

研究種目：基盤研究（C）
 研究期間：2005～2008
 課題番号：17540159
 研究課題名（和文） 非線型常微分方程式の漸近解析とその応用
 研究課題名（英文） Asymptotic Analysis of nonlinear ordinary differential equations and its applications
 研究代表者
 宇佐美 広介（USAMI HIROYUKI）
 広島大学・大学院理学研究科・准教授
 研究者番号：90102509

研究成果の概要：実領域上での非線型常微分方程式の漸近理論について研究成果を上げることができた。例えば、準線型2階方程式の正值解の漸近形を導出できた。また、高階常微分方程式の解の振動性の特徴付けや解の零点の分布状況を調べた。応用として、比較定理等を用いて楕円型偏微分方程式の種々の漸近的性質を持つ解の存在証明や解の振動性の特徴付け等ができた。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2005年度	800,000	0	800,000
2006年度	900,000	0	900,000
2007年度	900,000	270,000	1,170,000
2008年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
総計	3,500,000	540,000	4,040,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：常微分方程式，正值解，楕円型偏微分方程式，漸近挙動

1. 研究開始当初の背景

- (1) 準線型常微分方程式の解の漸近形は特別な場合以外はわかっていなかった。
 (2) (1)の結果は比較定理等を用いて偏微分方程式の漸近解析に有益だと思われた。
 (3) (1)の結果を高階方程式や連立系に拡張できると予想した。

2. 研究の目的

- (1) 準線型常微分方程式の解の漸近形を解明する。
 (2) 楕円型偏微分方程式における新たなタ

イプの比較原理の確立とそれを用いた(1)の応用。

(3) 準線型高階常微分方程式の解の漸近的性質の解析。

(4) 時間遅れを伴い得る準線型方程式の解のカラマタ関数という関数族の中での漸近解析。

3. 研究の方法

- (1) 数学的手法について
 ① 準線型常微分方程式の漸近形の導出：典型的な方程式の解析から一般の方程式の漸近

形を予測した．半線型方程式の漸近論やエネルギー評価等を用いた．

②楕円型偏微分方程式の漸近解析：比較定理と①で得られた結果を応用した．

③準線型高階常微分方程式の漸近解析：高階方程式の解の比較定理の改良と既存理論の精密化を用いた．

(2) 研究集会等について：代表者・連携研究者を中心とした本研究テーマを課題とした研究集会を毎年度2回(9月, 2月)開催した．これにより, 研究の方向付けの確認, 問題点の洗い出し, 成果報告等を行うことができた．

4. 研究成果

(1) 2階準線型常微分方程式の種々の正值解の漸近形を見出した．これらは **Thomas-Fermi** 方程式や **Emden** 方程式に対する古典的な結果の自然な拡張である．

(2) 準線型楕円型偏微分方程式 (の外部境界値問題) には種々の挙動を持つ解があることが (1) の結果を援用することにより判明した．これらの解の中には適切な関数空間に属しないものもあるし変分法的には捕まり難いものもある．(1) の結果の有効性を表している．

(3) 連立楕円型偏微分方程式の正值解の存在や非存在性を解明した．従来は球対称解のみに限定した結果が多かったが新たな比較原理の開発により非対称な解をも考察できた．

(4) 高階準線型常微分方程式の解の種々の漸近的性質を解明できた．これらは半線型方程式に対する結果の自然な拡張を与えている．

(5) 時間遅れを持つ準線型常微分方程式で解を Karamata 関数に限定して考察した．この関数族はあまり取り上げられることの無い関数族なので既存結果の枠組みには収まらない結果を多く得ることができた．

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 20 件)

[1] Hiroyuki Usami, Application of Riccati type inequalities to asymptotic theory of elliptic problems, Proc. Royal. Soc. Edinburgh, 査読有, 印刷中

[2] 寺本智光, 2階半線型楕円型方程式系の正值全域解, 京都大学数理解析研究所講究録, 査読無, 印刷中

[3] Hiroyuki Usami, Asymptotic forms of slowly decaying solutions of quasilinear ordinary differential equations with critical exponents, 京都大学数理解析研究所講究録, 査読無, 印刷中

[4] Tomoyuki Tanigawa, Regularly varying solutions of half-linear functional differential equations with retarded arguments, Acta Math. Hungar., 査読有, 120 (2008), 53-78.

[5] Misako Motai and Hiroyuki Usami, On positive decaying solutions of quasilinear ordinary differential equations with singular nonlinearities, Funkcial. Ekvac., 査読有, 51 (2008), 39-53.

[6] Ken-ichi Kamo and Hiroyuki Usami, Positive unbounded solutions of second order quasilinear ordinary differential equations and its application to elliptic problems, Czechoslovak Math. J., 査読有, 58 (2008), 1153-1165.

[7] Ken-ichi Kamo and Hiroyuki Usami, Asymptotic forms of positive solutions of quasilinear ordinary differential equations with singular nonlinearities, Nonlinear Anal, TMA., 査読有, 68-6 (2008), 1627-1639.

[8] Ken-ichi Kamo and Hiroyuki Usami, Asymptotic forms of slowly decaying positive solutions of second-order quasilinear ordinary differential equations, 京都大学数理解析研究所講究録「関数方程式論におけるモデリングと複素解析」1582, 査読無, (2008), 43-52.

[9] Ken-ichi Kamo and Hiroyuki Usami, Asymptotic forms of weakly increasing positive solutions of quasilinear ordinary differential equations, Electron. J. Differential Equations, 査読有, 2007-126 (2007), 1-12.

