

平成 21 年 5 月 15 日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2005～2008

課題番号：17540364

研究課題名（和文） 中性原子ボース・アインシュタイン凝縮現象の熱場の量子論に基づく定式化

研究課題名（英文） Formulation of Bose-Einstein condensation of neutral atoms based on thermal field theory

研究代表者

山中 由也（YAMANAKA, Yoshiya）

早稲田大学・理工学術院・教授

研究者番号：10174757

研究成果の概要：近年の冷却中性原子系ではすべての原子が一番低いエネルギー状態に集まり全体として巨視的な量子状態となる Bose-Einstein 凝縮体が実験で実現されている。この系は理論計算と直接比較できるものであり、量子多体系の基礎理論を様々な面での検証の機会を与えている。我々は、量子力学ではなく現時点で究極の理論と考えられている場の量子論の立場に徹して理論的研究を行い、矛盾ない理論を構築している。

交付額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2005年度	1,500,000	0	1,500,000
2006年度	600,000	0	600,000
2007年度	600,000	180,000	780,000
2008年度	600,000	180,000	780,000
年度			
総計	3,300,000	360,000	3,660,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学 ・ 数理物理・物性基礎

キーワード：場の量子論、物性基礎論、ボース・アインシュタイン凝縮、数理物性

1. 研究開始当初の背景

1995 年、中性原子気体において Bose - Einstein 凝縮（以下 BEC と略記）が実現された。この系の実現は、外部ポテンシャルにより閉じ込められた中性原子系を μK ～ 数百 nK まで冷却することによって達成された。それまでに BEC であることが確かめられている系（超流動ヘリウムや半導体中のエキシトン）に比べて、以下の理由により、遥かに理論研究との比較が容易な系であり、実際世界中で実験理論双方の研究が盛んに行われている。

（1）冷却中性原子系は希薄で粒子間の相互

作用が通常小さい。このことは、高い精度での実験と理論の比較を可能としている。

（2）多数の実験パラメータが制御可能である。そうしたパラメータとして、粒子数（従って平衡状態の温度）と閉じ込める粒子の種類数、Feshbach 共鳴の利用により粒子間相互作用の大きさ・符号、外部閉じ込めポテンシャルの強さや形状、あるいは場合によって印加する外部擾乱の性質、などである。

この現象の理論的解析は、平均場、あるいは平均場のまわりの線形励起を加えた理論が圧倒的多数である。我々は量子多体系の基礎理論検証の場という観点から、場の量子論

に徹底して解析を行なう。すなわち、BEC 系は場の量子論の検証、さらに平衡・非平衡熱場の量子論の構築の機会を与えていると言える。

非平衡系に対する場の量子論の構築は BEC に限らず物理学全体で重要な課題である。閉じ込められた冷却中性原子系では、様々な非平衡過程が進行しており、それらは実験的に観測可能である。代表例として、蒸発冷却における過程、凝縮体の動的不安定性に伴う過程、などが挙げられる。こうした背景から、閉じ込められた冷却中性原子系に対して非平衡熱場の量子論の定式化を試み、検証を行うことに大きな意義がある。

2. 研究の目的

本研究の目的は、冷却中性原子の BEC の系を場の量子論及び熱場の量子論の立場から解析し、実験と比較をしながら、その理論形式を検証することである。

第一には、トラップが存在し、並進対称性がない場合の自発的対称性の破れ (spontaneous symmetry breakdown, 以下 SSB と略記) の機構の解明とその検証である。並進対称性がない系を記述できるように場の量子論を拡張することは、これまでほとんど取り上げられて来なかった問題である。本研究を遂行する事により、並進対称性がない系における凝縮現象の場の量子論による記述が可能になると考えられる。特に、多くの理論的解析で励起としてのゼロ・モードは取り入れられておらず、その場合理論は量子論の基礎的要請である正準交換関係を破ってしまう。本研究はこの問題を解決する一つの方法を提供する。また、有限温度効果を取り入れるためには、実時間正準形式の熱場の理論である Thermo Field Dynamics (以下 TFD と略記) を用いて、解析を行う。さらに、BEC 現象では、高次量子渦や流れのある光学格子中 BEC に見られる動的不安定性に対して、場の量子論による記述を試みる。動的不安定性は複素エネルギー・モードの出現と関連付けられるが、正準交換関係を満たすためには実エネルギー・モードに加えて、複素エネルギー・モードを用いて場の演算子を展開しなければならない。この問題は、不安定系の量子論の観点からも新たな試みである。

