

令和 2 年 7 月 2 日現在

機関番号：34412

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2016～2019

課題番号：16K05216

研究課題名（和文）ウェーブレット解析の応用や信号処理における数学的諸問題

研究課題名（英文）Mathematical Problems in Application of Wavelet Analysis and Signal Processing

研究代表者

萬代 武史（Mandai, Takeshi）

大阪電気通信大学・共通教育機構・教授

研究者番号：10181843

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,400,000円

研究成果の概要（和文）：信号（数学的には関数）の瞬間振幅について新たな不等式が得られ、逆ウェーブレット変換の逆変換がうまくいく条件として知られている許容条件を満たさない連続ウェーブレット変換について、逆公式につながるいくつかの公式を得た。フレームについても新たな不等式が得られた。また、画像分離（原画像が混じっている観測画像いくつかから原画像の情報を得る）については、いくつかのアルゴリズムを考案し、シミュレーションを行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

時間周波数解析（または信号処理全般）は、さまざまな応用がなされているが、個々の応用においてなぜそれでうまくいくかの理論的な基礎付けが明らかでないものも多い。応用において使われている時間周波数解析（特にウェーブレット解析）や信号処理に関連する手法にかかわる数学的な問題に対して、応用のされ方を意識しつつ、数学的観点からうまくいくからくりを明らかにすることを目標としており、これはうまくいく手法の理解を深め新たな手法の開発に資すると期待される。

研究成果の概要（英文）：1. We got a new inequality about the instantaneous amplitude of a signal which can be considered to be a function mathematically. 2. We considered continuous wavelet transforms which do not satisfy admissibility condition, which is well-known as a condition guaranteeing a good inverse transform, and we got several formulas which is related with possible inverse formulas. 3. We got a new inequality about Parseval frames. 4. We considered image separation problem which extract information about original images from several observed images which are unknown mixtures of the original signals. We made several algorithms, and made several simulations.

研究分野：ウェーブレット解析

キーワード：ウェーブレット 解析信号 瞬間振幅 画像分離 フレーム

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

虚部が実部のヒルベルト変換になっている信号を解析信号と言ひ、信号の負の周波数部分を取り除いたものになっているので、信号処理の世界ではよく使われている。連続ウェーブレット変換とも大変相性の良い概念である。しかし、「実信号からそのヒルベルト変換を虚部として解析的信号を作り、その絶対値を考えると元の信号のエンベロープ(数学的な意味の包絡線ではなく、大まかな変動を抜き出したもの)が求まり、偏角から瞬間周波数分かる」という一部の応用分野でよく知られた経験的知識は、いまだ完全な数学的裏付けがない。そもそもエンベロープという概念にきちんとした数学的定義はなく、大まかな変動を抜き出したものということだけが「定義」であり、エンベロープとは言い難いものが出てくる場合もある。元の信号のどのような要素が大きく影響して、それから作った解析信号の絶対値がエンベロープと呼べるものになるのかすら、いまだ明らかではない。

ウェーブレットとそのヒルベルト変換のペアは、解析信号の実部・虚部として以外にも従来からよく使われている。正規直交ウェーブレット関数の多くは多重解像度解析(multiresolution analysis)の理論により正規直交スケーリング関数から作れることが分かっているが、我々はすでに、正規直交ウェーブレット関数のヒルベルト変換を生み出す正規直交スケーリング関数の構成法を詳細に調べ、双直交ウェーブレットの場合にも拡張できることを確かめていた。また、分数べきヒルベルト変換(fractional Hilbert transform)についても同様のことが得られていた。

### 2. 研究の目的

時間周波数解析は、さまざまな応用がなされているが、個々の応用においてなぜそれでうまくいくかの理論的な基礎付けが明らかでないものも多い。信号処理全般についても同様である。本研究では、応用において使われている時間周波数解析(特にウェーブレット解析)や信号処理に関連する手法にかかわる数学的な問題に対して、応用のされ方を意識しつつ、数学的観点からうまくいくからくりを明らかにすることを目指し、さらに得られた成果を応用に活かす道も考えることとした。特に、解析信号とエンベロープ・瞬間周波数、ウェーブレットのヒルベルト変換、サンプリング定理などについて、応用と関わる部分を常に意識しつつ、コンピュータによる実験・シミュレーションなどを積極的に援用して、理論的に考察することを目的とした。

