

令和 3 年 6 月 7 日現在

機関番号：12501

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2020

課題番号：16K05224

研究課題名(和文) 構造相転移を伴う非線形自由境界問題における形態変化する安定構造の研究

研究課題名(英文) Mathematical analyses on variable stable structures of nonlinear free-boundaries governed by structural phase transitions

研究代表者

白川 健 (Shirakawa, Ken)

千葉大学・教育学部・准教授

研究者番号：50349809

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、構造相転移を伴う自由境界の形態変化に対し、非線形解析学による抽象数学の手法と、有界変動関数の理論による幾何学的手法の双方を活用した数学解析を実施した。結果として、「数学モデルの構築と可解性の保証」「形態変化する安定構造の幾何学的考察」「最適制御問題の提案と数学解析」「数値計算による結果の再検証」の4つの課題において成果が得られ、これらを査読付き学術論文15編(うち国際共著6件)、研究集会での口頭発表44件(うち招待講演6件/うち国際学会13件)の形で、社会へ発信することが出来た。

研究成果の学術的意義や社会的意義

構造相転移は「金属の結晶」や「コロイドのベシクル」などを扱う材料科学の分野において、予測や制御が困難な現象として注目される代表的な研究テーマの一つである。この点において、本研究で実施した「自由境界の数学解析」と「最適制御問題」は、現象の予測と制御に直結した活動であり、得られた成果は「独自の数学理論の構築」という学術的意義と、「科学技術への応用の可能性に富んだ成果の産出」という社会的意義の双方の側面を併せ持っている。

研究成果の概要(英文)：The aim of this research is to study on the variable stable structures of nonlinear free-boundaries governed by structural phase transitions. To this end, the research program consists of: the qualitative observation by means of the abstract theory of nonlinear analysis; and the geometric observation based on the theory of function of bounded variation. The principal results are concerned with: (A) mathematical modelling and analysis; (B) geometric observation of variable stable structure; (C) optimal control problem; (D) numerical analysis; and the results are published in forms of: 15 peer-reviewed papers (including 6 international collaborations); and 44 presentations (including 6 invited talks, and 13 talks in international conferences).

研究分野：非線形解析学

キーワード：構造相転移 自由境界 安定構造 形態変化 抽象数学の手法 非線形解析学 幾何学的手法 有界変動関数の理論

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

過去より研究代表者は、石鹸膜(シャボン玉)に代表されるような、ある力学的法則に従って変化する「自由境界」を研究対象としており、結晶に代表されるような、自由境界の「安定構造」の数学解析に取り組んできた。この活動の一環において、金属やソフトマター等の材料科学の分野の研究者と交流する機会があり、近年では特に「構造相転移」という非線形現象を研究のキーワードとして注目するようになってきている。構造相転移とは、温度や圧力等の条件によって安定構造そのものの形態が劇的に変化(転移)してしまう現象である。構造相転移を伴う自由境界は極めて複雑に形態変化する事が知られ、その予測・制御は先端科学の大きな難問となっている。

こうした背景を踏まえ、本研究は構造相転移を伴う自由境界において、動的に形態変化し続ける安定構造の数学解析を構想の柱として、計画されたものである。

2. 研究の目的

本研究計画は、大きく以下3つ目的から成る。

(目的1) 構造相転移の解析を可能とする数学モデルの構築

第一の目的は、構造相転移を伴う自由境界を、科学的に分析する手段を得ることである。ここでは形態変化する自由境界の安定構造を、代表者の専門である非線形解析学の枠組みで再現可能とする数学モデルを構築することが、主な達成目標となる。

(目的2) 抽象論の汎用性と幾何学の具体性の双方の観点からの考察

第二の目的は、(目的1)で構築した数学モデルに対する数学解析を実行し、自由境界の動きを予測・制御するための数学理論を構築することである。ここでは、非線形解析学による数学モデルの可解性の保証や安定構造の支配方程式の特定だけでなく、代表者が得意とする有界変動関数の理論(BV理論)を活用し、安定構造の幾何学的形態変化をも追跡可能とする所までを達成目標とする。

(目的3) 数学理論の応用面での発展につながる活動の実践

第三の目的は、金属に代表される「材料科学」の様な、数学以外の分野と提携する方向へ研究を進展させることができるような活動を実践することである。このために、代表者が現象の応用・制御に関する見解を説得力のある形で示し、他分野の研究者を融合研究に向けた議論に惹きこむ事へつながるような活動を、研究計画の中に盛り込む。