第二には、平衡 TFD を非平衡状態記述への拡張と検証に焦点を当てる。

3. 研究の方法

研究の方法としては、(1) 並進対称性のない有限サイズ系の SSB に伴うゼロ・モードを取り入れた場の量子論及び平衡系 (有限温度) 場の量子論、(2) 動的不安定な BEC 系に対する複素エネルギー・モードを取り入れた場の量子論、(3) 非平衡熱場の量子論に大別

される。項目毎に以下説明する。

(1) 閉じ込めポテンシャルの存在のため並進対称性がない系で、SSB からその存在が要請されるゼロ・モードを理論に取り入れて、場の量子論の定式化を行う。この定式化は、平衡 TFD を用いて直ちに有限温度の場合に拡張される。こうした理論において、ゼロ・モードの役割とその物理量への影響を明らかにする。具体的な項目として、場の演算子の展開には、一般化された Bogoliubov 変換の方法と Bogoliubov-de Gennes の方法があり、その両者の関係、並進対称性がない場合の Ward-高橋関係式、Goldstone 定理の成立、真空の直交性(場の量子論における非同値真空の存在)の証明、線形応答領域の現象への適用と数値計算、などを調べることである。

(2) BEC 系における興味深い現象として、高次量子渦を持つ凝縮体や光学格子ポテンシャル中の流れのある凝縮体に見られる崩壊現象(動的不安定性)が、実験で観測されている。現象論的理論解析では、凝縮体の周りの揺らぎ(古典場)が従う方程式に複素固有値を持つためと解釈されている。基礎理論である場の量子論の立場から、ゼロ・モードに加えて複素エネルギー・モードを含めて場の量子論の定式化できるかどうか調べる。その場合、量子揺らぎを持つゼロ・モード、複素エネルギー・モードがどのように振る舞うか、相互関係はどうなるか解明されなければならない。また、この動的不安定性は非平衡過程で重要な要素となることが予想される。

(3) 既に確立されている平衡系(有限温度) TFD から拡張されて非平衡 TFD を、閉じ込められた冷却中性原子系現象に適用する。先ず、フェルミ原子系と凝縮のないボース原子系の場合、グリーン関数の繰り込み条件から、量子 Boltzmann 方程式を導出する。蒸発冷却の状況を想定して、数値計算も試みる。ボース原子系では BEC が存在する場合、凝縮体が時間変化しないという条件下で、グリーン関数を計算し、繰り込み条件から、準粒子に対する量子 Boltzmann 方程式の導出を試みる。

4. 研究成果

研究の方法で分類した項目に従って成果をまとめる。

(1) 並進対称性のない有限体積系における場の量子論の SSB に関する主な成果を列挙すると以下ようになる。ゼロ・モードの重要性は指摘されるが、我々の一連の仕事は具体的な構成で、有限体積系における場の量子論として矛盾がないことが明らかにしたことになっていることが大きな貢献である。また、ゼロ・モードの効果の定量的評価も可能にしている。

凝縮体上の励起を記述する場の演算子

の展開には、一般化された Bogoliubov 変換の方法と Bogoliubov-de Gennes の方法が知られている。我々は、ゼロ・モードを含めて、二つの方法の間の関係を具体的に式で表わしながら、同等性を示した(論文)。

BEC が SSB であるので、系の元々有する対称性が理論的にあるいは近似計算でどのように保たれているか調べることは重要である。今回、閉じ込めポテンシャルに代わって周期的境界条件下の有限体積系モデルについて、Goldstone 定理、Hugenholtz-Pines 定理と Ward-高橋関係式を詳細に検討した。有限体積系であってもゼロ・モードを正しく取り入れたループ展開計算などにおいて、そうした定理、関係式が成立することを示した(論文)。

SSB 機構では秩序変数がある定まった位相を持ち、実際その解釈を支持する実験として2つの凝縮体の干渉の報告がある。重要な点は、異なる二つの位相を持つ凝縮体に付随する真空が直交するという点であり、空間一様 BEC については示されているが、閉じ込めポテンシャルが存在する有限体積の場合の証明は未だなかった。我々はゼロ・モードを含む一般化された Bogoliubov 変換を用いる場の量子論の定式化を用いて、真空が直交することを証明した。直交性にはゼロ・モードの存在が本質的で、その役割を明らかにした(論文)。

