平成２７年度科学研究費助成事業（特別推進研究）自己評価書
〔追跡評価用〕

平成２７年４月２３日現在

研究代表者 氏　　名	大石　進一	所属研究機関・ 部局・職 （研究期間終了時）	早稲田大学・理工学術院・教授
研究課題名	精度保証付き数値計算学の確立		
課 題 番 号	17002012		
研 究 組 織 （研究期間終了時）	研究代表者　　大石　進一（早稲田大学・理工学術院・教授）		

【補助金交付額】

年度	直接経費
平成１７年度	58,200 千円
平成１８年度	83,099 千円
平成１９年度	91,200 千円
平成２０年度	66,600 千円
平成２１年度	56,407 千円
総　計	355,506 千円

1. 特別推進研究の研究期間終了後、研究代表者自身の研究がどのように発展したか

特別推進研究によってなされた研究が、どのように発展しているか、次の(1)～(4)の項目ごとに具体的かつ明確に記述してください。

(1) 研究の概要

（研究期間終了後における研究の実施状況及び研究の発展過程がわかるような具体的内容を記述してください。）

特別推進研究の期間内に浮動小数点演算のエラーフリー変換を用いた総和・内積計算の基盤を確立できた．これは，高速に計算される浮動小数点数とその演算のみを用いて，高精度化を達成する斬新な手法であった．ここで提唱された「１回の演算の精度」ではなく「最終的な計算結果の精度」を保証するエラーフリー変換及びそのアイデアを多くの研究に応用した．

以下に具体的な応用先と発展の概要について記載する．

(a) 偏微分方程式に対する精度保証付き数値計算

連携研究者であった中尾充宏氏によって開発された「中尾の方法」は数値計算で得られた近似解の近傍において，偏微分方程式の解の存在を数値的に検証する．数値検証が成功するためには近似解の高精度な表現が必要となり，高精度数値計算が必要となる．これにより数学解析が困難である流体を記述する Navier-Stokes 方程式の定常問題に対して解の存在を精度保証付き数値計算により証明することに成功している．さらに偏微分方程式の解を数値計算する強力な手法である有限要素法をもとに，非凸領域を含む任意多角形領域上におけるユニバーサルな精度保証付き数値計算アルゴリズムの開発が進むなど，特別推進研究の成果を応用することで本分野は発展を続けている．

(b) 数値線形代数に対する精度保証法の発展

特別推進研究にて，通常の演算精度では良い近似解を得ることができないような問題に対して，高精度な近似逆行列を反復的に構成し，最終的に高精度な近似解を得ることができる手法を開発した．このように反復的に必要な精度を持つまで高精度計算を利用しながら適応的に計算するアイデアを，2010 年頃から行列分解の基本である LU 分解・コレスキー分解・QR 分解に波及させた．現在は，固有値問題や特異値問題など，より複雑かつ重要な問題に本手法を拡張することが試みられている．また，スパース系の精度保証は非常に重要かつ困難な問題として知られているが，特殊な構造を持つ大規模スパース系に対して，有力な精度保証法の開発に成功した．具体的には，偏微分方程式を離散化したときに得られるような，応用上重要となる M 行列を一般化した H 行列を係数とする連立一次方程式に対して，スパース性を損なわずに適用可能な精度保証法を開発した．

(c) 行列積の高精度計算

行列積に対する高精度計算を内積単位で高精度化すれば,HPC 分野の研究者が開発した行列積のライブラリを使用できなくなる．これに対して，行列に対して適切なエラーフリー変換を施すことにより，行列積を複数回の行列積の計算により高精度化できる斬新なアルゴリズムを開発した．このアルゴリズムを 2011 年頃から論文として出版し始め，現在に至るまで 4 本の論文を発表した．さらに，このアルゴリズムはスーパーコンピュータ上でも有用な可能性を秘めており，学際大規模情報基盤共同利用・共同研究拠点におけるプロジェクトを 2011 年度～2012 年度の２年間推進した．HPC 分野の観点からの自動チューニングなど，従来にない視点からの研究に発展した．また，提案した行列積のエラーフリー変換は，区間演算等に応用され，その手法は行列の平方根・シルベスター方程式の精度保証法などに利用されるなど，世界で実際に使用されている．