3. 研究の方法

以下は、本研究の目的を達成するために計画した研究課題と、課題を遂行する上で主力とする研究手法である。

(A) 数学モデルの構築と可解性の保証

構造相転移における安定構造の劇的な形態変化は、エネルギーが不連続に変化する事によってもたらされると考えられる。ここでは不連続性を伴うエネルギーの中から構造相転移の現象再現に有望なものを幾つか選び出し、これらの勾配流を、構造相転移を伴う自由境界に対する試作モデルとする。その上で試作モデルそれぞれの可解性を、変分学的手法を用いて検証し、解の存在の証明に成功したものを本研究における正式な「提案モデル」とする。

(B) 形態変化する安定構造の幾何学的考察

提案モデルの解が構造相転移を再現する瞬間に注目し、その周辺の時間区間での自由境界の形状変化を、幾何学的手法を用いて追跡する。その上で、構造相転移前の自由境界の構造と相転移後の構造のそれぞれが示す安定性を評価し、両者の図形的特性の隔たりを考察する事によって、構造相転移が自由境界の形態変化に与える影響を具体的に示す。

(C) 最適制御問題の提案と数学解析

提案モデルを状態方程式とする最適制御問題を考案し、最適制御の存在を保証する。次に安定構造の形態変化に対する最適制御の連続依存性を検証し、最適制御が誤差等の「ゆらぎ」に対して持つ安定性を評価する。更に最適制御が満たす必要条件を明らかにし、最適制御の効率的な算出を実現するための、数値計算アルゴリズムの構築に役立てる。

(D) 数値計算による結果の再検証

理論解析の内容を可視化する数値実験を実施し、課題(A)(B)(C)で得られた数学理論による結果を、別観点から再検証する。また構造相転移が起こる本質的な条件・要因を逆問題的な発想で考察する数値実験も行い、計画の難航に備えた予備プランとして活用する

4. 研究成果

以下では、研究期間内で得られた成果を、年度毎に整理して報告する。

平成 28 年度の研究成果

平成 28 年度では多結晶体における構造相転移を伴う自由境界問題に的を絞り、今後の展開の見通しを得る事を達成目標とした。この目標に対し、当該年度では大きく以下三点を、得られた成果として挙げる事ができる。

一点目は、結晶構造を表す「ウルフ図形」が結晶方位の変化と合わせて動的に形態変化する独自の提案モデルを構築し、時間的・空間的に滑らかさを仮定するケースにおける提案モデルの解の存在の保証にも成功した点である。更に、提案モデルと熱方程式とを組み合わせた連立系の構成に関しても既に考察の見通しが得られているため、温度変化を引き金にした構造相転移とこれに関連する制御問題に対する研究において、大きな一歩を踏み出す事ができた自己評価している。

二点目は、「動的境界条件」のような結晶周囲の動的な環境変化を表す境界条件にも対応可能となるように、数学理論の改良に向けた新しい研究目標を開発できた点である。動的境界条件に関しては Allen-Cahn 方程式という「テストモデル」に対する数学解析法が構築できた段階であるが、先述の提案モデルへの実装の見通しは得られており、今後の発展が十分に期待できる成果といえる。

三点目は、「(H1)提案モデルの数学解析」、「(H2)提案モデルの数値計算と制御問題の考察」、「(H3)力学的境界条件の実装」の3つの課題を設定した。その上で、(H1)はバレンシア大学(スペイン)、(H2)はジョージ・メイソン大学(アメリカ合衆国)、(H3)はパヴィア大学(イタリア)という、具体的な研究機関との研究協力体制が確立できた事である。特にジョージ・メイソン大学は、本科研費計画の開始後に開拓した協力関係であり、この点において、当該年度では本研究計画を強力にサポートする研究協力体制を構築することが出来た点で、次年度以降の計画遂行に向けた大きな勢いをつけることが出来た。

平成 29 年度の研究成果

平成 29 年度における大きな達成目標は、前年度で提案した数学モデルの数学的考察および数値計算アルゴリズムの構築を進めることで、平成 30 年度より開始予定の最適制御問題の課題遂行のための研究基盤を整備することであった。この目標に対し、当該年度では大きく以下三点を、得られた成果として挙げる事ができる。