場の量子論の記述にゼロ・モードは必須であり、当然そのモードの影響が物理量に反映される。調和型の閉じ込めポテンシャル中の BEC に、外的ポテンシャルの擾乱を加え、線形応答領域の振舞いを調べた。ゼロ・モードの効果は確かに物理量に反映されること、ただし現在の実験のパラメータ領域では定量的に小さな影響となることを示した(論文)。

(2) 先ず BEC の動的不安定性が励起状態を記述する Bogoliubov-de Gennes 方程式の複素固有値出現に対応していることに注目し、ゼロ・モードに加えて複素エネルギー・モードが存在する場合の場の量子論の一般論を調べた。場の演算子の正準交換関係を保持することを要請して矛盾のない理論を構築した。その際、複素エネルギー・モードに付随して自然と不定計量が登場し、その結果従来の Fock 空間とは異なる状態空間での記述が必要となっている。この定式化に基づき、外部からのポテンシャル擾乱による線形応答を用いて、実験と比較できる計算結果を導いた。古典場による解析に比べ、明らかに正しく量子効果を取り入れられている。不安定モードを含む場の量子論一般には難しいが、我々は矛盾のない理論を提唱できたことは従来の内外の研究にない成果である。(論文) 具体的な対象として、BEC 中の任意の

高次量子渦を持つ凝縮体において、複素固有値が現れるモードに対する条件式を、2モード近似の範囲内で解析的に導出した。その結果は、渦度が2以上の高次量子渦の場合、必ず複素固有値が現れることを示した(論文)。さらに、2モード近似を仮定せず、摂動論に基づく解析計算で複素固有値出現条件を導いた。他の多くの仕事が数値計算に頼った条件導出であるのに対して、我々の二つの仕事は、解析的に条件を導いた点が独創的である(論文)。光学格子を流れる BEC について、強結合近似および第1バンドに限る近似の下、外場による系の微小擾乱に対する密度線形応答を場の理論的に評価した(論文)。

(3) これまでに知られている非平衡 TFD をこの閉じ込められた冷却原子系に拡張した。凝縮体がない場合(ボソン、フェルミオン原子)における非平衡系定式化、さらに秩序パラメータが時間に依存しない条件下で凝縮体がある場合(ボソン原子)の非平衡定式化を行った。いずれの場合も場の量子論の立場からの繰り込み条件を課すことによって、量子 Boltzmann 方程式を導出できたことが重要な結果である。これまでは、一様系あるいは拡散系(熱平衡極限では一様系になる)での導出は知られていたが、本質的に非一様系での導出は初めてである。今回の計算は摂動の低次の計算であるが、原理的には高次補正を受けた量子 Boltzmann 方程式の導出も可能となっている。凝縮体がない場合に導かれた量子 Boltzmann 方程式に基づく数値シミュレーションは、これまでの理論と無矛盾な結果を与えている。凝縮体のある場合では、原子ではなく準粒子の量子 Boltzmann 方程式である点が重要で、秩序パラメータに時間依存性を取り入れることは今後の課題とした(論文、学会発表)。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 18件)

山中由也, 奥村雅彦, 峰真如, 須永 知夏, 中村祐介, "Nonequilibrium TFD for systems of trapped cold atoms", 素粒子論研究 116 (査読無), p.F75-F77 (2009).

Keita Kobayashi, Makoto Mine, Masahiko Okumura, Yoshiya Yamanaka, "Quantum Field Theoretical Analysis on Unstable Field Behavior of Bose-Einstein Condensates in Optical Lattices", Annals of Physics 323 (査読あり), p.1247-1270 (2008).

Yusuke Nakamura, Makoto Mine, Masahiko

Okumura, Yoshiya Yamanaka, “Condition for Emergence of Complex Eigenvalues in the Bogoliubov-de Gennes Equations”, Physical Review A 77(査読あり), 043601 (2008).

Makoto Mine, Masahiko Okumura, Tomoka Sunaga, Yoshiya Yamanaka, “Quantum Field Theoretical Description of Unstable Behavior of Trapped Bose-Einstein Condensates with Complex Eigenvalues of Bogoliubov-de Gennes Equations”, Annals of Physics 322 (査読あり), p.2327-2349 (2007).
Eriko Fukuyama, Makoto Mine, Masahiko Okumura, Tomoka Sunaga, Yoshiya Yamanaka, “Condition for the Existence of Complex Modes in a Trapped Bose-Einstein Condensate with a Highly Quantized Vortex”, Physical Review A 76 (査読あり), 043608 (2007).

