

研究種目：	基盤研究（B）
研究期間：	2005～2008
課題番号：	17340022
研究課題名（和文）	くりこみ群に基づく新しい確率解析の構築のための基盤研究
研究課題名（英文）	Towards a mathematical foundation of renormalization group oriented stochastic analysis
研究代表者	
服部 哲弥（HATTORI TETSUYA）	
東北大学・大学院理学研究科・教授	
研究者番号：	10180902

研究成果の概要： 確率モデルのくりこみ群による解析という立場の中で、確率過程の漸近的性質の導出を中心にして、新しい解析学としてのくりこみ群の可能性を追求した。成果のいくつかは、服部哲弥著「ランダムウォークとくりこみ群」（共立出版，2004）に示した構想を進展させるものである。目的の一環として、現象に動機づけられた理論的描像に基づく新しい確率過程の可能性を探り、成果の実際的な問題への応用も視野に入れた。

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2005年度	3,400,000	0	3,400,000
2006年度	3,400,000	0	3,400,000
2007年度	3,200,000	960,000	4,160,000
2008年度	3,000,000	900,000	3,900,000
年度			
総計	13,000,000	1,860,000	14,860,000

研究分野： 確率論

科研費の分科・細目： 数学・数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード： くりこみ群， スケール極限， 確率過程， 力学系， 非マルコフ，
自己回避経路， 二分木， 無限粒子系

1. 研究開始当初の背景

理論物理学としてのくりこみ群は20世紀に既に確立していたけれども、数学的には、個々のモデル毎に具体的手法が全く異なるために、研究の発展段階に大きな差がある。例えば、世界的に研究の進んでいるフラクタル上の拡散はマルコフ性があるので、Dirichlet formなどの強力な解析的手法が開発されているが、自己回避経路や自己抑制経路についてはこれは期待できない。

研究代表者はくりこみ群による無限自由度系の解析という大きなテーマに向けて、その都度対象を絞りながら種々の具体的問題を研究してきた。1980年代末からフラクタル上のスピン系のくりこみ群の精密な解析を始め、1990年代以降は、1993年度から2003年度まで支援いただいた科研費による研究

を含めて、フラクタル上の確率過程の研究を深め、対応するくりこみ群の軌道を解析するという一貫した視点から、ユークリッド空間や規則格子上の対応する問題では得られない精密な結果や新現象の発見などの成果をあげてきた。2004年度は科研費の採択から漏れたため財政的にも精神的にも困難を極めたが、その中で、それまでの研究成果を整理し拡張した著書「ランダムウォークとくりこみ群」（服部哲弥著，共立出版，2004年）を完成した。この著書に書いた構想を進展させることが本研究課題申請時の具体的な動機であった。

2. 研究の目的

(1) 本研究の大きな目標は、確率モデルのくりこみ群による解析という立場の中で、確率

過程の漸近的性質の導出の研究を中心にして、最終的にくりこみ群という新しい解析学の可能性を追求することである。

(2) 確率微分方程式が確率過程を定めるように、くりこみ群が確率モデルを定めるという視点を確立することが目的に含まれるので、研究の出発点であるガスケツト上の自己回避経路(self-avoiding path)にとどまらず、対象を柔軟に広げて広く種々のモデルを新たな考察の対象とし、その確率過程論からの研究と、研究の進展に鑑みて、成果の実際的な問題への応用も視野に入れた。

3. 研究の方法

(1) くりこみ群は、観測精度のスケール変換に対する確率過程などの系の応答を適切なパラメータ空間上で表現する力学系である。くりこみ群の方法と呼ぶに値する普遍的な確率解析の方法は知られていないが、無限自由度系の、既存の枠組みと異なる確率解析としてのくりこみ群で解析可能な確率過程のクラスの発見を目指すという独自の視点が本研究の方法上の特色である。

(2) くりこみ群が理論物理学で最初に重視された経緯に鑑みて、現象に由来する確率モデルから数学的に特徴的なものを探しだし、数学の研究を深め、あるいは数学的内容を明確にするきっかけとすること、およびその逆に、数学的成果を現実に応用すること、も研究の方法論の一部とした。このため、通常の数学的な研究に比べて、計算機の支援を得たやや規模の大きい計算や、現実のデータの収集や理論の統計的当てはめなど、計算機を用いた研究の比重が大きいことが方法論上の特色の一つとなる。

