれらの手法を活用できる可能性が生まれ、広範な研究分野への波及効果も期待できる。

３．研究の方法

(1) 「厳密数値解計算法」: 直方体密閉領域内に点波源を配置した際の電磁界の解析解を、数値計算する方法を整備し、モーメント法による数値解を評価可能とする。また、解析解を吟味することで解が満たすべき性質を把握し、モーメント法による数値解の定性評価も可能とする。

(2) 「モーメント法による大規模解析手法の検討」: 無損失の立方体空洞内に微小電流ダイポールを１個配置して空洞内の電磁界をモーメント法により解析する。電磁界の波長は固定し、立方体空洞の辺長を徐々に長くしていくことで空洞寸法を拡大し、モーメント法の解と収束性を観察する。モーメント法に用いる境界条件式と反復解法との種類が、解と収束性に与える影響を調査し、良好な解が高速に得られる条件を調査する。

(3) 「反復解法の収束性改善策としての残差切除法の拡張手法の開発」: モーメント法による一連の収束計算に関し、収束性の改善策として残差切除法を適用する。残差切除法は悪条件下での反復解法の収束性を改善可能な手法であり、本問題に対する適切な使用方法を調査する。さらに、残差切除法の拡張手法を開発することで、さらなる収束性の改善を試みる。モーメント法の収束に失敗した問題についても、残差切除法の適用により収束が可能となるかどうかについても検証する。

４．研究成果

(1) 「厳密数値解計算法」：無損失直方体空洞内の電磁界の解析解は、D.A. Hill, Electromagnetic fields in cavities, IEEE press series, Wiley (2009)および C.T. Tai, Dyadic Green functions in electromagnetic theory, IEEE press (1993)に記載がある。この解析解を数値的に解くことで、汎用数値解法の校正用の正解を得る。図１(左)は周波数 6GHz で立方体空洞の辺長 L を 40cm（≒8 波長）とした場合の解析解の数値計算結果の例である。微

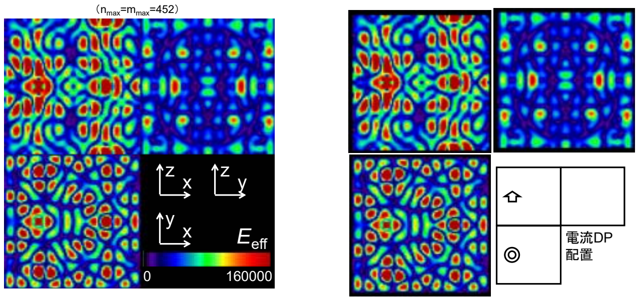

図１　８波長問題のE_{eff}の解析解(左)とMoM解(右)

小電流ダイポールの位置は(L/4, L/2, L/2)とし、向きは z 方向とした。図１(右)はモーメント法（境界条件式に電界積分方程式を使用、要素辺長 d は 5mm ≒ 波長/10）による数値計算結果であり両者がよく一致していることが分かる。なお、解析解は無限級数解となっており、解精度を高めるには無限級数の打ち切り次数を上げる必要があるが、倍精度計算では級数和が安定しなかったため、4 倍精度で計算を行った。解析式より、無損失空洞内の電磁界は定在波となり、電界と磁界とはπ/2 だけ位相がずれ、微小電流源から空洞への正味のエネルギー流入が 0 となることで定常状態が実現している。印加電流源の位相を 0 rad（実数）とすると、壁電流および空洞内磁界の位相も 0 rad（実数）となり、空洞内の電界の位相はπ/2 rad ずれ純虚数となる。汎用解法の計算結果もこれらの性質を満たしていることが必要条件となる。

