

令和 2 年 5 月 29 日現在

機関番号：13901

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2016～2019

課題番号：16K05344

研究課題名(和文) 時空の安定性とダークエネルギーモデル/修正重力理論構築の基礎研究

研究課題名(英文) Spacetime stability and construction of model for dark energy/modified gravity

研究代表者

白水 徹也 (Shiromizu, Tetsuya)

名古屋大学・多元数理科学研究科・教授

研究者番号：10282716

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,600,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、正エネルギー定理を拡張の模索を行った。正面突破は長期戦となると判断し、証明の技術面においてブラックホールと関係があることに着目することで、唯一性定理や強重力場における時空の数理構造を明らかにした。具体的には、(i)唯一性定理で重要な恒等式の系統的導出、(ii)スカラー場を伴うブラックホール時空の光面(photon sphere)の外側での唯一性、(iii)強重力場の数学定式化と面積不等式の証明、などを行った。平行して正エネルギー定理の証明の読解を数学者の協力を得ながら行うことで、宇宙論に応用しやすい形の新しい証明に関する論文を準備している。

研究成果の学術的意義や社会的意義

正エネルギー定理は時空の安定性を保証するものである。我々の宇宙が突然消えてなくなるのはなぜか。正エネルギー定理が成り立っているからである。ダークエネルギーなどが存在する場合、時空の安定性の保証はない。本来であるならば、まずはこの安定性をクリアした理論のみが考察の対象となるべきである。本研究で得られた成果は、関連するブラックホールに関するものであったが、それを通じて正エネルギー定理の証明の理解が大いに進んだ。その結果、より宇宙論に応用しやすい証明を思いつくに至った。宇宙がなぜ安定なのか、という基本的な人類の問いに答えることが本研究の先に見えてくるだろう。

研究成果の概要(英文)：In our study, we explored the extension of PET. Since direct attack needs a long time and we knew the relation between the proof of PET and black hole, we decided to investigate the uniqueness theorem for black holes and mathematical structure of strong gravity region. More concretely, we could show that (i) systematic derivation of the key identity appeared in the proof of the black hole uniqueness, (ii) the uniqueness of photon sphere in general relativity with conformal scalar, (iii) formulation and area inequality of strong gravity region, and so on. At the same time, we look at the detail of the proof of PET with an aid of mathematicians. Now we are preparing a paper on PET which is applicable to cosmology.

研究分野：宇宙物理学理論

キーワード：時空の安定性 正エネルギー定理 ブラックホール 強重力場

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

現代宇宙論の謎の一つに宇宙の加速膨張の起源が挙げられる。一般相対論は、宇宙定数を導入しない限り、減速膨張を予言する。このため、数多くのモデルが提案されていた。一般相対論において、正エネルギー定理が成り立つことが知られており、時空の安定性は保証されている。しかし、加速膨張を説明するモデルの多くは、正エネルギー定理の条件が満たされていないため、時空の安定性は保証されていないにもかかわらず、宇宙論への応用研究のみが活発に行われていた。

2. 研究の目的

本研究では、時空の安定性が保証されている理論の構築を目指すべく、正エネルギー定理の拡張を行うことが目的であった。また、関連する正エネルギー定理の応用研究を行う。さらに、Schoen&Yau による正エネルギー定理の証明を読解し、宇宙論への応用を行った。

3. 研究の方法

正エネルギー定理の証明には二通り挙げられる。一つは Witten による証明で、spinor とよばれる量を用いるものである。これは超弦理論の低エネルギー有効理論である超重力理論から動機付けられたものであるため、物理的に扱いやすい。この宇宙論への応用は白水と野澤が 2013 年に行っている。一方、Schoen&Yau らによる証明も存在し、数学的に高度なものとなっていた。そこで、まずは証明の読解を行い、宇宙論に応用できるよう証明を平易で直感的に書き直す。同時に、証明の本質を理解するため、関連のあるブラックホール研究への応用を行った。