[10] Tomomitsu Teramoto and Hiroyuki Usami, Oscillation theorems of quasilinear elliptic equations with arbitrary nonlinearities, Differential and Integral Equations, 査読有, 20 (2007), 577-600.

[11] 寺本智光, 2階半線型楕円型方程式系の正值全域解の存在, 京都大学数理解析研究所

講究録「現象からの関数方程式」1547, 査読無, (2007), 161-169.

[12] Ken-ichi Kamo and Hiroyuki Usami, Asymptotic forms of weakly increasing positive solutions of quasilinear ordinary differential equations, 京都大学数理解析研究所講究録「現象からの関数方程式」1547, 査読無, (2007), 18-26.

[13] Manabu Naito, On the number of zeros of bounded nonoscillatory solutions to higher-order nonlinear ordinary differential equations, Arch. Math. (Brno), 査読有, 43-1 (2007), 39-53.

[14] Takashi Kusano, Vojislav Maric, and Tomoyuki Tanigawa, The asymptotic behaviour of solutions of a class of nonlinear second-order differential equations, Bull. London Math. Soc., 査読有, 39-3, (2007), 413-418.

[15] Manabu Naito, Existence of positive solutions of higher-order quasilinear ordinary differential equations, Ann. Mat. Pura Appl., 査読有, 186-1 (2007), 59-84.

[16] 宇佐美広介, 寺本智光, 2階準線型楕円型方程式系の large solution について, 京都大学数理解析研究所講究録「関数方程式の解のダイナミクスと数値シミュレーション」1474, 査読無, (2006), 11-18.

[17] Manabu Naito, and Hiroyuki Usami, Existence of nonoscillatory solutions to second-order elliptic systems of Emden-Fowler type, Indiana Univ. Math. J., 査読有, 55-1 (2006), 317-339.

[18] Manabu Naito, Existence and asymptotic behavior of positive solutions of higher-order quasilinear ordinary differential equations, Math. Nachr., 査読有, 279-1/2, (2006), 198-216.

[19] Jaloslav Jaros, Takashi Kusano, and Tomoyuki Tanigawa, Nonoscillatory half-linear differential equations and generalized Karamata functions, Nonlinear Anal. TMA, 査読有, 64-4 (2006), 762-787.

[20] Takashi Kusano, and Tomoyuki Tanigawa, On the structure of positive solutions of a class of fourth order nonlinear differential equations, Ann. Mat. Pura Appl., 査読有, 185-4 (2006), 521-536.

[学会発表] (計 13 件)

[1] 寺本智光, 2階楕円型方程式系の正值全域解の存在と非存在, 日本数学会年会・函数方程式論分科会 2009年3月27日, 東京大学

[2] 宇佐美広介, 2階準線型常微分方程式の緩減衰正值解の漸近形について: 臨界的な場合, 日本数学会年会・函数方程式論分科会 2009年3月26日, 東京大学

[3] 内藤学, 高階劣線型常微分方程式の終局的正值解の漸近挙動, 日本数学会年会・函数方程式論分科会 2009年3月26日, 東京大学

[4] 内藤学, 高階準線形常微分方程式の解の延長可能性について, 日本数学会秋季総合分科会・函数方程式論分科会 2008年9月24日, 東京工業大学

[5] 宇佐美広介, 2階準線型常微分方程式の緩減衰正值解の漸近形についてII, 日本数学会年会・函数方程式論分科会 2008年3月28日, 近畿大学

[6] 谷川智幸, 遅れ型半分線形微分方程式の正則変動関数解について, 日本数学会秋季総合分科会・函数方程式論分科会 2007年9月21日, 東北大学

[7] 宇佐美広介, 加茂憲一, 2階準線型常微分方程式の緩減衰正值解の漸近形について, 日本数学会秋季総合分科会・函数方程式論分科会 2007年9月21日, 東北大学

[8] 宇佐美広介, 2階準線型常微分方程式の弱増加正值解の漸近形について, 日本数学会年会・函数方程式論分科会 2007年3月27日, 埼玉大学

[9] 寺本智光, 2階半分線形楕円型方程式系の正值全域解について, 日本数学会秋季総合分科会・函数方程式論分科会 2006年9月20日, 大阪市立大学

[10] 谷川智幸, 遅れ型半分線形微分方程式の緩変動関数解について, 日本数学会秋季総合分科会・函数方程式論分科会 2006年9月19日, 大阪市立大学

[11] 宇佐美広介, 準線型楕円型方程式系の終局的正值解の非存在性, 日本数学会年会・函数方程式論分科会 2006年3月26日, 中央大学理工学部

[12] 宇佐美広介, 寺本智光, 2階準線型楕

円型方程式系の large solution について,
日本数学会秋季総合分科会・函数方程式論分
科会 2005年9月20日, 岡山大学

[13] 内藤学, 宇佐美広介, 高階準線形常微
分方程式に対する Kneser 解について, 日本
数学会秋季総合分科会・函数方程式論分科会
2005年9月19日, 岡山大学

6. 研究組織

(1) 研究代表者

宇佐美 広介 (USAMI HIROYUKI)
広島大学・大学院理学研究科・准教授
研究者番号: 90192509

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者

内藤 学 (NAITO MANABU)
愛媛大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号: 00106791

谷川 智幸 (TANIGAWA TOMOYUKI)
上越教育大学大学院・学校教育研究科・准教
授
研究者番号: 10332008

加茂 憲一 (KAMO KEN-ICHI)
札幌医科大学・医学部・講師
研究者番号: 10404740

寺本 智光 (TERAMOTO TOMOMITSU)
尾道大学・経済情報学部・助手
研究者番号: 20398465