4. 研究成果

多岐にわたる成果の中からいくつか挙げる。

(1) 確率連鎖 $\{W_k\}$ のくりこみ群の非自明な最も簡単な場合、即ち、整数の集合 Z 上の確率連鎖のうち1次元くりこみ群で記述されるクラス、を構成し漸近的性質を導出した。

① **定理.** Z 上の確率連鎖で一步ごとに隣にのみ移りうるもので、遷移確率がくりこみ写像 Φ で与えられるものを考える。 Φ の(唯一の) 正值固定点 x_0 における微分 $\lambda = \Phi'(x_0)$ に対して $\nu = \log 2 / \log \lambda$ を指数とする一般化された**重複対数の法則**が成り立つ: 大きい k に対して $C > 1$ が存在して $1/C \leq |W_k| / (k^\nu (\log \log k)^{1-\nu}) \leq C$ が確率1で成り立つ。 \diamond

1次元確率連鎖のくりこみ写像の定義は「ランダムウォークとくりこみ群」(服部哲弥, 共立出版, 2004)を参照いただきたい。

この定理は、くりこみ群の固定点で記述される1次元の隣にのみ飛ぶ確率連鎖については、くりこみ写像について何の余分の仮定も

無しにすべての場合を尽くしている。しかも、漸近的性質が、固定点におけるくりこみ写像のヤコビアン(1次元なので微分)に基づく**指数**で決まる。その意味でくりこみ群に基づく確率連鎖の漸近的振る舞いの導出が数学的に完成した。

② 自己抑制経路(self-repelling walks)と名付けた部分クラスについて、変位の指数をくりこみ群と精密評価を伴う鏡像原理によって決定した。この結果は Z だけでなくシルピンスキーガスケツト上でも成り立つ。

(2) 一般次元ガスケツト上の自己回避経路(self-avoiding paths)のくりこみ群力学系の詳細な研究を進展させた。

定理. 実2次元平面の第1象限(境界含む) R_+^2 の $y \leq x^2$ を満たす部分集合で原点を除いたものを D とおく。次の性質を持つ2変数多項式 W を考える: W は x と y の合計次数が3以上6以下の次数の項からなる正係数多項式で、 x^3 という項と y について1次の項とを含み、 xy^4 と x^2y^3 という形の項は無く、 y の正べきを含む項は合計次数が5以上。さらに、 D は勾配写像 $(X, Y) = \text{grad } W$ に関して不変部分集合で、 $R(x, z) = X^2(x, x^2z) - Y(x, x^2z)$ は $z, 1-z, x$ の非負係数多項式で、 $x \rightarrow 0$ のとき $R(x, x^2z) / Y(x, x^2z)$ は $0 \leq z \leq 1$ に関して一様に0に収束するとする。このとき2次元写像 $\text{grad } W$ の D における固定点はただ1つ存在する。 \diamond

定理の条件を満たす例として、3および4次元ガスケツト上の制限された自己回避経路のくりこみ写像がある。Pathsの本数をあらわに数えずにくりこみ群解析を遂行するための研究の過程で得られた。この定理が自明でないことや証明の方針などのわかりやすい解説を

<http://www.math.tohoku.ac.jp/~hattori/criti.htm> 以下に公開した。

(3) 微分差分方程式 $w_{n+1}'(x) = -w_n(x)^2$ が臨海的な場合を除く初期条件の下でスケール極限を持つこと、すなわち、 $w_n(x)$ が漸近的に共形的な振る舞い $w_n(x) \sim q_n v(q_n x)$ をすること、を証明した。棒のランダムな逐次二分割の最大破片長の分布や枝分かれするランダムウォークの極限定理、データ探索における二分木の問題などに相当する。臨界的な初期値の場合は未解決だが、現時点で言える全てのことを究めたと考える。

(4) くりこみ群にとどまらず、現象に動機づけられた理論的描像に基づく新しい解析学の可能性をさぐるべく、「統計と確率の基礎」(服部哲弥, 学術図書, 2006年)をふまえて研究対象を広げた。その成果の一つとして、確率ランキングモデルと名付けた粒子系のスケール極限(無限自由度確率過程)の発見に至った。最近になって、モデルそのものはmove-to-front ruleとして30年前から知