4. 研究成果

(1) 正質量定理の応用の一つとしてペンローズ不等式やブラックホールの唯一性定理があげられる。本年度はこれらに焦点をあて研究を行った。ダークエネルギーの候補としてスカラー場がしばしば登場するが、本研究では共形スカラー場の場合のブラックホール解(BBMB 解)に焦点を当て、この解の唯一性について議論を行った。その結果、光の円軌道からなる面(photon sphere)の外側の時空が BBMB のそれと一致することを証明することができた。この証明の中でペンローズ不等式の類似式が登場する。通常、ペンローズ不等式は事象の地平面に対して成り立つが、いまの系では photon sphere に対して成り立つことがわかった。これをきっかけに一般の時空においても photon sphere が存在するような時空において、その面の面積に上限が存在するのではないかと着想するに至った。そこでブラックホールの外側の強重力場の特徴づけを行うため、ある条件を満足する 2 次元面の導入を行い、緩捕獲面と呼ぶこととした。この緩捕獲面は Schwarzschild 時空における光の円軌道の内側を幾何学的に記述したものになっている。我々はこの面の面積に上限があることを証明することに成功した。また、上限値の値をとる場合、Schwarzschild 時空になることがわかった。

(2) ダークエネルギーの候補としてしばしばとりあげられるスカラー場、特に共形スカラー場に焦点をあて、そのスカラーヘアを持つブラックホールの唯一性の吟味を正質量定理を用いて行った。その結果、ブラックホールの外側に存在する photon sphere と呼ばれる面の外側において時空の唯一性を証明することができた。同時に、多重 photon sphere が存在しないことも証明できた。従って、共形スカラー場が存在し、photon sphere を持つ静的時空は BBMB 解と呼ばれる時空のみであることになる。ブラックホール時空の唯一性の証明において、ブラックホール表面である事象の地平面の存在が重要であったことを考えると、極めて想定外の結果である。また、証明において共形変換後の質量がゼロとなる時空に対して正質量定理を適用する。この正質量定理が適用できた、という点が重要である。ダークエネルギーが存在する系においても、適当な変換を施すことで時空の安定性が保証される可能性がある。一方で、強重力場を特徴付けるために前年度導入した loosely trapped surface(LTS)と閉じた光の軌道との関係を探るため、transversely trapping surface(TTS)を提案し、LTS と TTS との関係性を議論した。これらの研究は理論に直接依存しないため、ダークエネルギーや修正重力理論に対しても成り立つ結果である。

(3) 一般相対論における正質量定理の証明の一つに逆曲率流を用いるものがある。逆曲率流は空間を指数関数的に増大する面積で葉層化を指す。この逆率流の下で、ホーキングの準局所質量の単調性が示されることが正質量定理の証明の肝である。今年度はこの拡張、すなわち修正重力理論やダークエネルギーにフィットするような逆曲率流の修正の可能性について吟味を開始

した。まずは、ヒントを得るために、静的ブラックホールの唯一性定理の証明、特に Israel や Robinson によるものを再吟味することにした。その証明の中では質量に関係する量が登場するが、逆曲率流ではなく調和関数一定面による葉層化が採用されている。調和関数の利用が正質量定理の新しい証明に有効な可能性がある。そこで鍵を握るのがいくつかの発散恒等式である。それは、ある幾何学量から構成されたカレントの発散をとったものが、非負になるという形をなしている。しかし、その発散恒等式の系統的導出はこれまで明らかでなかった。そこで、我々はその発散恒等式の系統的導出を試み、部分的成功するに至った。具体的には、カレントを定義する際に、いくつかの未知関数を導入し、その発散が非負になるための条件を見出した。その条件とは未知関数がある常微分方程式を満たすことである。まとめると、ある常微分方程式を満足する関数を係数に持つカレントの発散をとると、非負になることがわかった。これはある量の単調性を表し、正質量定理の新しい証明へのヒントを提供していると考えられる。

