

令和 3 年 6 月 3 日現在

機関番号：15501

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2020

課題番号：16K05133

研究課題名(和文)リーマン対称空間における等質的曲面論の構築

研究課題名(英文)A construction of the theory of homogeneous surfaces in Riemannian symmetric spaces

研究代表者

内藤 博夫(Naitoh, Hiroo)

山口大学・その他部局等 ・名誉教授

研究者番号：10127772

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,000,000円

研究成果の概要(和文)：この研究は、リーマン対称空間の等質部分多様体の分類をグラスマン幾何的部分多様体論の視点から考察する研究プロジェクトの初期研究の位置づけにあり、対象とする部分多様体は曲面に限定される。本研究で得られた成果は、グラスマン幾何的曲面論の枠組みに関する一般論の構築ができた点及び、関連研究として、3次元リーマン等質空間のグラスマン幾何的曲面論が完成に至った点である。

研究成果の学術的意義や社会的意義

リーマン対称空間の等質部分多様体の分類は未解決問題であり、1950年代にE.B.Dynkinによって解決されたコンパクトリー群の連結閉部分群の分類問題の発展的課題である。その課題に対する初動的な本研究は、等質曲面をグラスマン幾何的に類別する方法の一般論を考察することで、上記未解決分類問題への1つのアプローチの方法を与えたという点で学術的意義があり、関連研究である3次元リーマン等質空間での研究成果はその方向性が有効であることを示唆している。

研究成果の概要(英文)：This research is positioned as the initial research of a research project that considers the classification of homogeneous submanifolds in the Riemannian symmetric spaces from the viewpoint of the Grassmann geometry of submanifolds, and the target submanifolds are limited to surfaces. The results obtained in this research led to the construction of a general theory regarding the framework of the Grassmann geometry of surfaces, and as a related research, gave the completion of the surface theory of Grassmann geometry in the three-dimensional Riemannian homogeneous space.

研究分野：微分幾何

キーワード：微分幾何 部分多様体 等質部分多様体 リーマン対称空間 グラスマン幾何 曲面論 リー理論 準線形偏微分方程式

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

幾何学における曲面の研究は、定曲率空間の高次元部分多様体論、さらには、複素射影空間の複素部分多様体論や全実部分多様体論など、曲面の高次元化を図るとともに、ターゲットとなる像空間をいわゆる階数1のリーマン対称空間に広げ、その中の部分多様体論として発展してきた。リーマン対称空間は、定曲率空間を含むリーマン等質空間であり、リー理論を用いた E. Cartan による分類理論の完成以降、国内外で様々な研究が行われ、今日では、リーマン幾何学における代表的な空間の1つとして位置づけられている。また、上記の部分多様体論において、その対象とする部分多様体の接空間は、像空間の接空間の中で、それぞれの部分多様体論に固有な唯一つの部分ベクトル空間をモデルとして特徴付けられている。このような特徴に着目して構築された部分多様体論を軌道型グラスマン幾何(的部分多様体論)という。

研究代表者は、このような枠組みを活用して、「一般のリーマン対称空間における対称部分多様体」の完全な分類に成功した(文献)。対称部分多様体は、軌道型グラスマン幾何における対称性の高い部分多様体の例で、その分類問題は、D. Ferus による「ユークリッド空間における分類理論」(文献)に始まり、研究代表者達により、階数1のリーマン対称空間の場合の研究を経て、一般のリーマン対称空間の場合に発展してきた。さらに、その後、研究代表者と研究分担者井ノ口は、低次元リーマン等質空間の代表的な空間の1つである3次元ユニモジュラーリー群において、グラスマン幾何的曲面論の分類研究を行い、そのような曲面論を分類するとともに、それぞれの曲面論における極小曲面や平均曲率一定曲面など典型的な曲面の存在を明らかにしてきた(文献)。ユニモジュラーリー群は、一般にリーマン対称空間ではないが、ともにリーマン等質空間の代表的な空間例である。

以上の研究の知見を経て、「一般のリーマン対称空間におけるグラスマン幾何的曲面論の研究」に着手したが、断片的な知見の集約に止まり理論構築までには至らなかった。本研究は、これらの研究の達成状況を踏まえるとともに、その研究手法等を検証して、再度、同空間におけるグラスマン幾何的曲面論の理論構築を目指すもので、発展的に、高次元のグラスマン幾何的部分多様体論の構築に繋がることを期待している。以上が本研究の着想に至った背景である。