(2) 「モーメント法による大規模解析手法の検討」：無損失の立方体空洞内電磁界をモーメント法により解析する。電磁界の波長λは固定し、立方体空洞の辺長 L を 2 要素長（1 要素長は d = 5mm≒λ/10）ずつ拡大しモーメント法の解と収束性を観察した。要素にはルーフトップ関数を用い係数行列ベクトル積計算にはシングルレベル FMM を用いた。境界条件式としては、電界積分方程式（EFIE）と混合積分方程式（CFIE）とを用いて性能を比較した。CFIE を用いた場合の空洞内電磁界は壁電流（モーメント法の解）の位相が印加電流源と同相とならず、近似解としても採用しにくい事が分かった。なお、散乱問題については CFIE を用いて EFIE 解と十分に近い解が得られる。CFIE の解精度が EFIE の解精度よりも劣ることは、例えば L. Gürel, Ö. Ergül: "Contamination of the accuracy of the combined-field integral equation with the discretization error of the magnetic-field integral equation", IEEE Trans. on Antennas Propag., Vol.57, No.9, pp.2650-2657（2009）でも指摘されている。CFIE を採用できれば、EFIE よりも収束性がよく共振フリー特性もあって望ましいのだが、本研究では以下、EFIE のみを使用した。反復解法には GMRES 法、COCG 法系列の解法（COCG, COCR, QMRCOCG, QMRCOCR）、BiCGSafe 法を用いて性能を比較した。本問における GMRES 法の収束特性は、反復初期の収束が非常に悪く、反復回数（または係数行列ベクトル積数（MVM 数））がある値を越えると、急速に残差が減少する傾向を示した。問題規模の拡大に連れてこの「ある値」も増加し、リスタートをかけることでも「ある値」は増加した。リスタートまでの反復回数を 6000 とした場合で、L/d =80 程度までが収束可能な限度となり、GMRES 法では大規模問題を取り扱えなかった。COCG 法系列の解法は、収束の滑らかさを改善する QMR 法付きの手法も含め、L/d が 150 程度までは、大変良好な収束性を示した。しかし、L/d が 150 程度を越えると収束性が悪化を始め、収束に失敗するケースも発生し始め、L/d =240 程度を越えると後述の BiCGSafe 法の収束性に劣るようになった。空洞問題と同じ係数行列を用いる散乱問題（図２参照）も並行して実行したところ、空洞問題と散乱問題とで収束に失敗する L/d