(d) 計算幾何学

計算幾何学の基礎判定問題は行列式の符号により判定される．エラーフリー変換を用いると，この行列式の計算は，浮動小数点数の総和に帰着され，提案された高精度な和の計算法をこの問題に特化できることが知られていた．浮動小数点数の和に関するエラーフリー変換を行列式の線形性に利用することにより，高速かつ正確に位置関係の判定問題を解く手法を 2012 年に発表した．

以上に挙げた特別推進研究の成果の発展があり，現在も JST CREST の現代の数理科学と連携するモデリング手法の構築領域における研究課題「モデリングのための精度保証付き数値計算論の展開」と題した大規模かつ先端的なプロジェクトとして，今現在精度保証付き数値計算の研究が活発に続いている．本特別推進研究は精度保証付き数値計算学の確固たる基盤を築き，未来の研究成果に繋げられ，発展し続けている．

1. 特別推進研究の研究期間終了後、研究代表者自身の研究がどのように発展したか（続き）

(2) 論文発表、国際会議等への招待講演における発表など（研究の発展過程でなされた研究成果の発表状況を記述してください。）

論文発表 26 件

1. N. Hoffman, K. Ichihara, M. Kashiwagi, H. Masai, S. Oishi, A. Takayasu: Verified computations for hyperbolic 3-manifolds, to appear in Exp. Math (2015).
2. X. Liu, T. Okayama, S. Oishi: High precision eigenvalue bound for the Laplacian with singularity, Proceeding of the 2012 Asian Symposium on Computer Mathematics (ASCM 2012), Computer Mathematics 2014, pp 311-323.
3. N. Yamanaka, S. Oishi: Fast quadruple-double floating point format, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 5:1 (2014), 15-34.
4. Y. Yanagisawa, T. Ogita, S. Oishi: A modified algorithm for accurate inverse Cholesky factorization, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 5:1 (2014) 35-46.
5. A. Takayasu, X. Liu, S. Oishi: Remarks on computable a priori error estimates for finite element solutions of elliptic problems, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 5:1 (2014), 53-63.
6. K. Sekine, A. Takayasu, S. Oishi: An algorithm of identifying parameters satisfying a sufficient condition of Plum's Newton-Kantorovich like existence theorem for nonlinear operator, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 5:1 (2014), 64-79.
7. X. Liu, S. Oishi: Guaranteed high-precision estimation for P0 interpolation constants on triangular finite elements, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 30:3 (2013), 635-652.
8. A. Minamihata, K. Sekine, T. Ogita, S. Oishi: Fast verified solutions of sparse linear systems with H-matrices, Reliable Computing, 19:2 (2013), 127-141.
9. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi, S. M. Rump: Generalization of Error-Free Transformation for Matrix Multiplication and its Application, Nonlinear Theory and its Applications, IEICE, 4:1 (2013), 2-11.
10. Y. Morikura, K. Ozaki, S. Oishi: Verification methods for linear systems using ufp estimation with rounding-to-nearest, Nonlinear Theory and its Applications, IEICE, 4:1 (2013), 12-22.
11. A. Takayasu, S. Oishi: A verified continuation algorithm for solution curve of nonlinear elliptic equations, Proceedings of 2013 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA 2013), 2013, 441-444.
12. A. Takayasu, X. Liu, S. Oishi: Verified computations to semilinear elliptic boundary value problems on arbitrary polygonal domains, Nonlinear Theory and its Applications, IEICE, 4:1 (2013), 34-61.
13. X. Liu, S. Oishi: Verified eigenvalue evaluation for Laplacian over polygonal domains of arbitrary shape, SIAM Journal of Numerical Analysis, 51:3 (2013), 1634-1654.
14. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: A robust algorithm for geometric predicate by error-free determinant transformation, Information and Computation, 216 (2012), 3-13.
15. K. Ozaki, T. Ogita, S. M. Rump, S. Oishi: Fast Algorithms for Floating-point Interval Matrix Multiplication, Journal of Computational and Applied Mathematics, 236 (2012), 1795-1814.
16. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi, S. M. Rump: Error-Free Transformation of Matrix Multiplication by Using Fast Routines of Matrix Multiplication and its Applications, Numerical Algorithms, 59:1 (2012), 95-118.
17. T. Ogita, S. Oishi: Accurate and robust inverse Cholesky factorization, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 3:1 (2012), 103-111.
18. N. Yamanaka, M. Kashiwagi, S. Oishi, T. Ogita, A Note on a Verified Automatic Integration Algorithm, Reliable Computing, 15:2 (2011), 156-167.
19. 尾崎 克久, 荻田 武史, 大石 進一：有向丸めの変更を使用しないタイトな行列積の包含方法, 応用数理, 21 巻 3 号 (2011), 22-32.
20. A. Takayasu, S. Oishi: A Method of Computer Assisted Proof for Nonlinear Two-point Boundary Value Problems Using Higher Order Finite Elements, Nonlinear Theory and its Applications, IEICE, 2:1 (2011), 74-89.
21. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: Tight and efficient enclosure of matrix multiplication by using optimized BLAS, Numerical Linear Algebra With Applications, 18:2 (2011), 237-248.
22. K. Ozaki, T. Ogita, S. Oishi: An Algorithm for Automatically Selecting a Suitable Verification Method for Linear Systems, Numerical Algorithms, 56:3 (2011), 363-382.
23. N. Yamanaka, T. Okayama, S. Oishi, T. Ogita: A fast verified automatic integration algorithm using double exponential formula, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 1:1 (2010), 119-132.
24. A. Takayasu, S. Oishi, T. Kubo: Numerical Existence Theorem for Solutions of Two-Point Boundary Value Problems of Nonlinear Differential Equations, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 1:1 (2010), 105-118.
25. S. M. Rump, T. Ogita, S. Oishi: Fast high precision summation, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 1:1 (2010), 2-24.
26. S. Miyajima, T. Ogita, S. M. Rump, S. Oishi, Fast verification for all eigenpairs in symmetric positive definite generalized eigenvalue problem, Reliable Computing, 14 (2010), 24-45.