2. 研究の目的

本研究は、グラスマン幾何的部分多様体論、特に、曲面論をリーマン対称空間のリー理論を用いて研究することを目指し、その研究手法や研究成果が未解決問題である「リーマン対称空間における等質曲面」の分類問題の研究に発展的に寄与することを期待するものである。

本研究が対象とするグラスマン幾何的曲面論は、R. Harvey と H.B. Lawson (文献)によって導入されたグラスマン幾何の考え方に沿って、次のように定式化される。リーマン対称空間上の2次元接平面全体から構成されるグラスマン束に、対称空間の等長変換群を自然に作用させるとき、その作用の軌道及びそれらの集合である軌道空間が得られる。各軌道に対して、「接平面が与えられた軌道に属する」曲面全体の族を考える。そのような族が空でない時、その曲面の族を与えられた軌道に付随する(軌道型)グラスマン幾何的曲面論という。この定式化は、グラスマン幾何的部分多様体論の定義においても同様である。本研究でフォーカスする基本的な課題は、

() 先ず、軌道空間の中から、空でないグラスマン幾何的曲面論を構築する軌道を抽出するための理論を構築すること、さらに、

() 空でない各グラスマン幾何的曲面論において、極小曲面や平均曲率一定曲面など典型的な曲面の存在・非存在など曲面論の特徴を明らかにすることである。

これらの問題に関連して、上記の軌道空間は、リーマン対称空間の基点をとり、その基点の接空間の2次元部分ベクトル空間すべてがなすグラスマン多様体に、基点のイソトロピー部分群を作用させた時に得られる軌道空間に同等であることが分かる。そのとき、問題()は、局所的には、各軌道に付随するある準線型一階偏微分方程式系の解の存在問題に帰着し、問題()は、さらに、ある種の二階偏微分方程式系との連立解の存在問題等に帰着することがこれまでの研究から分っている。問題(), ()の解決のためには、解析的アプローチによって上記の偏微分方程式系の解の存在のための判定条件を抽出し、その後、その条件を上記のグラスマン多様体上の軌道に関する言葉で、幾何学的あるいはリー理論的に解釈することが必要になる。これを行うことが本研究の具体的目標である。

次に、この項目最初に出てきた等質曲面、より一般に等質部分多様体について簡単に説明し、グラスマン幾何との関係及びそのような部分多様体の分類問題の位置づけについて述べておく。像空間の等長変換群の部分群が推移的に働く部分多様体を等質部分多様体という。リーマン対称空間の等質部分多様体の分類は未解決問題であり、E.B. Dynkin (文献)によって解決されたコンパクトリー群の連結閉部分群の分類の延長線上にある問題である。定義から明らかに、等質部分多様体はあるグラスマン幾何的部分多様体論に属し、その中の典型的な部分多様体の例と考えることができる。従って、リーマン対称空間におけるグラスマン幾何的部分多様体論の研究は、等質部分多様体を接空間の等質性から類別することになり、その結果、リーマン対称空間の特徴を反映した部分多様体論の発見、延いては、等質部分多様体の分類問題の解決に寄与することが期待される。

3. 研究の方法

本研究は、研究目的で記載したように、2つの基本的な課題(), ()があり、()は、軌道に付随する準線形1階偏微分方程式系の解の存在条件を抽出することであり、()は、さらに()とは独立した別の偏微分方程式系との共通解の存在を明らかにし、その解の性質を幾何学的に解釈することである。研究方法としては、当初、解析的側面から研究サポートをする学内分担者2名と研究代表者を含め上記課題に取り組む学外分担者2名による5名の研究体制とした。2名の学内分担者は解析的手法による幾何学研究の専門家であり、また、研究代表者を含む学外分担者は対称空間論を含めリー理論を研究フィールドとする幾何学研究の専門家である。

4. 研究成果

(1) 課題()の成果発表として、以下の一連の招待講演活動を行った。対称空間とグラスマン幾何(小磯憲史先生退職記念研究集会, 2017年3月, 大阪大学), 対称空間とグラスマン幾何(連続講演)(第17回 秋葉原微分幾何セミナー, 2018年2月, 首都大学東京), リーマン対称空間のグラスマン幾何的曲面論(部分多様体幾何とリー群作用 2018, 2018年9月, 東京理科大学): これらの一連の活動を通じて、リーマン対称空間において、そのグラスマン幾何的曲面が存在する軌道を見つけるための判定条件を考察した。対象となる軌道のなす軌道空間は、リーマン対称空間の基点の接空間上に構成された2次元部分空間のなすグラスマン多様体にイソトロピー部分群の作用(イソトロピー表現)による軌道のなす軌道空間に対応していることが分かる。講演活動 及び は、先行研究である「3次元ユニモジュラーリー群のグラスマン幾何的曲面」の研究結果と対比しながら、求める判定条件を基点の周りの正規座標、