### 3. 研究の方法

研究分担者の芦野、連携研究者の守本と協力して、ウェーブレット解析が応用されているテーマに関して、より数学的な側面からの考察・実験・シミュレーションを行い、どういう場合にうまくいき、どういう場合にうまくいかないかを詳しく探る。それに基づいて、どういう数学的事実(予想)がうまくいく場合を支えているかを考察する。さらに、それらから派生する数学的問題を考察し、その結果を応用に活かす道を探る。特に芦野はどういう応用においてどういう数学的事実がささえているかの検討の中心となり、守本はシミュレーションの中心となる。萬代は数学的考察の中心となり、また全体を総括する。

### 4. 研究成果

#### (1) 瞬間振幅に関する不等式

前年度までの研究で、一般の信号の瞬間振幅についての新たな不等式が得られ、周波数帯が狭い場合に瞬間振幅(解析信号の絶対値)が元の信号の粗い変動を表すことの数学的基礎づけの1つが得られていた。これをさらに発展させ、不等式に現れるノルムを多様化し、項の分け方を改良してより良い形にすることができた。また、周波数成分の分布の大きさの測り方を変えた別のタイプの不等式も考察した。これらの不等式に現れる定数の最適性についても検討し、かなりの結果が得られた。この際に計算した種々の例は、今後の最適性の研究の手掛かりにもなると思われる。これらの結果(の一部)は、応用数理学会2016年度年会において萬代が発表し、京都大学数理解析研究所で行われた国際会議(2016 RIMS Joint Research & CoopMath2016)でも発表した。また、京都大学数理解析研究所の講究録としてまとめた。さらに、釧路高専で行われた第8回若手理工学セミナーにおいて、口頭発表を行った。得られた不等式に現れる定数と最適性で示された定数の範囲とに一部ギャップがあるので、このギャップを埋めることが今後の課題である。不等式の改良に対する新たなアイデアが必要と思われる。

#### (2) 許容条件を満たさない連続ウェーブレット変換

ウェーブレット関数が許容条件を満たさない連続ウェーブレット変換について、近年の類似の研究を踏まえて、改めて考察をした。特に、Lebedeva-Postnikovの結果の本質を理解するため、スケールについての積分を中心に種々の公式を導いた。これらの結果は、釧路高専で行われた第9回若手理工学セミナーにおいて、口頭発表を行った。

#### (3) フレーム(frame)

フレーム、特に Parseval frame (tight frame) に関しては、近年、有限次元でも面白い結果が発表されている。有限次元・無限次元に関わらず成り立つ性質の新たな考察を進め、新しい不等式が得られた。この結果は、2020年応用数理学会研究部会連合発表会(中央大学、後楽園キャンパス)にて発表の予定であったが、コロナウィルスの関係で中止となった。しかし、公式に