1. 特別推進研究の研究期間終了後、研究代表者自身の研究がどのように発展したか（続き）

(3) 研究費の取得状況（研究代表者として取得したもののみ）

【JST（科学技術振興機構）戦略的創造研究推進事業（CREST)】
◎【研究種目】現代の数理科学と連携するモデリング手法の構築
【研究課題名】モデリングのための精度保証付き数値計算論の展開
【研究期間】平成 26 年度～平成 30 年度（予定）
【配分額】230,000 千円（予定）

◎【研究種目】数学と諸分野の協働によるブレークスルーの探索
【研究課題名】非線形系の精度保証付き数値計算法の基盤とエラーフリーな計算工学アルゴリズムの探求
【研究期間】平成 21 年度～平成 26 年度
【配分額】184,026 千円

【私立大学学術研究高度化推進事業】
◎【研究種目】ハイテク・リサーチ・センター整備事業
【研究課題名】数値シミュレーションに関する数理的研究　-数理モデリング，精度保証，数理逆問題の観点から-
【研究期間】平成 19 年度～平成 22 年度
【配分額】14,000 千円

(4) 特別推進研究の研究成果を背景に生み出された新たな発見・知見

特別推進研究の成果をもとに発展した研究として，任意多角形領域上の非線形偏微分方程式に対する解の計算機援用解析理論がある．任意多角形領域上に定義された非線形偏微分方程式の数学解析は困難な問題である．本研究では Prage-Synge の定理に基づくハイパーサークル法を巧みに利用することで，その解の計算機援用解析を可能にした．非線形解析における初学的な定理である Newton-Kantorovich の定理とハイパーサークル法を組み合わせて，非凸な領域上のコーナーの近くで生じる解の特異性を自然に処理する事ができるようになり，偏微分方程式の理論と解の計算法における画期的な成果となっている．

さらに有限要素法の誤差解析理論も発展を遂げている．例えば，上記のハイパーサークル法を一般化することにより，高次の補間関数の誤差定数を定量的に算出することができ，領域の形状に左右されないユニバーサルな評価式が得られた．本研究では hp-FEM というメッシュサイズと有限要素基底の次数を自在に変える最新の有限要素法を想定し，任意形状・任意次数で事前誤差評価が算出可能な汎用性の高い手法が完成している．

また近年では，世界ではじめて解析半群を用いた時間発展方程式に対する解の精度保証付き数値計算理論が構築され，従来は定常問題を扱うことが多かった偏微分方程式に対する解の計算機援用解析理論がさらに飛躍を遂げている．本研究分野はこのように活発に研究が続けられており，特別推進研究による影響が多大であることがみてとれる．