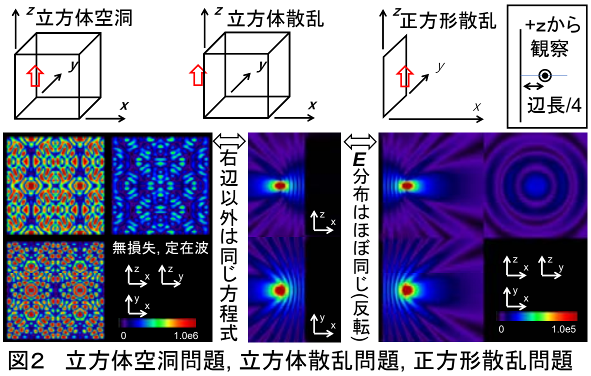

図2　立方体空洞問題, 立方体散乱問題, 正方形散乱問題

値が一致しない現象が見られたため、共振現象などの物理的に意味を持つ収束の失敗ではないことが分かった。COCG 法系列の解法は EFIE の係数行列の対称性を利用できる長所があるが、大規模問題においては収束性が悪化するため、結局、大規模問題には不向きと判断した。BiCGSafe 法（藤野清次・藤原牧・吉田正浩: 「準残差の最小化に基づく BiCGSafe 法の収束性について」, Trans. JSCES, 20050028, pp.1-8 (2005)）は、L/d が小さい領域では COCG 法系列の解法よりも 1.5 倍～6 倍程度収束性が劣るが、大規模問題になっても極端に収束性が劣化することがなかった。また、収束が悪化したり収束に失敗するケースでは、空洞問題と散乱問題とでほぼ同じ悪化傾向がみられたため、これらは物理的に意味のある収束性の悪化であると考えられた。以上より、BiCGSafe 法は大規模問題の解析にも適した解法だと結論し、本研究では以下、反復解法として BiCGSafe 法を用いることとした。本問における BiCGSafe 法の収束特性を以下にまとめる。
[1] 反復初期の収束性は良好だが、反復とともに収束性が低下していった。残差の減少期と残差減少の停滞期とが繰り返される傾向があり､反復とともに停滞期が長くなる傾向が見られた。
[2] 空洞問題と散乱問題とで収束所要 MVM 数の増加傾向は概ね一致し、自然な結果となった。MVM 数の増加傾向と、係数行列の条件数の平方根とが、概ねよく似た増加傾向を示した。
[3] 共振条件の近傍で条件数および収束性の悪化がみられた。
[4] [3]の中には、特に収束性が悪化し収束不能となる場合と、収束するものの解精度の低下が顕著となる場合がみられた。
[5] [3][4]の場合を除けば、収束に要する MVM 数（の下限値）は L に概ね比例的に増加した。

(3) 「反復解法の収束性改善策としての残差切除法の拡張手法の開発」: BiCGSafe 法は大規模問題でも安定して解が求まり易い、本問に適した解法であったが、収束性には改良の余地が見られた。そこで、収束性改善法として残差切除法（A. Tamura, K. Kikuchi, T. Takahashi: “Residual cutting method for elliptic boundary value problems”, Journal of Computational Physics, Vol.137, pp.247–264 (1997)）を取りあげ、BiCGSafe 法への適用を検討した。残差切除法（RCM）を BiCGSafe 法に適用する場合、BiCGSafe 法は副反復となり、残差切除は主反復となる。主反復は連立一次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ を扱い、その第 n ステップにおける残差ベクトル $\boldsymbol{r}_n = \boldsymbol{b} - A\boldsymbol{x}_n$ に対して、残差方程式 $A\boldsymbol{y} = \boldsymbol{r}_n$ を副反復で解く。主反復の各ステップで残差方程式の右辺が更新されることで、主反復の相対残差が小さい時も副反復の相対残差は過小化せず、収束性が悪化しにくいとされる。標準的な残差切除法の使い方では、各副反復での反復上限回数を少ない回数（例えば数回）に留め、$\boldsymbol{y}$ の粗い近似解を高速に作成するのが良いとされる。ところが本問においては、この設定による残差切除法の適用は BiCGSafe 法の収束性改善にならないことが判明した。そこで、主反復の収束判定値を 10^{-7} として、$n=0$ の副反復では判定値を 10^{-2} とし、$n=1$ の副反復では収束判定を少し緩め（=判定値を大きくし）、$n=2$ の副反復では更に収束判定を緩めることとした。正確には n 回目の副反復収束判定値を $\varepsilon_n = 10^{-2.0-0.19\times\log_{10}(|\boldsymbol{r}_n|/|\boldsymbol{b}|)}$ とすることとした。この様にした場合の MVM 数に対する残差収束の様子を例示したのが図 3（左上）である。この場合、MVM 数が約 52%（11556 回→6106 回）にまで削減され