一点目は、提案モデルを熱方程式と連立させた形に一般化し、この連立モデルの解の存在および連続依存性を数学理論によって保証した点である。この研究成果により、構造相転移を伴う自由境界を対象とした温度による制御問題を扱うための研究基盤が整備できたとみている。

二点目は、先の熱方程式との連立モデルを更に抽象的に捉えた「仮似変分構造を伴う発展方程式」にも考察の範囲を拡大し、こちらに対する抽象数学による制御理論を構築した点である。これにより、構造相転移を伴う自由境界問題に対しては、現象を統一的視点で捉える「抽象的観点による考察」と数値計算等による「形態変化の具体的追跡」の双方の研究手法が整ったことになる。更に、上記の「仮似変分構造」は構造相転移以外でも複雑系経済においてもしばしば現れるキーワードであるため、本研究の進展次第では、得られた成果が幅広い現象解析の分野に波及効果をもたらすことも、大いに期待できる。

三点目は、主に「バレンシア大学(スペイン)」、「ジョージ・メイソン大学(アメリカ合衆国)」、「パヴィア大学(イタリア)」等の海外の研究機関との共同研究活動を通し、より複雑な構造相転移を捉えることを可能とする、新しいモデリングのアイデアが提案できた点である。更にその過程で、前年度の提案モデルに対する改良点も指摘されたことは、当初の予想を上回る研究の新展開のひとつとして、特筆することができる。

平成 30 年度の研究成果

平成 30 年度での達成目標は、考察する数学モデルに対する制御問題を構築する事であった。この目標に対し、当該年度では大きく以下三点を、得られた成果として挙げる事ができる。

一点目は、結晶粒界の数学モデルにおいて、数学モデルの線形化システムおよびその双対システムを明らかにし、それらの可解性および連続依存性等の基本性質を数学理論によって示した点である。この研究成果により、温度変化を制御とする最適制御問題の解(最適制御)の存在が保証できただけでなく、最適制御の効率的な数値計算を可能とする数値計算アルゴリズムの構築に対しても、研究の展望を大きく開く事ができた。

二点目は、構造相転移をエネルギーの形態変化として捉えた仮似変分不等式による数学モデルを新たに提案し、提案モデルの基本性質に関して考察を与えた点である。現時点では、より一般的な枠組みでの考察が課題として残るものの、この研究成果により構造相転移を伴う自由境界問題において、観測データからエネルギーの形態を推定する逆問題的なアプローチも今後の研究の視野に入れる事が可能となった。

三点目は、先述の結晶粒界モデルにおいて「結晶構造解」という結晶の物理的特性と関連性が強い解のクラスを独自に設定し、結晶構造解の支配方程式を明らかにする事によって、難航していた解の一意性の成立条件を明らかにした点である。一意性に関しては、数学モデルの主要部を有限次元空間上の発展方程式によって単純化できた点が成功の主な要因であり、この成果をもとに結晶構造解に対する制御理論や数値計算に対しても従来より簡潔かつ効率的な解析法が開発できる可能性が示された。

令和元年度の研究成果

令和元年度では、「(R1) 構造相転移を伴う自由境界に対する最適制御理論の構築」と「(R2) 自由境界の幾何学的な形態変化の考察」の2つの課題に取り組み、そのそれぞれにおいて、以下の研究成果を得た。

[課題(R1)に関する成果] 最適制御理論に関する研究では、「仮似変分不等式による数学モデル」と「結晶粒界の1次元KWC型モデル(Kobayashi-Warren-Carter型モデル)」の2つを研究対象とした。仮似変分不等式の研究では、広範囲の自由境界問題を扱い可能とする抽象数学理論による解析法を構築し、得られた成果を国内外の3件の研究集会において発表した他、論文2編を学術専門誌に投稿した(2編とも査読中)。他方で、結晶粒界のKWC型モデルの研究では、空間1次元のケースにおける最適制御問題の可解性および、最適制御の必要条件(支配方程式)を明らかにした。更に、1次元KWC型モデルを時間離散化した近似問題についても考察を進め、最適制御を効率的に算出するアルゴリズムの構築に対する有力な手がかりを与えた。こちらに関しては、論文1編をプレプリントサーバ(arXiv)へ登録したほか、日本数学会における口頭発表1件の形で成果を発表した。