(4) 時空の安定性を保証する正エネルギー定理の宇宙論への応用を行うため、Schoen&Yau らによる証明の解釈を行った。証明が難解であるため、これには4年の歳月を必要とした。具体的には宇宙論への応用がしやすい形で証明をやり直すことができた。現在、この成果を基に論文を準備中である。一方、その証明の中で鍵を握るブラックホールの基礎研究を行った。ブラックホール自体は観測できない。そこで、その周辺領域の数学定式化の一般化を動的な時空を含む形で行った。その際に、ブラックホールの外側に存在する光の不安定円軌道をお手本とした。具体的には、幾何学的な対象物(dynamically transversely trapping surface, DTTS)の提案を行った。また、このDTTSに対して不等式が成り立つことを証明した。その結果、シュバルツシルトブラックホールの光の不安定円軌道が成す面の面積以下であることがわかった。さらに、いくつかの具体例で数値的にその面の特定を行った。これらの結果は査読論文として発表された。加えて、面を囲む輪(フープ)の長さに対する考察も行い、いわゆるフープ予想、すなわち、長さが光の不安定円軌道の円周の長さ以下であることを数値的に示すことができた。この結果は2020年度に査読論文として発表されている。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計7件（うち査読付論文 7件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Yoshino Hiroataka, Izumi Keisuke, Shiromizu Tetsuya, Tomikawa Yoshimune	4. 巻 2020
2. 論文標題 Transversely trapping surfaces: Dynamical version	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 2300
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptz161	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 M. Nozawa, T. Shiromizu, K. Izumi, S. Yamada	4. 巻 35
2. 論文標題 Divergence equations and uniqueness theorem of static black holes	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Class. Quant. Grav.	6. 最初と最後の頁 175009
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6382/aad206	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Y. Tomikawa, T. Shiromizu and K. Izumi	4. 巻 34
2. 論文標題 On uniqueness of static spacetimes with non-trivial conformal scalar field	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Class. Quant. Grav	6. 最初と最後の頁 155004
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1361-6382/aa7906	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 H. Yoshino, K. Izumi, T. Shiromizu and Y. Tomikawa	4. 巻 2017
2. 論文標題 Extension of photon surfaces and their area: Static and stationary spacetimes	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 PTEP	6. 最初と最後の頁 630
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptx072	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 R. Mizuno, S. Ohashi, T. Shiromizu	4. 巻 2016
2. 論文標題 Violation of cosmic censorship in the gravitational collapse of a dust cloud in five dimensions	5. 発行年 2016年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 103000
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptw147	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Y. Tomikawa, T. Shiromizu, K. Izumi	4. 巻 2017
2. 論文標題 On uniqueness of static black hole with conformal scalar hair	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 33000
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptx033	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 T. Shiromizu, Y. Tomikawa, K. Izumi, H. Yoshino	4. 巻 2017
2. 論文標題 Area bound for a surface in a strong gravity region	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 330
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptx022	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計6件 (うち招待講演 3件 / うち国際学会 3件)

1. 発表者名 白水徹也
2. 発表標題 On uniqueness of static black hole in Einstein-conformal scalar
3. 学会等名 Workshop on "Essential next steps for gravity and cosmology" (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 白水徹也
2. 発表標題 How to ``solve" Einstein equation -a review-
3. 学会等名 Workshop on ``Partial differential equation and general relativity" (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 白水徹也
2. 発表標題 時空特異点の数理 ~ 因果構造と最長曲線 ~
3. 学会等名 日本物理学会 (招待講演)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 白水徹也
2. 発表標題 Loosely trapped surface
3. 学会等名 Gravitational Dynamics and Black Holes (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 白水徹也
2. 発表標題 ブラックホール, 山なし谷なし
3. 学会等名 生物から宇宙までの非平衡現象
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 白水徹也
2. 発表標題 いまさら一般相対論
3. 学会等名 天文天体物理学夏の学校(招待講演)
4. 発表年 2016年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 スティーヴン・W・ホーキング, トマス・ハートツホ, 佐藤 勝彦, 白水 徹也	4. 発行年 2018年
2. 出版社 早川書房	5. 総ページ数 96
3. 書名 ホーキング、最後に語る:多宇宙をめぐる博士のメッセージ	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考