2. 特別推進研究の研究成果が他の研究者により活用された状況

特別推進研究の研究成果が他の研究者に活用された状況について、次の(1)、(2)の項目ごとに具体的かつ明確に記述してください。

(1)学界への貢献の状況（学術研究へのインパクト及び関連領域のその後の動向、関連領域への関わり等）

特別推進研究期間中では偏微分方程式の近似解に対し，その誤差限界を定量的に計算機で与える精度保証付き数値計算の研究を推進した．解の存在証明，一意性証明を行う多くの有用な方式の開発に成功した．これらの手法は連携研究者であった中尾充宏氏による「中尾の方法」として広く学界に浸透した．同氏は 2012 年に日本数学会より日本数学会賞秋季賞を授賞されており，特別推進研究における研究成果を含む同氏の業績が評価されたといえる．現在，偏微分方程式に対する精度保証付き数値計算の分野は日本が研究の最高峰の一つに位置しており，活発な活動が続いている．

また，特別推進研究の１つのテーマであった流体を記述する Navier-Stokes 方程式の数学的理論の研究は工学的にも重要な問題をいくつも含んでいる．その１つが一相または二相の流体の自由境界問題であり，本問題に対して時間大域的一意存在性定理等を証明することが現在できるようになっている．その基礎となるのが，特別推進研究期間中に行われていた線形化方程式の解の最大正則性原理である．最大正則性原理を用いることで，今迄扱えなかった非線形問題へのアプローチが可能となり，今日解析分野の多くの研究者が自由境界問題に関する問題に挑戦し，多くの結果が得られている．

総和および内積の高精度な計算方法は本特別推進研究の重要な成果である．これは，浮動小数点数およびその演算の精度の問題を浮動小数点演算のみにより解決する手法である．引用数は現在までに 270 件を超える．これは当該分野としては異例の多さである．手法の高速性に加えて，特別な計算機環境が必要とされず，非常に多くの科学技術研究者が利用できるため幅広く使用されたものと考える．この計算法及び誤差解析手法は多項式の評価や計算幾何学の判定問題にすぐに応用された．また，2008 年に発表された論文は，演算の精度を上げて誤差への対策を行う従来手法から，正しい計算結果を得る手法へのパラダイムシフトを起こした．従来使用されている浮動小数点数の精度を増やせば，誤差の心配は小さくなる．ただし，問題がそれ以上に悪条件である場合には，精度を増やしても正確な結果は得られない．そして問題の悪条件性は事前にわからないことが多い．提案した高精度な総和の計算法は，「結果の正確性」を厳密に保証することができる．提案手法は「あたかも計算を実数演算で行い，その結果を浮動小数点数に丸めた結果を出力する」ため，浮動小数点演算の誤差の問題を完全に克服する手法である．この手法自身も現在までに引用数は 100 を超えている．

現在「reproducible（再現可能）」という，どのような計算機環境でも同じ数値結果を出力するアルゴリズムの設計・実装法の開発が世界で多く行われている．国際会議等に参加をすれば，多くの関連研究の講演を聞くことができる．提案した高精度な総和の計算法は，浮動小数点数と最良の結果を返す手法であり，並列計算にも優れていることからまさに reproducible であり，時代を先取りしていた研究と言える．

特別推進研究期間終了後は本研究の成果を基盤として，精度保証付き数値計算学は他分野に発展している．例えば，数学（幾何学）の研究者と共同で，3 次元多様体に対する双曲構造の分類問題に精度保証付き数値計算を利用し，多様体の双曲構造を厳密に証明する手法を開発することに成功した．3 次元多様体の双曲構造に対する数値的分類手法はこれまで数値計算に生じる誤差の把握が全く行われておらず，これを無視して数学証明とすることは難しかった．そこで精度保証付き数値計算を用いることで，従来不可能であった 3 次元多様体の双曲構造の厳密な数値的分類が可能となった．本成果は HIKMOT というソフトウェアとして一般公開されており，計算トポロジーの分野においてブレークスルーを現在起こしている．

以上のような発展が，その後も大石を研究代表者として，2009 年度～2014 年度の JST CREST「数学と諸分野の協働によるブレークスルーの探索」領域における「非線形系の精度保証付き数値計算法の基盤とエラーフリーな計算工学アルゴリズムの探求」，同じく JST CREST「現代の数理科学と連携するモデリング手法の構築」領域における「モデリングのための精度保証付き数値計算論の展開」といった大規模なプロジェクトにつながった．また，連携研究者であった柴田良弘氏も精力的に研究の幅を広げ，日独共同大学院プログラム「流体数学」の初代日本側代表，JST CREST「現代数学解析による流体工学の未解決問題への挑戦」の研究代表者を務めている．