[課題(R2)に関する成果] 課題(R2)では、結晶粒界の1次元KWC型モデルに的を絞り、多結晶体特有の「ファセット構造」が形作る自由境界の幾何学的形態変化の追跡を、活動の狙いとした。この狙いの中で、「結晶構造解」という数学理論の枠組みを独自に定義し、1次元結晶構造解の時間局所的な存在と一意性の証明に成功した。得られた研究成果については、口頭発表を中心に国内外の5件の研究集会において成果発表し、論文発表についても現在執筆作業が進んでいる。

なお、当初計画では、令和元年度を計画の最終年度としていたが、結晶構造解の時間大域的な存在を考察する段になって証明が難航した。更に当初の予想を覆す数値実験データも得られたため、計画の大幅な見直しが必要であると判断した。これを基に期間延長の手続きを行い、学術振興会の承認を得たうえで、最終年度を令和2年度に延長するよう、研究計画を軌道修正した。

令和2年度の研究成果

令和2年度では、前年度の軌道修正に加えてコロナ禍が予想外に甚大な影響を及ぼした事から、構想していた計画を一度白紙に戻し、大幅に計画を練り直す事を余儀なくされた。とはいえ、国内を中心とする研究協力者とのZoomやE-mail等を介した連携を支えにする事で、年度終了までに以下の成果を得る事ができた。

[数学モデルの提案と数学解析] 自由境界の高度な形態変動を表す数学モデルとして、二重非線形性を伴う仮似変分不等式による数学モデルを提案し、その可解性を数学的に保証した。また、熱交換と結晶粒界運動の相互作用を考慮した数学モデルを提案し、時間無限大での解挙動に対する考察を与えた。更にこれらの2つの研究内容のそれぞれを査読付き論文(計2編)として発表した。

[最適制御問題] 当該年度では最適制御問題の数学解析が予想外の進展を見せ、「(i) 形状記憶合金」「(ii) 結晶粒界運動」「(iii) 仮似変分不等式」の3領域と関連する最適制御問題を手掛ける事ができた。その結果、(i)(ii)では最適制御の存在と最適性条件を明らかにし、(iii)では仮似変分不等式の問題を非線形発展方程式によって近似する独自の方法を提案した。また(i)(ii)(iii)それぞれに関する成果を査読付き論文(計3編)として発表し、更に(ii)についてはオンラインの国際研究集会2件において成果発表を行った。

[自由境界の形態変動の考察] 結晶粒界運動や画像処理問題に現れる全変動流に動的境界条件を課した問題を考え、動的境界条件による力学的作用が自由境界の形成にどのような形で影響が現れるかを調べた。またその成果を査読付き論文1編として発表した。

[数値計算] 固体・液体相転移現象における最適制御問題に対する数値計算アルゴリズムの収束の保証と、計算機に実装したテストシミュレーションを行い、査読付き論文1編として研究成果を発表した。

計画全体を振り返ると、当初計画していた「(A) 数学モデルの構築と可解性の保証」「(B) 形態変化する安定構造の幾何学的考察」「(C) 最適制御問題の提案と数学解析」「(D) 数値計算による結果の再検証」の4つの課題において、一定数以上の研究成果が得られたことは、率直に目標に対する合格ラインを達成できたと自己評価している。成果発表の方でも、査読付き学術論文15編(うち国際共著6件)、研究集会での口頭発表44件(うち招待講演6件/うち国際学会13件)の実績があがっており、研究業績としての分量も不足はない。唯一心残りであるのは、課題(C)の一環として実施した「結晶粒界のKWCモデルの結晶構造解」の研究が、コロナ禍の影響で当初の想定通りに進捗しなかった点で、こちらは今後の主要な研究テーマの一つとして活動を継続したい。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計20件（うち査読付論文 15件 / うち国際共著 6件 / うちオープンアクセス 7件）