基点上のグラスマン多様体の自然な座標系(プリュッカー座標系),及びイソトロピー表現を用いて、ある準線形1階偏微分方程式系の解の存在条件と同等であることを示した。上記の「正規座標」、「プリュッカー座標」、「イソトロピー表現」はリーマン対称空間論を論じるときには基本的な概念である。

次に、連続講演として行われた講演活動 では、グラスマン幾何の出発点となる Harvey-Lawson によるキャリブレーション幾何や Landsberg による偏微分方程式論的グラスマン幾何の研究(文献)を始め、研究代表者達による対称部分多様体の分類理論、3次元ユニモジュラーリー群のグラスマン幾何的研究など、グラスマン幾何に関連する研究成果を総合的にサーベイ報告し、関連研究者と意見交換を行った。

その後、研究ノートの段階であるが、判定条件として抽出された準線形1階偏微分方程式系の解の存在条件の研究に注力し、この偏微分方程式系のベクトル化及び偏微分方程式をある変数係数線形方程式系の解の存在条件とより簡明な可積分条件の2つに分けられることを得た。このとき、上記線形方程式系の解の存在条件は、考察しているリーマン対称空間の基点におけるイソトロピー部分群と基点の接空間に作用するイソトロピー表現に関係していることが確認できた。さらに、先行研究の3次元ユニモジュラーリー群の場合と構造が類似しているリーマン対称空間がコンパクトリー群の場合に限定して、より詳細な関係解明に取り組んだ。この限定的な場合は、リーマン対称空間のイソトロピー表現がリー群の随伴表現になり、より簡明な結果となることが期待されたが、指数写像の振舞が障害となり期待された成果には繋がらなかった。研究課題の対象は、リーマン対称空間の曲面論であるが、これまでの議論が一般のグラスマン幾何的部分多様体論に自然に拡張できることを知見として得ているが、全体として一般論の域を出ておらず、具体的なケースへの判定条件の適用には更なる詳細の解明が必要になる。このことが研究ノートが学術論文としての発表に至らない理由である。

(2) 研究課題 () については、以下の学術論文の発表及び招待講演を行った。

(学術論文) J. Inoguchi - H. Naitoh, Grassmann geometry on the 3-dimensional non-unimodular Lie groups [Hokkaido Mathematical Journal, 48(2019), 385-406].

(学術論文) K. Mashimo, Non-flat totally geodesic surfaces in symmetric spaces of classical type [Osaka Journal of Mathematics, 56(2019), 1-32].

(基調講演) J. Inoguchi, Grassmann geometry of surfaces in 3-dimensional homogeneous spaces [International Conference on Applied and Pure Mathematics, ヤシ工科大学(ルーマニア, 2017年11月)].

(招待講演) 井ノ口 順一, 3次元等質空間内の曲面のグラスマン幾何 [北九州幾何学研究集会, 九州工業大学, 2019年7月]:

研究成果の学術論文 と講演活動 , は、研究代表者と研究分担者井ノ口の共同研究「3次元ユニモジュラーリー群のグラスマン幾何的曲面論を非ユニモジュラーリー群のグラスマン幾何的曲面論に拡大し、その結果として、3次元リーマン等質空間のグラスマン幾何的曲面論として完成させた研究成果である。この非ユニモジュラーリー群の場合の研究では、3次元非ユニモジュラーリー群のミルナー不変量がグラスマン幾何的曲面論の存在 () やその曲面論の有様 () と密接に関連していることが分かり、このケースにおける研究課題 () 及び () の解決に繋がった。研究成果 はこれらの成果を学術論文として発表したもので、講演活動 , はこれらの成果を国内外で発表し招待講演として評価されたものである。また、学術論文 は、研究分担者間下により行われたリーマン対称空間における平坦でない全測地的曲面に関する

研究成果で、全測地的曲面はグラスマン幾何的曲面論に属する代表的な曲面の例である。

リーマン対称空間における研究課題 () に関する一般的な研究は、研究課題 () の研究状況が一般論の域で留まっているため目に見える成果に繋がっていないが、これまでの研究成果についての検証から、「2つの曲線族の積として得られるグラスマン幾何的曲面族」の視点が新たな方向性として浮かび上がった。今後の課題の1つである。