られていたことがわかったが、主要な結果である粒子の軌道の追跡と位置とジャンプ率の結合分布の極限（流体力学的極限）、特に Burgers 型偏微分方程式系との関係は、気づかれることが無かった新規・独自の内容であることがわかった。さらに、これまで考えられていなかった応用上の新展開の着想を得た。この模型の研究上の広い可能性の展開は、今後の競争的資金の採択を待って目指す。成果や説明のわかりやすい解説を <http://www.math.tohoku.ac.jp/~hattori/amazonj.htm> 以下に公開した。

(5) 本研究課題の研究分担者（2004年当時、現連携研究者）竹田雅好教授と興した東北確率論セミナーは、研究分担者（2006年当時、現連携研究者）針谷祐准教授の着任も得て、5年の時を経て定着し、確率論を専攻する大学院生諸君の研究上も大きな役割を果たした。本科研究費研究課題期間の修士論文には、たとえば以下の内容がある：Black-Scholes モデルの1つの拡張と無裁定条件（沼澤洋平）、格子気体モデルの流体力学極限における拡散係数（佐々木拓郎）、疑似乱数の出力の相関関係（牛山辰哉）、ランキングプロセスに基づくオンラインランキングの分析（竹島佑介）、局所非退化 Wiener 汎関数の密度の滑らかさ（永沼伸顕）。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計31件）

- ① K. Hattori, T. Hattori, *Equation of motion for incompressible mixed fluid driven by evaporation and its application to online rankings*, Funkcialaj Ekvacioj 印刷中 (2009) 査読有
- ② K. Hattori, T. Hattori, *Existence of an infinite particle limit of stochastic ranking process*, Stochastic Processes and their Applications 印刷中 (2009) 査読有
- ③ M. Takeda, Y. Tawara, *L_p-independence of spectral bounds of non-local Feynman-Kac semigroups*, Forum Math 印刷中 (2009) 査読有
- ④ T. Nakanishi, *An application of Penner's coordinates of Teichmüller space of punctured surfaces*, Kokyuroku Bessatsu 印刷中 (2009) 査読有
- ⑤ M. Takeda, *Large deviations for additive functionals of symmetric stable processes*, J. Theoret. Probab. **21** (2008) 336-355 査読有
- ⑥ M. Denker, K. Hattori, *Recurrence of self-repelling and self-attracting walks on the pre-Sierpinski gasket and Z*, Stochastics and dynamics **8** (2008) 155-172

査読有

- ⑦ S. Kusuoka, S. Liang, *A mechanical model of Markov processes*, RIMS Kokyuroku Bessatsu **B6** (2008) 167-176 査読有
- ⑧ S. Albeverio, S. Liang, *A remark on the nonequivalence of the time-zero ϕ^4_3 measure with the free field measure*, Markov Processes and Related Fields **14-1** (2008) 159-164 査読有
- ⑨ 服部哲弥, *数理統計学*, 数学セミナー **47.4** (2008) 38-41 査読無
- ⑩ T. Hattori, *The fixed point of a generalization of the renormalization group maps for self-avoiding paths on gaskets*, Journal of Statistical Physics, **127** (2007) 609-627 査読有
- ⑪ 服部哲弥, *数学におけるくりこみ群*, 夜明け前, 数理科学 **530** (2007) 19-25 査読無
- ⑫ M. Takeda, *Gaussian bounds of heat kernels of Schrodinger operators on Riemannian manifolds*, Bull. London Math. Soc. **39** (2007) 85-94 査読有
- ⑬ M. Takeda, K. Tsuchida, *Differentiability of spectral functions for symmetric α -stable processes*, Trans. Amer. Math. Soc. **359** (2007) 4031-4054 査読有
- ⑭ M. Takeda, *Branching Brownian motions on Riemannian manifolds: Expectation of the number of branches hitting closed sets*, Potential Analysis **27** (2007) 61-72 査読有
- ⑮ M. Takeda, *L_p-independence of spectral bounds of Schroedinger type semigroup*, J. Funct. Anal. **252** (2007) 550-565 査読有
- ⑯ M. Takeda, *Some topics connected with gaugeability for Feynman-Kac functionals*, Kokyuroku Bessatsu **B6** (2007) 221-236 査読有
- ⑰ T. Nakanishi, *A trace identity for parabolic elements of SL(2, C)*, Kodai Math. Journal **30** (2007) 1-18 査読有
- ⑱ S. Albeverio, S. Liang, *A note on the renormalized square of free quantum fields in space-time dimension $d \geq 4$* , Bulletin des Sci. Mathématique **131** (2007) 1-11 査読有
- ⑲ S. Liang, *Different lattice approximations for Hoegh-Krohn's quantum field model*, Stochastic Analysis and Appl., 2007, Springer, 493-499 査読有
- ⑳ T. Funaki, Y. Hariya, M. Yor, *Wiener integrals for centered powers of Bessel processes, I*, Markov Proc. Relat. Fields, **13** (2007) 21-56 査読有
- ㉑ T. Hattori, H. Ochiai, *Scaling limit of successive approximations for $w' = -w^2$* , Funkcialaj Ekvacioj **49** (2006) 291-319 査読有