1. 著者名 Shirakawa Ken, Yamazaki Noriaki	4. 巻 25
2. 論文標題 Convergence of numerical algorithm for approximating optimal control problems of phase field system with singular diffusivity	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Advances in Mathematical Sciences and Applications	6. 最初と最後の頁 243 ~ 272
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Shirakawa Ken, Watanabe Hiroshi, Yamazaki Noriaki	4. 巻 1997
2. 論文標題 Mathematical analysis for a Warren-Kobayashi-Lobkovsky-Carter type system	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Developments of the theory of evolution equations as the applications to the analysis for nonlinear phenomena, RIMS Kokyuroku	6. 最初と最後の頁 64 ~ 85
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 白川 健	4. 巻 64
2. 論文標題 地域経済モデルに対する最適制御問題と市町村統計データを実装した数値シミュレーション	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 千葉大学教育学部研究紀要	6. 最初と最後の頁 419 ~ 424
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 白川 健、高橋 克仁	4. 巻 64
2. 論文標題 平面幾何における非等方的等周問題の劣微分作用素を用いた考察	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 千葉大学教育学部研究紀要	6. 最初と最後の頁 413 ~ 418
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Nakayashiki Ryota, Shirakawa Ken	4. 巻 22
2. 論文標題 Weak Formulation for Singular Diffusion Equation with Dynamic Boundary Condition	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Solvability, Regularity, and Optimal Control of Boundary Value Problems for PDEs	6. 最初と最後の頁 405 ~ 429
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-64489-9_16	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kenmochi Nobuyuki, Shirakawa Ken, Yamazaki Noriaki	4. 巻 22
2. 論文標題 New Class of Doubly Nonlinear Evolution Equations Governed by Time-Dependent Subdifferentials	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Solvability, Regularity, and Optimal Control of Boundary Value Problems for PDEs	6. 最初と最後の頁 281 ~ 304
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-64489-9_11	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kenmochi Nobuyuki, Shirakawa Ken, Yamazaki Noriaki	4. 巻 26
2. 論文標題 Singular optimal control problems for doubly nonlinear and quasi-variational evolution equations	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Advances in Mathematical Sciences and Applications	6. 最初と最後の頁 313 ~ 379
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Moll Salvador, Shirakawa Ken, Watanabe Hiroshi	4. 巻 30
2. 論文標題 Energy dissipative solutions to the Kobayashi-Warren-Carter system	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Nonlinearity	6. 最初と最後の頁 2752 ~ 2784
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6544/aa6eb4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Colli Pierluigi, Gilardi Gianni, Nakayashiki Ryota, Shirakawa Ken	4. 巻 158
2. 論文標題 A class of quasi-linear Allen-Cahn type equations with dynamic boundary conditions	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Nonlinear Analysis	6. 最初と最後の頁 32 ~ 59
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.na.2017.03.020	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Shirakawa Ken, Watanabe Hiroshi	4. 巻 2
2. 論文標題 Solvability for the non-isothermal Kobayashi-Warren-Carter system	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 AIMS Mathematics	6. 最初と最後の頁 161 ~ 194
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3934/Math.2017.1.161	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Shirakawa Ken, Moll Salvador	4. 巻 -
2. 論文標題 Energy-dissipations for gradient systems associated with anisotropic grain boundary motions	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 MFO Report, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach	6. 最初と最後の頁 1 ~ 3
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4171/OWR/ 2017/6	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 白川 健、大岩 壮史	4. 巻 65
2. 論文標題 数学モデルを用いた地域経済の統計データに対する逆問題的観点からの考察	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 千葉大学教育学部研究紀要	6. 最初と最後の頁 389 ~ 394
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.20776/S13482084-65-P389	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Antil Harbir, Shirakawa Ken, Yamazaki Noriaki	4. 巻 27
2. 論文標題 A class of parabolic systems associated with optimal controls of grain boundary motions	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Advances in Mathematical Sciences and Applications	6. 最初と最後の頁 297 ~ 334
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Nobuyuki Kenmochi, Ken Shirakawa, Noriaki Yamazaki	4. 巻 29
2. 論文標題 Doubly nonlinear evolution inclusions of time-dependent subdifferentials –quasi-variational approach–	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advances in Mathematical Sciences and Applications	6. 最初と最後の頁 311 ~ 343
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Watanabe Hiroshi, Shirakawa Ken	4. 巻 43
2. 論文標題 Energy dissipation in a coupled system of Allen–Cahn type equation and Kobayashi–Warren–Carter type model of grain boundary motion	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematical Methods in the Applied Sciences	6. 最初と最後の頁 10138 ~ 10167
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/mma.6684	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Colli Pierluigi, Hassan Farshbaf-Shaker M., Shirakawa Ken, Yamazaki Noriaki	4. 巻 41
2. 論文標題 Optimal Control for Shape Memory Alloys of the One-Dimensional Fremond Model	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Numerical Functional Analysis and Optimization	6. 最初と最後の頁 1421 ~ 1471
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/01630563.2020.1774892	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Kenmochi Nobuyuki, Shirakawa Ken, Yamazaki Noriaki	4. 巻 29
2. 論文標題 Approximate methods for singular optimal control problems of nonlinear evolution inclusions with quasi-variational structure	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advances in Mathematical Sciences and Applications	6. 最初と最後の頁 419 ~ 457
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kubota Shodai, Shirakawa Ken, Yamazaki Noriaki	4. 巻 29
2. 論文標題 A class of approximate optimal control problems for 1-D phase-field system with singularity and its numerical algorithm	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advances in Mathematical Sciences and Applications	6. 最初と最後の頁 495 ~ 561
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kubota Shodai, Nakayashiki Ryota, Shirakawa Ken	4. 巻 29
2. 論文標題 Optimal control problems for 1D parabolic state-systems of KWC types with dynamic boundary conditions	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Advances in Mathematical Sciences and Applications	6. 最初と最後の頁 583 ~ 637
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Giga Yoshikazu, Nakayashiki Ryota, Rybka Piotr, Shirakawa Ken	4. 巻 269
2. 論文標題 On boundary detachment phenomena for the total variation flow with dynamic boundary conditions	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Differential Equations	6. 最初と最後の頁 10587 ~ 10629
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jde.2020.07.015	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計44件（うち招待講演 6件 / うち国際学会 13件）