(3) その他関連研究及び今後の課題：本研究課題直接の研究成果ではないが、「対称空間のイソトロピー表現による特殊ラグランジュ部分多様体の研究」(間下)、「リー群への調和写像の研究」(井ノ口)、「変分法における stationary map の研究」(中内)、「薄滑解析の球面定理への活用」(近藤)など、研究分担者による部分多様体論やリー理論、さらには幾何への解析的手法に関わる関連研究も行われた。

また、補助期間中に得られた研究成果等の検証や最終年度に行われた文献調査等を通して、今後の課題として次のような新たな課題を得た。研究課題 () に関しては、一般論に基づき具体論を展開するために、イソトロピー部分群によるグラスマン多様体への作用の軌道分解の詳細を調べ、軌道の幾何学的性質とグラスマン幾何的曲面論の存在との関係を調べる、また研究課題 () に関しては、項目(2)で述べた視点から、具体的にグラスマン幾何的曲面の構成法を考察する、また研究課題 (), () に関連して、6次元コンパクトリー群 $SO(4)$ など、低次元リーマン対称空間のグラスマン幾何的曲面論を考察することが考えられる。

<引用文献> H. Naitoh, Grassmann geometries on compact symmetric spaces of general type, J. Math. Soc. Japan, 50(1998), 557-592.

J. Inoguchi, H. Naitoh, Grassmann geometry on the 3-dimensional unimodular Lie groups I, II, Hokkaido Math. J., 38(2009), 427-496 and 40(2011), 411-429.

D. Ferus, Symmetric submanifolds of Euclidean space, Math. Ann., 247(1980), 81-93.

R. Harvey, H.B. Lawson, Calibrated geometries, Acta Math. 148 (1982), 47-157.

E.B. Dynkin, Semisimple subalgebras of semisimple Lie algebras, Mat. Sb., 30(1952), 349-462.

J. M. Landsberg, Minimal submanifolds defined first-order systems of PDE, J. Diff. Geom., 36(1992), 369-415.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計13件（うち査読付論文 13件 / うち国際共著 5件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Jun-ichi Inoguchi, Hiroo Naitoh	4. 巻 48
2. 論文標題 Grassmann geometry on the 3-dimensional non-unimodular Lie groups	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Hokkaido Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 385-406
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Jun-ichi Inoguchi, Marian Ioan Munteanu	4. 巻 113
2. 論文標題 Magnetic curves on tangent sphere bundles	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Fisicas y Naturales. Serie A. Matematicas	6. 最初と最後の頁 2087-2112
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s13398-018-0600-2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Kei Kondo, Minoru Tanaka	4. 巻 43
2. 論文標題 Differentiable sphere theorems whose comparison spaces are standard sphere or exotic ones	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Kodai Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 349-365
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Masashi Misawa, Nobumitsu Nakauchi	4. 巻 68
2. 論文標題 Remarks on weakly stationary maps into spheres characterized by wedge product	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo	6. 最初と最後の頁 227-236
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/s12215-018-0350-1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Katsuya Mashimo	4. 巻 56
2. 論文標題 Non-flat totally geodesic surfaces in symmetric spaces of classical type	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Osaka Journal of Mathematics	6. 最初と最後の頁 1-32
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Jun-ichi Inoguchi, Marian Ioan Munteanu	4. 巻 103(117)
2. 論文標題 Magnetic vector fields: new examples	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Institut Mathematique. Publications. Nouvelle Serie 117)(Beograd) (N.-S)	6. 最初と最後の頁 91-102
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2298/PIM18170911	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Jun-ichi Inoguchi, Marian Ioan Munteanu	4. 巻 466
2. 論文標題 Magnetic curves in tangent sphere bundles II	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of Mathematical Analysis and Applications	6. 最初と最後の頁 1570-1581
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmaa.2018.06.069	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Inoguchi, Jun-ichi, Munteanu, Marian Ioan	4. 巻 69
2. 論文標題 Periodic magnetic curves in Berger spheres	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Tohoku Mathematical Journal	6. 最初と最後の頁 113-128
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2748/tmj/1493172131	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kei Kondo, Minoru Tanaka	4. 巻 155
2. 論文標題 Approximations of Lipschitz maps via immersions	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis	6. 最初と最後の頁 219-249
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.na.2017.01.022	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kaname Hashimoto and Katsuya Mashimo	4. 巻 68
2. 論文標題 Special Lagrangian submanifolds invariant under the isotropy action of symmetric spaces of rank two	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Journal of the Mathematical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 839-862
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Josef F. Dorfmeister, Jun-ichi Inoguchi, Shimpei Kobayashi	4. 巻 298
2. 論文標題 A loop group method for affine harmonic maps into Lie groups	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Advances in Mathematics	6. 最初と最後の頁 207-253
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.aim.2016.04.018	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Shigeo Kawai and Nobumitsu Nakauchi	4. 巻 44
2. 論文標題 Stability of stationary maps of a functional related to pullbacks of metrics	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Differential Geometry and its Applications	6. 最初と最後の頁 161-177
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.difgeo.2015.11.005	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kei Kondo, Minoru Tanaka	4. 巻 155
2. 論文標題 Approximations of Lipschitz maps via immersions and differentiable exotic sphere theorems	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis	6. 最初と最後の頁 219-249
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.na.2017.01.022	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計16件 (うち招待講演 14件 / うち国際学会 3件)