は発表は成立している。

#### (4) 信号源分離 (画像分離)

信号源分離については、2015 年度以前から、双直交の場合のスケーリング関数とウェーブレット関数のヒルベルトペアを元にした  $N$  分木離散ウェーブレット変換を使って、平行移動を含んだ混合画像の場合について、応用する試みをしていたが、さらにいろいろな場合をシミュレーションし、ある程度うまくいくことを確かめることができた。また、回転して平行移動し重みをつけて重ねた観測画像が数枚ある場合に、それらを分離する問題についても考察を進め、まずは、2枚の観測画像から、元画像の枚数、相対的な回転量、相対的な平行移動量の3つの量を推測する方法の原理的な考察がほぼ完成した。また、この原理に基づくアルゴリズムを考案し、シミュレーションを行った。その結果、もともと困難があるはずの似すぎている画像を重ねる場合以外は有効なアルゴリズムであることを確認した。得られた成果の一部は 10th International ISAAC Congress (Macau) において2015年度に発表していたが、それを今回拡張し、線の要素を含む画像などの場合などもシミュレーションし、本の一部として発表した。また、複数のウェーブレット関数を用いた連続ウェーブレット変換を用いて信号源分離を行う研究について2015年度に the 8th ICIAM (Beijing) で一部の概要を発表していたが、今回それを拡張して、本の一部として発表した。又応用数学会の年会・研究部会連合発表会で発表した。また、ISAAC 議事録や ICWAPR の Proceedings として投稿した。さらに当初難しかった重ね合わせの係数の推定を試み、おおむね成功した。この成果は 2019 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition の Proceedings として投稿した。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計6件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Akira Morimoto, Ryuichi Ashino, Takeshi Mandai	4. 巻 -
2. 論文標題 An estimation of mixing coefficients in image separation problem using multiwavelet transforms	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of the 2019 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition	6. 最初と最後の頁 128-133
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/ICWAPR48189.2019.8946487	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Morimoto Akira, Ashino Ryuichi, Mandai Takeshi	4. 巻 -
2. 論文標題 An Estimation of Rotation and Translation in Image Separation Problem	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proceedings of the 2018 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition	6. 最初と最後の頁 113 ~ 118
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/ICWAPR.2018.8521267	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Morimoto Akira, Ashino Ryuichi, Mandai Takeshi	4. 巻 -
2. 論文標題 Detection of Rotation Angles on Image Separation Problem	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceedings of the 11th ISAAC Congress, Vaxjo (Sweden) 2017	6. 最初と最後の頁 551 ~ 558
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1007/978-3-030-04459-6_53	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Takeshi Mandai	4. 巻 2056
2. 論文標題 On Inequalities about Instantaneous Amplitudes	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 RIMS Kokyuroku "Wavelet analysis and signal processing"	6. 最初と最後の頁 34-53
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Ashino, R. - Mandai, T. - Morimoto A.	4. 巻 -
2. 論文標題 Continuous Multiwavelet Transform for Blind Signal Separation	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Pseudo-Differential Operators: Groups, Geometry and Applications, Ed. by M.W.Wong, Hongmei Zhu, Birkhauser	6. 最初と最後の頁 219-239
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-47512-7_12	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ashino, R. - Mandai, T. - Morimoto A.	4. 巻 -
2. 論文標題 Image Source Separation Based on N-tree Discrete Wavelet Transforms	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 New Trends in Analysis and Interdisciplinary Applications --- Selected Contributions of the 10th ISAAC Congress, Macau 2015, Ed. by Dang, P., Ku, M., Qian, T., Rodino, L.G., Birkhauser	6. 最初と最後の頁 579-583
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-48812-7_75	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

[学会発表] 計8件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 1件)

1. 発表者名 萬代武史
2. 発表標題 許容条件を満たさない連続ウェーブレット変換について
3. 学会等名 第9 回若手理工学セミナー
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 萬代武史
2. 発表標題 Parseval frame が満たす不等式について
3. 学会等名 2020年応用数理学会研究部会連合発表会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 萬代 武史
2. 発表標題 瞬間振幅に関わる不等式について
3. 学会等名 第8 回若手理工学セミナー
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 守本 晃, 芦野 隆一, 萬代 武史
2. 発表標題 画像分離問題における回転角度と平行移動量の同定について
3. 学会等名 日本応用数理学会2018年度年会
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 守本 晃, 芦野 隆一, 萬代 武史
2. 発表標題 回転画像の重なり分離法について
3. 学会等名 日本応用数理学会2017年度 年会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 守本 晃, 芦野 隆一, 萬代 武史
2. 発表標題 画像の平行移動量と回転角度の検出について
3. 学会等名 日本応用数理学会2018年研究部会連合発表会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 萬代武史
2. 発表標題 瞬間振幅に関する不等式について
3. 学会等名 応用数理学会 2016 年度年会
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Takeshi MANDAI
2. 発表標題 On Inequalities about Instantaneous Amplitudes
3. 学会等名 2016 RIMS Joint Research & CoopMath2016 (国際学会)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	芦野 隆一  (Ashino Ryuichi)  (80249490)	大阪教育大学・教育学部・教授   (14403)	
連携 研究者	守本 晃  (Morimoto Akira)  (50239688)	大阪教育大学・教育学部・教授   (14403)	