1. 発表者名 Shirakawa Ken, Kenmochi Nobuyuki, Moll Salvador, Watanabe Hiroshi, Yamazaki Noriaki
2. 発表標題 Optimal controls for gradient systems associated with grain boundary motions
3. 学会等名 Optimal Control for Evolutionary PDEs and Related Topics (OCERTO 2016) (Palazzone, Cortona, Italy) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Shirakawa Ken, Moll Salvador, Watanabe Hiroshi
2. 発表標題 Energy dissipation in an anisotropic Kobayashi–Warren–Carter type model of grain boundary motion
3. 学会等名 11 th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications (Orlando, Florida, USA) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Nakayashiki Ryota, Colli Pierluigi, Gilardi Gianni, Shirakawa Ken
2. 発表標題 Dynamic boundary conditions for Allen–Cahn type equations with singularities
3. 学会等名 11 th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications (Orlando, Florida, USA) (国際学会)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 白川 健
2. 発表標題 微分方程式とその応用例
3. 学会等名 第2回数理学夏季若手研究会 (京都教育大) (招待講演)
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 中屋敷 亮太、Pierluigi Colli、Gilardi Gianni、白川 健
2. 発表標題 力学的境界条件に支配される準線形放物型変分不等式
3. 学会等名 2016 日本数学会秋季総合分科会 実函数論分科会（関西大）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 白川 健、山崎 教昭
2. 発表標題 結晶粒界運動の 1 次元モデルを状態方程式とする最適制御問題
3. 学会等名 2016 日本数学会秋季総合分科会 実函数論分科会（関西大）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 中屋敷 亮太、Pierluigi Colli、Gilardi Gianni、白川 健
2. 発表標題 力学的境界条件下における特異性を伴う準線形 Allen-Cahn 型方程式
3. 学会等名 第42回発展方程式研究会（日本女子大）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 白川 健、渡邊 紘、Moll Salvador
2. 発表標題 結晶粒界運動の非等方的フェーズ・フィールドモデルにおけるエネルギー消散性
3. 学会等名 第42回発展方程式研究会（日本女子大）
4. 発表年 2016年