2.特別推進研究の研究成果が他の研究者により活用された状況（続き）

(2)論文引用状況（上位１０報程度を記述してください。）

【研究期間中に発表した論文】

No	論文名	日本語による簡潔な内容紹介	引用数
1	Accurate Sum and Dot Product, SIAM Journal on Scientific Computing, 26:6 (2005), 1955-1988.	浮動小数点数を用いた加算，内積の高精度計算手法を提案した．本研究グループが提案したエラーフリー変換をはじめて扱った代表的論文．	272
2	Accurate Floating-Point Summation Part I: Faithful Rounding, SIAM Journal on Scientific Computing, 31:1 (2008), 189-224.	エラーフリー変換を用いてベクトルの総和計算の結果の精度を保証する論文の第１編．浮動小数点演算のみを用いることで高速・高精度な演算が可能となり，革新的な成果を与えた．	106
3	Accurate Floating-Point Summation Part II: Sign, K-fold Faithful and Rounding to Nearest, SIAM Journal on Scientific Computing, 31:2 (2008), 1269-1302.	エラーフリー変換を用いてベクトルの総和計算の結果の精度を保証する論文の第２編．通常の浮動小数点数における最良の結果やその限界を超えた所望の精度が得られる高精度演算手法を紹介している．	53
4	Convergence of Rump's Method for Inverting Arbitrarily Ill-conditioned Matrices, Journal of Computational and Applied Mathematics, 205:1 (2007), 533-544.	任意の悪条件行列に対して，その逆行列を生成することができるRumpのアルゴリズムに対する収束定理を提案した．	30
5	A Parallel Algorithm for Accurate Dot Product, Parallel Computing, 34:6-8 (2008), 392-410.	エラーフリー変換を用いた高精度内積計算アルゴリズム（論文No.1）に対して，その効率的な並列化アルゴリズムを提案した．	24
6	Numerical verification of stationary solutions for Navier-Stokes problems, Journal of Computational and Applied Mathematics 199 (2007), 424-431.	流体を記述するNavier-Stokes方程式の定常問題に対して，流れ関数を導入し定常解の数値的検証手法とその結果を発表した．	20
7	Hopf bifurcation in viscous incompressible flow down an inclined plane, J. Math. Fluid Mechanics, Vol.7, (2005), 29-71.	斜面を流れ落ちる非圧縮性粘性流体の定常流からのHopf分岐が起きていることを証明した．	17
8	On the Stokes and Navier-Stokes equation in a perturbed half-space, Advances in Differential Equations, 10:6 (2005), 695-720.	摂動半空間上のストークス半群に対して局所減衰定理とL^p-L^q評価を示し,Navier-Stokes方程式の小さい初期値に対する時間大域解の一意存在性を示した．	15
9	A Method of Obtaining Verified Solutions for Linear Systems Suited for Java, Journal of Computational and Applied Mathematics, 199:2 (2007), 337-344.	Java言語等，丸めモードを変更できない計算環境向けに，連立一次方程式の解に対する精度保証付き数値計算を行なうアルゴリズムを提案した．	11
10	Decay properties of the Stokes semigroup in exterior domains with Neumann condition, Journal of the Mathematical Society of Japan, 59 (2007), 1-35.	外部領域にNeumann境界条件を課したStokes方程式に対する局所減衰評価とL^p-L^q 評価を示した．	10