1. 発表者名 井ノ口順一
2. 発表標題 3次元等質空間内の曲面のグラスマン幾何
3. 学会等名 北九州幾何学研究集会2019, 九州工業大学(戸畑キャンパス) (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Inoguchi, Jun-ichi
2. 発表標題 Slant Curves in contact geometry
3. 学会等名 International Workshop on Geometry of Submanifolds 2019, Istanbul center for mathematical Science(トルコ, イスタンブール) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 近藤 慶
2. 発表標題 リーマン幾何における薄滑解析とリプシッツ写像の近似定理
3. 学会等名 合宿セミナー 2019 in 倉敷, 倉敷山陽ハイツ(岡山県・倉敷市) (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 内藤博夫
2. 発表標題 リーマン対称空間のグラスマン幾何的曲面論
3. 学会等名 部分多様体幾何とリー群作用 2018, 東京理科大学 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 間下克哉
2. 発表標題 AI型対称空間の不変交代形式について
3. 学会等名 広島幾何学研究集会2018 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 井ノ口順一
2. 発表標題 Harmonic map into Lie groups
3. 学会等名 The Joint International Meeting of the Chinese mathematical Society and American Mathematical Society (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 中内伸光
2. 発表標題 写像の共形性に関する変分問題と, その研究過程で現れた変分問題
3. 学会等名 金沢研究集会「多様体上の微分方程式」(招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 内藤博夫
2. 発表標題 対称空間とグラスマン幾何 (連続講演)
3. 学会等名 第17回 秋葉原微分幾何セミナー (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 間下克也
2. 発表標題 Classification of Cartan embeddings which are austere submanifolds
3. 学会等名 淡路島幾何学研究集会2018 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 井ノ口順一
2. 発表標題 Grassmann geometry of surfaces in 3-dimensional homogeneous spaces (基調講演)
3. 学会等名 International Conference on Applied and Pure Mathematics (ICAPM 2017) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 近藤慶
2. 発表標題 Hopfのピンチング予想から微分異種球面定理へ
3. 学会等名 日本数学会, 2018年度年会春分科会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 内藤博夫
2. 発表標題 対称空間とグラスマン幾何
3. 学会等名 小磯憲史先生退職記念研究集会（招待講演）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 間下克哉
2. 発表標題 リー環の外部自己同型とワイル群
3. 学会等名 淡路島幾何学研究集会 2017（招待講演）
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 井ノ口順一
2. 発表標題 平面曲線と意匠設計
3. 学会等名 第63回幾何学シンポジウム（招待講演）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 河合茂生, 中内伸光
2. 発表標題 計量の pullback に関連したある汎関数の stationary map について
3. 学会等名 日本数学会年会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 近藤 慶
2. 発表標題 薄滑解析と微分球面定理（特別講演）
3. 学会等名 日本数学会 2016年度秋季総合分科会（招待講演）
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	井ノ口 順一 (Inoguchi Jun-ichi) (40309886)	筑波大学・数理物質系・教授 (12102)	
研究分担者	間下 克哉 (Mashimo Katsuya) (50157187)	法政大学・理工学部・教授 (32675)	
研究分担者	中内 伸光 (Nakauchi Nobumitsu) (50180237)	山口大学・大学院創成科学研究科 ・教授 (15501)	
研究分担者	近藤 慶 (Kondo Kei) (70736123)	岡山大学・自然科学研究科 ・教授 (15301)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------