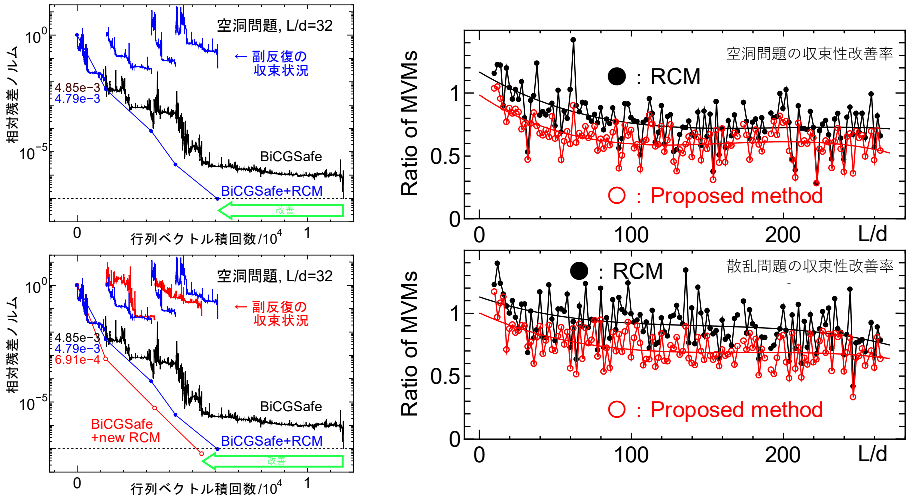

図3 RCMの収束状況（左上）とRCM-MASの収束状況（左下）とMVM数改善率（右）

た。ただし、過収束の防止策や、副反復終了時の収束阻害の回避など、細かな工夫を追加している。この方法で使用する RCM を用い、L/d=264 までの範囲で空洞問題と散乱問題の収束性改善率を調べたのが図 3（右）である。空洞問題では平均的に約 70%に、最良で約 30%にまで収束性が改善された。散乱問題では平均的に約 80%に、最良で約 40%にまで改善された。しかしなお、収束性の改善は不十分であったので、残差切除法の拡張手法を検討し、複数の近似解を用いる残差切除法（RCM-MAS）という拡張手法を開発した。アルゴリズムの詳細は、濱田昌司：「導体空洞内電磁界のモーメント法解析のための残差切除法の拡張手法」、電気学会研究会資料、電磁環境研究会 EMC-18-90, pp. 39-44 (2018)に公表されている。この方法による残差収束の様子

を示したのが先の図 3（左下）である。この場合、MVM 数が約 47%（11556 回→5418 回）にまで削減された。図 3（右）には RCM-MAS の収束性改善率も示しており、空洞問題・散乱問題共に RCM の改善結果よりも、更に 20 ポイント程度収束性が改善されていることが分かる。

(4)さらに、L/dを 390 まで 2 刻みで変化させ、390 を超える領域では不等間隔で 536 まで L/d を変化させて、空洞問題における RCM-MAS の効果を調査した結果が図 4 である。L/d=390 付近