Hiroaki Enomoto, Masahiko Okumura, Yoshiya Yamanaka, “Goldstone Theorem, Hugenholtz-Pines Theorem and Ward-Takahashi Relation in Finite Volume Bose-Einstein Condensed Gases”, Annals of Physics 321 (査読あり), 1892-1917 (2006).

Masahiko Okumura, Yoshiya Yamanaka, “Unitarily Inequivalent Vacua in Bose-Einstein Condensation of Trapped Gases”, Physica A 365 (査読あり), p.429-445 (2006).

Makoto Mine, Tomoi Koide, Masahiko Okumura, Yoshiya Yamanaka, “Effect of the Zero-Mode on the Response of a Trapped Bose-Condensed Gas”, Progress of Theoretical Physics 115(査読あり), p.683-700 (2006).

Makoto Mine, Masahiko Okumura, Yoshiya Yamanaka, “Relation between generalized Bogoliubov and Bogoliubov-de Gennes approaches including Nambu-Goldstone mode”, J. Math. Phys. 46 (査読あり), 042307 (2005).

[学会発表](計 39 件)

中村祐介, 須永知夏, 峰真如, 奥村雅彦, 山中由也, 「非平衡Thermo Field Dynamicsに基づく冷却原子気体系の量子Boltzmann方程式」2009年年次大会(2009年03月29日, 立教大学)
竹井郁夫, 峰真如, 小林恵太, 須永知夏, 山中由也, 「高次量子渦を持つ2成分BECにおける動的不安定性」2009年年次大会(2009年03月28日, 立教大学)
小林恵太, 中村祐介, 峰真如, 山中由也,

「ボーズ凝縮体における高次量子渦崩壊の解析的記述」2008年秋季大会(2008年9月21日, 岩手大学)

山中 由也, 奥村雅彦, 峰真如, 須永知夏, 中村祐介, 「Nonequilibrium TFD for systems of trapped cold atoms」熱場の量子論とその応用(2008年9月4日, 京都大学)

T. Sunaga, M. Mine, K. Misao, Y. Yamanaka, 「Quantum Fluctuation Effect in Dynamical Instability of Bose-Einstein Condensate with a Highly Quantized Vortex」The 21st International Conference on Atomic Physics(2008年7月31日, Connecticut 大学)

M. Mine, E. Fukuyama, T. Sunaga, M. Okumura, and Y. Yamanaka, 「Condition for Dynamical Instability of a Trapped Bose-Einstein Condensate with a Highly Quantized Vortex」The 21st International Conference on Atomic Physics(2008年7月31日, Connecticut 大学)

Y. Nakamura, M. Mine, M. Okumura, and Y. Yamanaka, 「Analysis on the Condition of the Emergence of Complex Eigenvalues in the BdG Equation」Ultracold NanoMatter 2008 (2008年2月14日, York大学).

M. Mine, M. Okumura, T. Sunaga and Y. Yamanaka, 「Bogoliubov-de Gennes Approach with Complex Eigenmodes and Physical States」CDAMOP 2006 (2006年3月22日, Delhi大学)

[図書](計 1 件)

早稲田大学複雑系高等学術研究所 編、
「複雑系叢書 5 複雑さと法則」共立出版、2006年、p85-p145(全221ページ)

[その他]

6. 研究組織

(1) 研究代表者

山中 由也 (YAMANAKA YOSHIYA)
早稲田大学・理工学術院・教授
研究者番号: 10174757

(2) 研究分担者

奥村 雅彦 (OKUMURA MASAHIKO)
早稲田大学・理工学術院・助手(2005年、2006年度)
(独)日本原子力研究開発機構・システム科学計算センター・特定課題推進員(2007年度)

研究者番号：20386600

峰 真如 (MINE MAKOTO)

早稲田大学・理工学術院・助手 (2006 年、
2007 年度)

研究者番号：80434306

(3) 連携研究者

奥村 雅彦 (OKUMURA MASAHIKO)

(独) 日本原子力研究開発機構・システム
科学計算センター・特定課題推進員 (2008
年度)

研究者番号：20386600

峰 真如 (MINE MAKOTO)

早稲田大学・理工学術院・助手 (2008 年度)

研究者番号：80434306

小林 恵太 (KOBAYASHI KEITA)

早稲田大学・理工学術院・助手 (2008 年度)

研究者番号：00468860