1. 発表者名 Shirakawa Ken、Moll Salvador、Watanabe Hiroshi
2. 発表標題 Energy-dissipations for gradient systems associated with anisotropic grain boundary motions
3. 学会等名 MFO Workshop 1704: Emerging Developments in Interfaces and Free Boundaries (MFO, Oberwolfach, Germany) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 中屋敷 亮太、白川 健
2. 発表標題 特異拡散と力学的境界条件に支配される Allen-Cahn 型方程式
3. 学会等名 2017 日本数学会年会 実函数論分科会 (首都大)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 白川 健、渡邊 紘、Moll Salvador
2. 発表標題 非斉次 Dirichlet 型境界条件を組み入れた結晶粒界運動のフェーズ・フィールドモデル
3. 学会等名 2017 日本数学会年会 実函数論分科会 (首都大)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shirakawa Ken、Moll Salvador、Watanabe Hiroshi、Yamazaki Noriaki
2. 発表標題 Mathematical approaches to Kobayashi-Warren-Carter type models of grain boundary motions
3. 学会等名 Mathematical Aspects of Surface and Interface Dynamics 14 (Univ. Tokyo, Japan) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Shirakawa Ken、Moll Salvador、Watanabe Hiroshi
2. 発表標題 Large-time behavior for phase-field systems of grain boundary motions with inhomogeneous boundary data
3. 学会等名 International Conference on Free Boundary Problems, TS2: "Phase field models" (Shanghai Jiao-Tong Univ., China) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 白川 健、渡邊 紘、中屋敷 亮太、Moll Salvador
2. 発表標題 結晶粒界運動の数学モデルの1次元定常解の解構造
3. 学会等名 2017 日本数学会秋期総合分科会 実函数論分科会 (山形大)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 白川 健、中屋敷 亮太
2. 発表標題 力学的境界条件を課す場合の Allen-Cahn 型特異拡散方程式に対する数学解析
3. 学会等名 2017 日本数学会秋期総合分科会 実函数論分科会 (山形大)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 山崎 教昭、剣持 信幸、白川 健
2. 発表標題 New class of doubly nonlinear evolution equations governed by double time-dependent subdifferentials
3. 学会等名 2017 日本数学会秋期総合分科会 実函数論分科会 (山形大)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 白川 健、渡邊 紘、中屋敷 亮太、Moll Salvador
2. 発表標題 Kobayashi-Warren-Carter 型システムの1次元定常解
3. 学会等名 第43回発展方程式研究会 (日本女子大)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 白川 健
2. 発表標題 非等方性を考慮する画像処理問題の支配エネルギーに対する連続系勾配流
3. 学会等名 2018 日本数学会年会 実函数論分科会 (東京大)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 山崎 教昭、剣持 信幸、白川 健
2. 発表標題 Quasi-variational evolution equations governed by double time-dependent subdifferentials
3. 学会等名 2018 日本数学会年会 実函数論分科会 (東京大)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Shirakawa Ken、Watanabe Hiroshi、Moll Salvador
2. 発表標題 Phase field models of grain boundary motions with dynamic boundary conditions
3. 学会等名 BIRS Workshop 18w5033: Advanced Developments for Surface and Interface Dynamics - Analysis and Computation (Banff, Canada) (招待講演)(国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Shirakawa Ken、Watanabe Hiroshi
2. 発表標題 Gradient systems for anisotropic energies associated with image processings
3. 学会等名 12th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications (National Taiwan University, Taipei, Taiwan) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 山崎 教昭、白川 健
2. 発表標題 Double quasi-variational evolution equations governed by time-dependent subdifferentials
3. 学会等名 2018 日本数学会秋期総合分科会 実函数論分科会 (岡山大)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 白川 健、Antil Harbir、山崎 教昭
2. 発表標題 A class of optimal control problems for one-dimensional Kobayashi–Warren–Carter type systems
3. 学会等名 2018 日本数学会秋期総合分科会 実函数論分科会 (岡山大)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 白川 健、渡邊 紘
2. 発表標題 1次元 Kobayashi–Warren–Carter システムの結晶構造解
3. 学会等名 第44回発展方程式研究会 (日本女子大)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 山崎 教昭、白川 健
2. 発表標題 Singular optimal control problems for nonlinear evolution equations governed by double time-dependent subdifferentials
3. 学会等名 2019 日本数学会年会 実函数論分科会 (東工大)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 白川 健、渡邊 紘
2. 発表標題 結晶粒界の 1 次元フェーズ・フィールド モデルにおける解の構造解析
3. 学会等名 2019 日本数学会年会 実函数論分科会 (東工大)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shirakawa Ken, Watanabe Hiroshi
2. 発表標題 One-dimensional crystalline solution to phase-field model of grain boundary motion
3. 学会等名 ICIAM 2019: The 9th International Congress on Industrial and Applied Mathematics (Valencia, Spain) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shirakawa Ken
2. 発表標題 Mathematical analyses for gradient systems associated with grain boundary motions