㉒ M. Takeda, *Gaugeability for Feynman-Kac functionals with applications to symmetric α -stable processes*, Proc. Amer. Math. Soc. **134** (2006) 2719-2728 査読有

㉓ C. He, T. Miyakawa, *On two-dimensional Navier-Stokes flows with rotational symmetries*, Funkcialaj Ekvacioj **49** (2006) 163-192 査読有

㉔ C. He, T. Miyakawa, *Nonstationary Navier-Stokes flows in a two-dimensional exterior domain with rotational symmetries*, Indiana University Math. Journal **55** (2006) 1483-155 査読有

㉕ S. Albeverio, S. Liang, B. Zegarlinski, *Remark on the integration by parts formula for the ϕ^4_3 -quantum field model*, Infinite dimensional analysis, quantum probability and related topics **9** (2006) 149-154 査読有

㉖ K. Hattori, T. Hattori, *Displacement exponents of self-repelling walks and self-attracting walks on the pre-Sierpinski gasket*, Journal of Mathematical Science University of Tokyo **12** (2005) 417-443 査読有

㉗ Y. Shiozawa, M. Takeda, *Variational formula for Dirichlet forms and estimates of principal eigenvalues for symmetric α -stable processes*, Potential Analysis **23** (2005) 135-151 査読有

㉘ S. Albeverio, S. Liang, *Asymptotic expansions for the Laplace approximations of sums of Banach space-valued random variables*, Ann of Probability **33** (2005) 300-336 査読有

㉙ S. Liang, *Laplace approximations of the large deviations for diffusion processes on Euclidean spaces*, J. Math. Society Japan **57** (2005) 557-592 査読有

㉚ S. Albeverio, S. Liang, *A limit theorem for the Wick exponential of the free lattice fields*, Markov Processes and Related Fields **11** (2005) 157-164 査読有

㉛ S. Liang, *Laplace approximations for diffusion processes*, Proc. Third German-Japanese Symposium, 2005, World Scientific, 187-195 査読有

[学会発表] (計43件)

① 中西 敏浩, McShane の恒等式再論, 広島大学トポロジー・幾何セミナー, 2008年12月16日, 広島大学

② 名和 範人, Nelson diffusions and log-log law for the pseudo-conformally invariant nonlinear Schroedinger equations,

Stochastic Problems and Nonlinear PDEs, 2008年12月2日, 京都大学

③ 服部 哲弥, Stochastic ranking process, Burgers' system with evaporation, and a study in long-tail economy, Stochastic Problems and Nonlinear PDEs, 2008年12月1日, 京都大学

④ 名和 範人, Nonlinear Schroedinger equation with L^2 critical and H^1 subcritical power; blowup, scattering, instability of the ground state, 埼玉大学解析ゼミ, 2008年11月7日, 埼玉大学

⑤ 服部 久美子, Stochastic ranking process の無限粒子極限とロング・テールビジネス, 数理科学談話会, 2008年10月29日, 信州大学

⑥ 中西 敏浩, 穴あき曲面群の $SL(2, C)$ -表現空間の座標系とその応用について, 第51回関数論シンポジウム, 2008年10月12日, 高知大学

⑦ 名和 範人, Asymptotic profiles and blowup rates for the L^2 critical nonlinear Schroedinger equation, Third Euro-Japan Workshop on Blow-up, 2008年9月11日, 東北大学

⑧ 名和 範人, Asymptotic profiles and blowup rates for the pseudo-conformally invariant nonlinear Schroedinger equations, 広島応用解析セミナー, 2008年9月3日, 広島大学

