

令和 2 年 6 月 5 日現在

機関番号：17102
研究種目：基盤研究(B) (一般)
研究期間：2017～2019
課題番号：17H01700
研究課題名(和文) 最適化理論と制御理論における双対性の再考

研究課題名(英文) Duality on Optimization and Control Theories

研究代表者

脇 隼人(Waki, Hayato)

九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所・准教授

研究者番号：00567597

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 5,100,000円

研究成果の概要(和文)：最適化理論で開発された面的縮小法や関連する技術をもとに、H-infinity制御問題を考察した。得られる行列不等式問題の双対問題の狭義実行可能性と、対象とする線形時不変な動的システムに付随する不変零点との関係を明らかにした。また、H-infinity制御問題では、行列不等式問題の最小解の正定値性が制御器設計で必要になるが、この正定値性に関する必要条件を導いた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

最適化理論の技術を制御理論の分野に用いたという点で、異分野融合型の研究を実施したといえよう。最小解が存在しない不良設定な最適化問題は、「poor modeling」によるものと捉えがちだが、双対問題まで考慮して凸計画問題を構成しなければならない、というのはモデリングの観点から大変難しい作業である。本研究では、対象とする動的システムの不変零点で、ある程度対応できることを示唆している。

研究成果の概要(英文)：We considered the ill-posedness in linear matrix inequality (LMI) for H-infinity control problem. For this, we applied facial reduction and revealed the relationship between the strict feasibility of the dual and invariant zeros in the linear time-invariant dynamical system. Furthermore, the positive definiteness in an optimal solution of the LMI is required for desired H-infinity control. We obtained a necessary condition to be positive definite for an optimal solution.

研究分野：最適化理論

キーワード：最適化理論 制御理論 行列不等式 面的縮小法

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

凸計画問題は、「局所的最小解が大域的最小解になる」、という優れた性質を持っているため、降下方向に適切に進めば大域的最小解に到達できる。これが、理工学における様々な学術分野で凸計画問題が用いられる理由の一つである。

しかしながら、最小値が有限でも最小解が存在する保証は無い。このような場合は、降下方向に進むことで無限大に発散してしまう可能性がある。最小解を対象としている現象や事象に適用するのであれば、凸計画問題を用いて現象や事象を理解すること、あるいは改善することは期待できない。このような状況は、凸計画問題が不良設定(ill-posedness)であることに起因する。

Borwein-Wolkowicz(1979, 1980)の研究で凸計画問題が不良設定であるかどうか判定するフレームワークを提供している。これは面的縮小法と呼ばれており、より具体的な凸計画問題である半正定値計画問題や行列不等式問題、それらを含む最適化問題のクラスである錐計画問題への拡張がPataki(2000, 2013)やWaki-Muramatsu(2013)によって行われている。

H-infinity制御は、Zames(1981)によって提唱され、1980年後半から2000年頃まで制御理論で活発に研究されていた研究対象である。H-infinityノルムを尺度にすることで、不確かな外乱による影響をできるだけ小さくすることが可能になる。より具体的には、対象となる線形で時不変な動的システムである一般化プラントに対して、行列不等式問題を導出し、その最小解を用いて外乱の影響を小さくする制御器を設計する。したがって、H-infinity制御も、「凸計画問題を利用している」とみなすことができる。

2. 研究の目的

H-infinity制御を実現するための理論やアルゴリズムは既に数多く提案されているが、一方でその数値的不安定性も言及されている。その原因を探るのが研究目的の一つである。その原因の一つとして、最小解の存在があげられるのではないかと予想した。そこで面的縮小法を適用することで、その数値的不安定性が解消できるのではないかと考えた。

3. 研究の方法

制御理論を専門とする研究分担者と約1月ごとに対面で研究打ち合わせを行い、少しずつ議論を深めた。また、最適化の専門家にも話を聞いてもらい、最適化理論への貢献も目指した。いくつかの研究成果では、本科研費の経費で購入した計算機で数値実験も行った。また、国内・国際会議へも参加し、研究成果の発表も行っている。