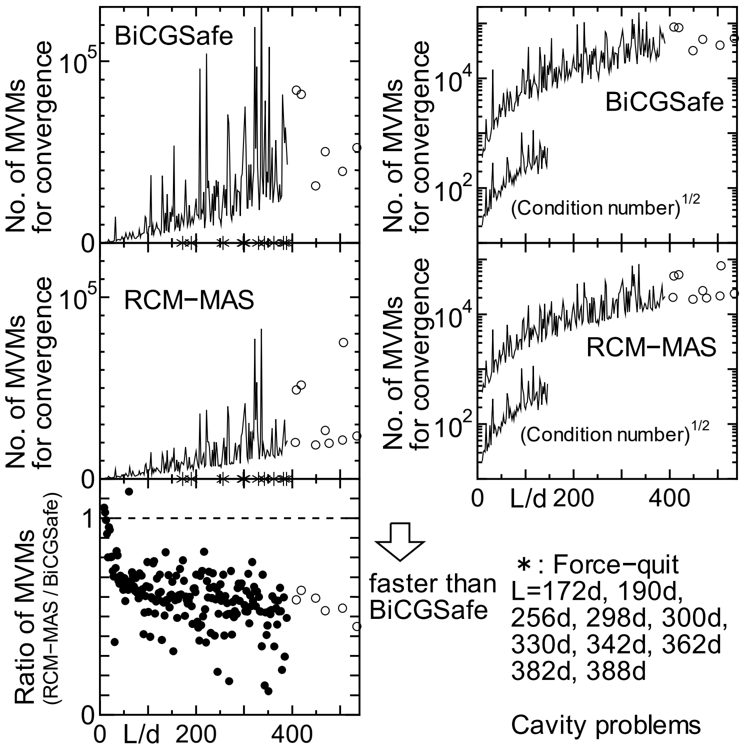

図4　空洞問題（L/d ≦536）でのRCM-MASの収束性

で平均的に 50%程度にまで MVM 数が削減され、最良の場合で 11.74%（L/d=352 にて）に削減され、つまり 8.5 倍の速度改善がみられた。概ね L/dの増加とともに収束性が改善され、さらに BiCGSafe 法の収束性が悪い時に改善率が高くなり易いので、計算時間の削減効果は小さくない。図 4 には L/dの広い範囲で BiCGSafe 法の収束に必要な MVM 数が示されており、また反復回数の下限が概ね直線的に増加することも観察でき、高い資料価値を有すると考える。

(5)L/d =536 とした場合の電磁界分布の表示例を図 5 に示す。非常に複雑な分布の定在波となっていることが分かる（なお着色最大値は、E_{eff} の最大値とは異なる）。

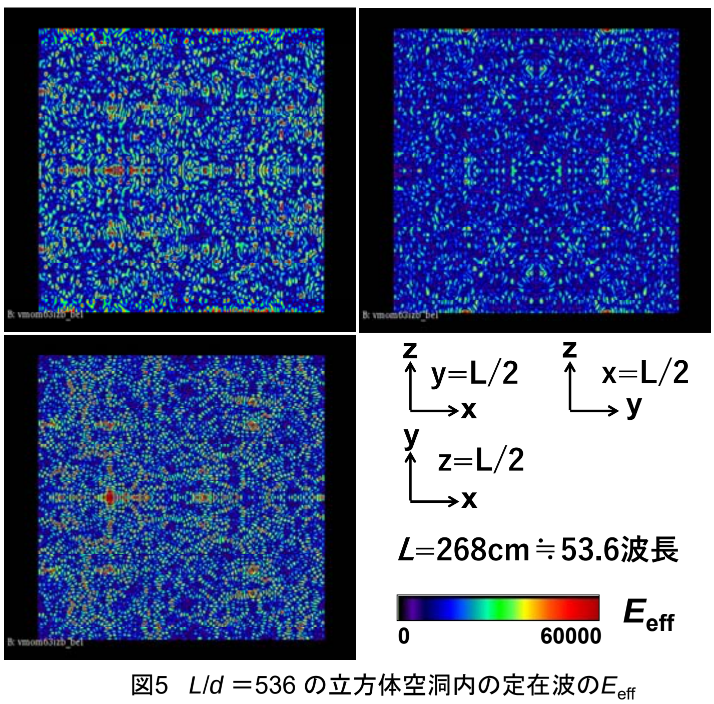

図5　L/d ＝536 の立方体空洞内の定在波のE_{eff}

(6)さらに、Calderon 前処理と呼ばれる手法を RCM-MAS と併用可能であることも確認し、以下の結果を得た。Calderon 前処理のみで、BiCGSafe 法の MVM 数を 1/3～1/6 程度に削減することができた。ただし前処理に必要な計算時間が長く、開発したコードでは大規模問題において計算時間の短縮にならなかった。一方、Calderon 前処理と RCM－MAS とを併用すると今回も MVM 数をさらに平均的に約 1/2 に削減できた。開発したコードでも大規模問題において計算時間の短縮が確認されたが、残念ながら Calderon 前処理を行わない RCM-MAS のみを施した BiCGSafe 法の方が計算時間は短かった。RCM-MAS と他の前処理手法との併用可能性は実証された。

(7)次に、BiCGSafe 法が収束に失敗した *L*/*d* =190 の空洞問題について、RCM-MAS による収束性改善を試みた。RCM-MAS の副反復上限回数を少なくした設定では収束に成功したが、副反復上限回数が相対的に大きい設定では収束に失敗した。この様子を図 6 に示す。そこで、このよう