⑨ 服部 哲弥, Amazon.co.jp のランキングのモデルとロングテールの分析, 紀要の電子化と周辺の話題, 2008年9月2日, 京都大学

⑩ 服部 久美子, Hydrodynamic limit of the stochastic ranking process and its application to long-tail economy, 7th World Congress in Probability and Statistics, 2008年7月16日, National University of Singapore

⑪ 服部 久美子, Infinite particle limit of the stochastic ranking process and its implication to the long-tail business, 東京確率論セミナー, 2008年6月16日, 東京工業大学

⑫ 服部 哲弥, Amazon.co.jp のランキングを記述する偏微分方程式, 数理解析セミナー, 2008年5月22日, 大阪大学

⑬ 中西 敏浩, Complexified Penner's coordinates and its applications, Topology Seminar at CTQM, 2008年4月30日, University of Aarhus

- ⑭ 名和 範人, 非線形シュレーディンガー方程式とレーザービームの自己集束, 非線形解析セミナー, 2008年 4月 11日, 慶応大学
- ⑮ 服部 哲弥, Amazon.co.jp のランキングを記述する偏微分方程式, 日本数学会 2007年度年会応用数学分科会, 2008年 3月 26日, 近畿大学
- ⑯ 服部 哲弥, Stochastic ranking process の査読無限粒子極限と Amazon.co.jp のランキング, 数理ファイナンスとその周辺, 2008年 1月 24日, 東京大学
- ⑰ 服部 哲弥, Stochastic ranking process の流体力学極限と 2ch.net, 確率論シンポジウム, 2007年 12月 11日, 熊本大学
- ⑱ 服部 哲弥, 蒸発を動因とする流体の運動のオンラインデータの分析への応用, 数理学談話会, 2007年 11月 29日, 金沢大学
- ⑲ 服部 哲弥, Amazon.co.jp のランキングを記述する偏微分方程式, 数理解析セミナー, 2007年 11月 22日, 首都大学東京
- ⑳ 針谷 祐, Integration by parts formulae for Wiener measures restricted to domains in \mathbb{R}^d , Stochastic Analysis on Large Scale Interacting Systems, 2007年 10月 22日, 九州大学
- ㉑ 服部 哲弥, d 次元ガスケット上の自己回避経路のくりこみ群解析, 日本数学会 2007年度秋季応用数学分科会特別講演, 2007年 9月 22日, 東北大学
- ㉒ 服部 哲弥, ガスケット上の self-avoiding path に付随する 2次元写像の固定点の一意性について, 日本数学会 2007年度年会統計数学分科会, 2007年 3月 27日, 埼玉大学
- ㉓ 服部 哲弥, ガスケット上の self-avoiding path に付随する 2次元写像の固定点の一意性について, 統計物理に関連する数学的話題, 2007年 1月 30日, 東京工業大学
- ㉔ 竹田 雅好, Some topics connected to integrability of Feynman-Kac functionals, ポテンシャル論とその周辺, 2006年 12月 18日, 京都大学
- ㉕ 中西 敏浩, A class of hyperbolic links, 双曲空間のトポロジー、複素解析および数論, 2006年 12月 8日, 京都大学
- ㉖ 竹田 雅好, Large deviations for additive functionals of symmetric stable processes, Stochastic Analysis and its Applications, 2006年 9月 11日, 京都大学
- ㉗ 竹田 雅好, Large deviations for additive functionals of symmetric stable processes, 確率論と幾何学, 2006年 8月 7日, ワシントン大学
- ㉘ 竹田 雅好, h -transform and its applications, マルコフ過程とその周辺, 2006年 4月 29日, 金沢大学
- ㉙ 名和 範人, 微分型シュレーディンガー方程式の爆発解とプラズマ中の Alfvén 波の崩壊, 第 56 回理論応用力学講演会, 2007年 3月 7日, 日本学術会議
- ㉚ 名和 範人, 非線形 Schrödinger 方程式の爆発解: 漸近形と爆発の速さ, 京都解析コロキウム, 2007年 2月 3日, 京都大学
- ㉛ 名和 範人, レーザービームの自己集束と非線形シュレーディンガー方程式 — 爆発解の漸近形と爆発の速さ —, 六本松セミナー, 2006年 12月 8日, 九州大学
- ㉜ 名和 範人, レーザービームの自己集束と非線形シュレーディンガー方程式, 数学教室談話会, 2006年 10月 2日, 東北大学
- ㉝ 名和 範人, BCS Hamiltonian in a Classical Context, 解析セミナー, 2006年 7月 7日, 東京工業大学
- ㉞ 名和 範人, レーザービームの自己集束と非線形シュレーディンガー方程式, 数学応用数学コロキウム, 2006年 5月 19日, 早稲田大学
- ㉟ 竹田 雅好, The principal eigenvalue of time-changed processes and applications, 確率論シンポジウム, 2005年 12月 19日, 京都大学
- ㊱ 竹田 雅好, The principal eigenvalue of time-changed processes and applications, Heat Kernels, Stochastic Processes and Functional Inequalities, 2005年 11月 27日, Oberwolfach
- ㊲ 中西 敏浩, 穴あき曲面群の $SL(2, \mathbb{C})$ 表現とトレミー型トレース恒等式, 2005年度日本数学会秋季総合分科会, 2005年 9月 22日, 岡山大学
- ㊳ 服部 哲弥, $w' = -w^2$ の逐次近似のスケール極限について, 日本数学会 2005年度秋季総合分科会統計数学分科会, 2005年 9月 19日, 岡山大学
- ㊴ 竹田 雅好, Gaussian bounds of heat kernels for Schrödinger operators on Riemannian manifolds,