3. 学会等名 Kanazawa workshop: Gradient flows and related topics: analysis and applications (Kanazawa, Japan) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 白川 健
2. 発表標題 Mathematical approaches to Kobayashi–Warren–Carter type models of grain boundary motions
3. 学会等名 研究集会「第 15 回非線型の諸問題」(熊本大)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 剣持 信幸, 山崎 教昭, 白川 健
2. 発表標題 Approximate problems for singular optimal control of nonlinear evolution equations governed by double time-dependent subdifferentials
3. 学会等名 2019 日本数学会秋期総合分科会 実函数論分科会 (金沢大)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 白川 健
2. 発表標題 Optimal control problem for one-dimensional semi-discrete system of Kobayashi–Warren–Carter type
3. 学会等名 2019 日本数学会秋期総合分科会 実函数論分科会 (金沢大)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shirakawa Ken
2. 発表標題 Structural observation for one-dimensional Kobayashi–Warren–Carter type system
3. 学会等名 RIMS Workshop: New development in the theory of evolution equations: theory, phenomena and technology (Kyoto, Japan) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 白川 健、渡邊 紘
2. 発表標題 Kobayashi–Warren–Carter システムの1次元結晶構造解に対する時間局所存在定理
3. 学会等名 第45回発展方程式研究会（日本女子大）
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 剣持 信幸、山崎 教昭、白川 健
2. 発表標題 Control of parameter-dependent evolution equations governed by time-dependent subdifferentials
3. 学会等名 2020 日本数学会年会 実函数論分科会（日大）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 久保田 翔大、白川 健
2. 発表標題 一般多次元での時間離散型 Kobayashi–Warren–Carter システムに対する最適制御問題
3. 学会等名 2020 日本数学会年会 実函数論分科会（日大）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 白川 健、渡邊 紘
2. 発表標題 Sufficient condition for the existence of one-dimensional crystalline solution of the Kobayashi–Warren–Carter type system
3. 学会等名 2020 日本数学会年会 実函数論分科会（日大）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Shirakawa Ken
2. 発表標題 Constrained optimal control problems for Kobayashi–Warren–Carter type systems of grain boundary motions
3. 学会等名 Surface and Interface Dynamics, Modelling, Analysis and Computation (Online) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Shirakawa Ken
2. 発表標題 Optimal control problems of grain boundary motions with temperature constraints
3. 学会等名 Workshop on Nonlocal diffusion, nonlocal interface evolution problems (Online) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 山崎 教昭、剣持 信幸、白川 健
2. 発表標題 Doubly nonlinear evolution inclusions of time-dependent subdifferentials –quasi-variational approach–
3. 学会等名 第46回発展方程式研究会（日本女子大）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 久保田 翔大、Antil Harbir、白川 健、山崎 教昭
2. 発表標題 連続系 K.W.C. 型フェーズフィールドシステムに対するオプスタクル制約条件付きの温度最適制御問題
3. 学会等名 第46回発展方程式研究会（日本女子大）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 白川 健、久保田 翔大
2. 発表標題 時間離散系 K.W.C. 型システムに支配される温度最適制御問題
3. 学会等名 第46回発展方程式研究会（日本女子大）
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 山崎 教昭、剣持 信幸、白川 健
2. 発表標題 Solvability of quasi-variational evolution inclusions via optimal control problems
3. 学会等名 2021日本数学会年会 実函数論分科会（慶應大）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 久保田 翔大、白川 健、山崎 教昭
2. 発表標題 1次元特異拡散方程式を含む Fix-Caginalp 型連立系に支配される最適制御問題
3. 学会等名 2021日本数学会年会 実函数論分科会（慶應大）
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 白川 健、久保田 翔大、中屋敷 亮太
2. 発表標題 Optimal temperature controls for 1D KWC type systems with dynamic boundary conditions
3. 学会等名 2021日本数学会年会 実函数論分科会（慶應大）
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

researchmap https://researchmap.jp/read0094192 publons https://publons.com/researcher/3244410/ken-shirakawa/ ORCID https://orcid.org/0000-0002-5297-2317

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	山崎 教昭 (Yamazaki Noriaki) (90333658)	神奈川大学・工学部 (32702)	
研究協力者	渡邊 紘 (Watanabe Hiroshi) (30609912)	大分大学・理工学部 (17501)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計2件

国際研究集会 RIMS Workshop "Theory of Evolution Equation and Mathematical Analysis of Nonlinear Phenomena" (RIMS, Kyoto Univ., Japan)	開催年 2017年～2017年
国際研究集会 RIMS Workshop "Theoretical Developments to Phenomenon Analyses based on Nonlinear Evolution Equations"	開催年 2018年～2018年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関		
スペイン	バレンシア大学		
イタリア	パヴィア大学		
アメリカ合衆国	ジョージ・メイソン大学		