【研究期間終了後に発表した論文】

No	論文名	日本語による簡潔な内容紹介	引用数
1	Verified eigenvalue evaluation for Laplacian over polygonal domains of arbitrary shape, SIAM Journal of Numerical Analysis, 51:3 (2013), 1634-1654.	非凸領域を含む任意多角形領域における Laplace 作用素の無限次元固有値の下界を与える定理を示した.	19
2	Verified computations to semilinear elliptic boundary value problems on arbitrary polygonal domains, Nonlinear Theory and its Applications, IEICE, 4:1 (2013), 34-61.	非凸領域を含む任意多角形領域における半線形偏微分方程式の解に対する精度保証付き数値計算法を可能にする手法を提案した.	11
3	Verified computations for hyperbolic 3-manifolds, to appear in Experimental Mathematics.(2013)	ある 3 次元多様体が完備有限体積双曲構造をもつことを精度保証付き数値計算によって厳密に証明する手法を開発した.	10
4	Tight and efficient enclosure of matrix multiplication by using optimized BLAS, Numerical Linear Algebra With Applications, 18:2 (2011), 237-248.	Level-3 BLAS を効果的に用いて，エラーフリー変換を用いた高精度な行列積の結果を包含するアルゴリズムを提案した.	9
5	Fast verification for all eigenpairs in symmetric positive definite generalized eigenvalue problem, Reliable Computing, 14 (2010), 24-45.	対称正定値行列に対する固有値，固有ベクトルを高速に精度保証付き数値計算するためのアルゴリズムを提案した.	9
6	Error-Free Transformation of Matrix Multiplication by Using Fast Routines of Matrix Multiplication and its Applications, Numerical Algorithms, 59:1 (2012), 95-118.	エラーフリー変換を用いて，行列積に対する高精度な演算結果を得るためのアルゴリズムを提案し，その応用例について述べている.	8
7	Fast high precision summation, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 1:1 (2010), 2-24.	浮動小数点数ベクトルの各要素の加算に対する，高速かつ高精度な和の計算アルゴリズムを提案した.	8
8	Fast Algorithms for Floating-point Interval Matrix Multiplication, Journal of Computational and Applied Mathematics, 236 (2012), 1795-1814.	ufp と呼ばれる浮動小数点数のある定数を用いて，行列積のより精密な包含アルゴリズムを提案した.	6
9	Numerical Existence Theorem for Solutions of Two-Point Boundary Value Problems of Nonlinear Differential Equations, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 1:1 (2010), 105-118.	常微分方程式の 2 点境界値問題の解に対して，Newton-Kantorovich の定理を用いた精度保証付き数値計算法を提案した.	6
10	Accurate and robust inverse Cholesky factorization, Nonlinear Theory and Its Applications, IEICE, 3:1 (2012), 103-111.	エラーフリー変換を用いて任意の悪条件行列に対するコレスキー分解をもとにした逆分解アルゴリズムを提案し，その有用性を例証した.	5

3. その他、効果・効用等の評価に関する情報

次の(1)、(2)の項目ごとに、該当する内容について具体的かつ明確に記述してください。

(1)研究成果の社会への還元状況（社会への還元の程度、内容、実用化の有無は問いません。）

特別推進研究期間中に行なわれた研究の社会への還元として，いくつかの企業との共同研究・受託研究の実績を以下に記述する．

平成 22 年 10 月 26 日～平成 23 年度において，三菱電機株式会社との共同研究として「演算精度維持に関する研究」を遂行した．レーダ信号処理を実運用機材に実装する場合，ビット数等の制約から演算精度が劣化することがある．この場合，要求される誤差範囲内で，実機材へ実装するための工夫が必要となる．この一環として FFT や位相乗算等の計算において，エラーフリー変換を応用した演算精度の誤差解析作業を平成 21 年 7 月 31 日～平成 22 年 3 月 15 日の期間に実施した．さらに，追尾フィルタとしてカルマンフィルタを適用する場合，追尾対象のモデルの複雑化，推定次数の高次化に伴い，推定値の数値的不安定性が深刻な問題となる可能性が高く，推定値の精度保証範囲を見積もる必要がある．想定する追尾フィルタのアルゴリズムに推定値の精度保証範囲を見積もる設計技術の研究を平成 22 年 8 月 31 日～平成 23 年 3 月 15 日までの期間において共同研究を実施した．

また，平成 21 年度～平成 23 年度，平成 25 年 8 月 1 日～平成 28 年度において民間企業１社（守秘義務あり）からの依頼を受け，特別推進研究期間中に開発された高精度数値計算手法ならびに精度保証手法を中心に，技術指導を行なっている．

さらに，平成 25 年度において民間企業１社（守秘義務あり）からの依頼を受け，抵抗の測定方法について，特別推進研究から発展した精度保証技術と連携した研究が行われた．

3. その他、効果・効用等の評価に関する情報（続き）

(2) 研究計画に関与した若手研究者の成長の状況（助教やポスドク等の研究終了後の動向を記述してください。）

本研究期間中に研究に関与した若手研究者は４名で，そのうち３名は任期なし教員として各大学に採用され，現在も研究活動を続けている．各研究者の動向は下記の通りである．

- 中谷祐介：早稲田大学　客員准教授　→　サイバー大学　教授
- 久保隆徹：早稲田大学　客員講師　→　筑波大学　講師
- 榎本裕子：早稲田大学　客員講師（非常勤扱い）　→　芝浦工業大学　准教授

その他，客員研究助手１名（早稲田大学）は一般企業へと就職した．