Geometry and Probability,
2005年9月5日, 東北大学

④ 竹田 雅好, The principal eigenvalue of time-changed processes and applications, 確率論とPDE,

2005年8月30日, 北海道大学

④ 服部 哲弥, Scaling limit of successive approximations for $w' = -w^2$ from analysis on single layer solutions to a non-linear non-local recursion,

International Conference on Asymptotic Analysis and Singularity (MSJ-IRI2005),
2005年7月24日, 仙台市

④ 服部 哲弥, Scaling limit of successive approximations for $w' = -w^2$ and its consequences on the theories of random sequential bisections and height of binary search trees,

International Conference on Probability and Number Theory 2005 (P&NT 05),
2005年6月20日, 金沢市

④ 服部 哲弥, Scaling limit of successive approximations for $w' = -w^2$ and its consequences on the theories of random sequential bisections,

数学教室談話会・可積分系セミナー合同セミナー,

2005年5月26日, 神戸大学

[図書] (計2件)

① 福島 正俊, 竹田 雅好, 培風館
「マルコフ過程」(2008) 1-304頁

② 服部 哲弥, 学術図書出版
「統計と確率の基礎」(2006) 235頁

[その他]

① URL:

<http://www.math.tohoku.ac.jp/~hattori/hattori.htm>

② 東北大学数学教室確率論セミナー(東北確率論セミナー): 研究代表者服部哲弥は東北大学着任後直ちに, 長く東北大学数学教室の確率論研究を一人で支えてきた本研究課題の連携研究者竹田雅好とともに東北確率論セミナーを興した. 東北確率論セミナー2年目からの4年間は本科学研究費補助金研究課題の支援を受け, 研究分担者針谷祐の着任もあって, 確率論を専攻する大学院生諸君を中心に大学内外の研究交流の一つの拠点として拡大し, 定着した. 本研究課題研究期間の4年間に限っても, のべ72人の講師による研究セミナーを開催した. 講演の一覧と概要を

<http://www.math.tohoku.ac.jp/~hattori/robsem.htm> 以下に公開している.

③ 集中講義:

1. 「確率的ランキング過程と Burgers 型偏

微分方程式」首都大学東京・都市教養学部
(2009年1月)

2. 「ランダムウォークとくりこみ群」九州
大学・大学院数理学研究院 (2005年11月)

3. 「ランダムウォークとくりこみ群」神戸
大学・理学部 (2005年5月)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

服部 哲弥 (HATTORI TETSUYA)

東北大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号: 10180902

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

竹田 雅好 (TAKEDA MASAYOSHI)

東北大学・学院理学研究科・教授

研究者番号: 30179650

中西 敏浩 (NAKANISHI TOSHIHIRO)

島根大学・総合理工学部・教授

研究者番号: 00172354

名和 範人 (NAWA HAYATO)

大阪大学・大学院基礎工学研究科・教授

研究者番号: 90218066

服部 久美子 (HATTORI KUMIKO)

首都大学東京・理工学研究科・教授

研究者番号: 80231520

梁 淞 (LIANG SONG)

筑波大学・大学院数理物質科学研究科・准教授

研究者番号: 60324399

針谷 祐 (HARIYA YUU)

東北大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号: 20404030