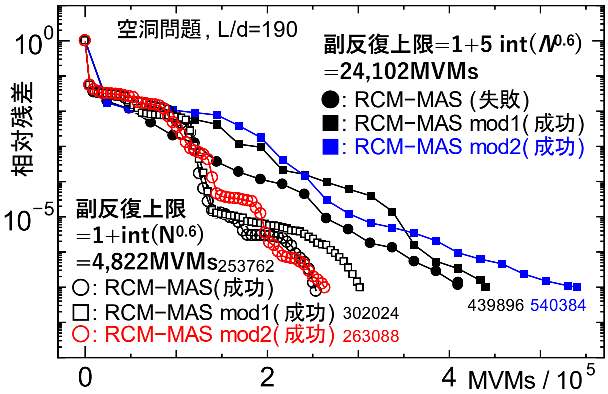

図6　*L*/*d* ＝190 の立方体空洞問題の収束状況

な悪条件下での安定性を向上させた RCM-MAS の安定性向上改良版を 2 種類開発した（RCM-MAS mod1, RCM-MAS mod2)。これらを用いて *L*/*d* =190 の空洞問題を解析した結果も図 6 に示した。両改良手法共に収束に成功したが、副反復上限回数を変更した 2 種類の設定で、一方では mod1 の方が少ない主反復回数で収束し、もう一方では mod2 の方が少ない主反復回数で収束したため、両手法の優劣は現在のところ判定できていない。いずれにしても、残差切除法（の拡張手法）の支援が無ければ収束に失敗していたケースでも、残差切除法の適用により収束に成功するケースがあることが示された。

(8) 無損失導体立方体空洞内の定在波電磁界のモーメント法による数値解析法について、境界条件式に EFIE を用い反復解法に BiCGSafe 法を用いた大規模解析（空洞辺長 *L*≦53.6 波長）に関し、計算精度と速度の改善に取り組んだ。反復解法の収束性改善手法である残差切除法の拡張手法を開発し、収束性および計算速度の改善に寄与できた。本問のような悪条件な大規模問題を扱うケースは、計算科学の広い分野で今後ますます増加していくものと思われる。本研究で開発した拡張手法を含めた残差切除法は、他の前処理手法との併用が可能で、どの反復解法にも形式的には適用可能である。適用時に改善効果が現れるかどうかは実際に確認を行わなければ分からないが、収束性改善策の候補として広範な分野で利用可能な手法となっている。今後、開発した拡張手法が様々な問題に有効かどうかを、広く検証されることを期待している。

５．主な発表論文等

〔学会発表〕（計 6 件）

① <u>濱田昌司</u>、導体空洞内電磁界のモーメント法解析のための残差切除法の拡張手法、電気学会電磁環境研究会 EMC-18-090、2018 年
② <u>濱田昌司</u>、三次元直交等間隔格子上磁界分布の効率的計算法、平成 30 年電気学会全国大会、S8-5、2018 年
③ <u>濱田昌司</u>、複数の近似解を用いる残差切除法と Calderon 前処理とを併用するモーメント法、平成 29 年電気学会基礎・材料・共通部門大会, 19-B-a1-3、2017 年
④ <u>濱田昌司</u>、複数の近似解を用いる残差切除法のモーメント法への適用、平成 29 年電気学会全国大会, 1-015, 2017 年
⑤ <u>Shoji Hamada</u>, Improving convergence of iterative solvers using residual cutting method to solve electromagnetic fields in lossless cavity by method of moments, 35th JSST annual conference international conference on simulation technology (JSST2016), Kyoto, Japan, Oct. 27-29, 2016.
⑥ <u>濱田昌司</u>, 電界積分方程式に基づく高速多重極 MoM 解析における反復解法の収束特性、平成 28 年電気学会基礎・材料・共通部門大会、6-C-a1-3、2016 年