4. 研究成果

本研究課題で次の研究成果が得られた。

- (1) H-infinity制御のうち代表的な状態フィードバック制御を考察した。対応する一般化プラントに付随する伝達関数の実現が有する不変零点(以下では伝達関数の不変零点と呼ぶ)が、得られる行列不等式問題の双対問題の狭義実行可能性に影響を与えることがわかった(Waki-Sebe, 2019)。より正確には、安定な不変零点、虚軸状にある不変零点、無限零点のいずれか一つでも存在すれば、対応する双対問題が狭義実行可能解を持たず、その結果、対応する行列不等式問題が最小解を持つ保証がない、ということである。もし最小解が存在しなければ、最小値は有限値だが解としては発散してしまうことになる。つまり、行列不等式問題が不良設定であることと元の動的システムに付随する伝達関数の不変零点との間に関係があることがわかった。不良設定の最適化問題は「poor modeling」が原因だと言われることが多いが、双対問題まで想定して凸計画問題を構成することは容易ではない。一方、この成果から、対象としている動的システムの特徴が分かれば、不良設定か否かが判定できるので、有益な事実だと考えている。また、面的縮小法を適用した数値実験から、ある程度は計算精度が改善されることもわかった。
- (2) (1)では、一般の時不変線形な動的プラントを対象として状態フィードバック制御を考察したが、ここでは、サーボ系と呼ばれる対象に限定した(Waki-Sebe, 2018a)。(1)の研究で、付随する伝達関数の不変零点が計算精度に関係することがわかっていたが、サーボ系に関係する重み関数のパラメータの符号を正から負へ変更することで、計算精度が改善されることがわかった。これは、このパラメータの符号が正のままだと、安定な不変零点が生じてしまい、元の行列不等式問題が不良設定になるが、負へ変更することで安定な不変零点が生じないためである。また、(1)では、最小解が存在する保証がない、ということがわかったが、サーボ系に限定した場合だと、妥当な仮定のもとで、対応する元の行列不等式問題が最小解を持たないことを証明した。さらに、H-infinityノルムに基づく性能限界解析も行った。
- (3) (1)、(2)の研究では、H-infinity制御を状態フィードバック制御に限定していたが、動的特性を組み合わせ、出力フィードバック制御に対しても、同様の研究を行った(Waki-Sebe, 2018b)。(1)では、安定な不変零点のみを持つ場合は対象とする一般化制御プラントそのものから、安定な不変零点を取り除くことで、不良設定性を取り除くことができた。しかし、出力フィードバック制御の場合は、複雑な設定になり、そこまではできなかった。一方で、状態フィードバックと同様に不変零点による、双対問題の狭義実行可能性の特徴づけができた。また、安定な不変零点しか持たない場合は、面的縮小法の一反復で不良設

定性を取り除けることが証明できた。これは、その他の不変零点、つまり、虚軸上の不変零点や無限零点は、面的縮小法の複数回の反復が必要になりうることを示唆している。最適化理論では、この反復回数は、不良設定の度合いを表していることが知られており、反復回数が多いほど数値計算では正確な解が得られない。したがって、虚軸上の不変零点や無限零点が現れる様な出力フィードバック制御は、数値計算が難しくなることがわかる。

- (4) H-infinity 制御では、得られた最小解(対称行列)に対して逆行列をとる。つまり、最小解は正定値行列でなければならない。一方、対象としている行列不等式問題では、最小解が半正定値である、という条件式になっている。多くの制御問題における設定では、最小解が半正定値になるのではないかと考えた。そこで、出力フィードバック制御から得られる行列不等式問題を対象として、行列不等式問題が正定値解を持つ必要条件を与えた。より正確には、行列不等式問題が正定値解を持つならば、行列不等式問題の下界値と最小値が一致する、というものである。下界値の一つとして、feedthrough 項である D11 の最大特異値が挙げられる。この成果は、正定値解を持つ場合、H-infinity 制御においては何か特別な状況、例えば、D11 の最大特異値と最小値が一致している、などが成り立っている可能性を示唆している。また、Lidstromら(2016)の研究で状態フィードバック制御の議論をしているが、Lidstromらの論文で得られる結果の拡張にもなっている。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 0件）

1. 著者名 Waki Hayato	4. 巻 3
2. 論文標題 Positive Definiteness in Linear Matrix Inequality Problem for H-infinity Output Feedback Control Problem	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 IEEE Control Systems Letters	6. 最初と最後の頁 446-451
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1109/LCSYS.2019.2898385	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Waki Hayato, Sebe Noboru	4. 巻 -
2. 論文標題 Reduction of H state feedback control problems for the MIMO servo systems	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Asian Journal of Control	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1002/asjc.1985	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Hayato Waki, Noboru Sebe	4. 巻 -
2. 論文標題 Application of Facial Reduction to H State Feedback Control Problem	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 International Journal of Control	6. 最初と最後の頁 47-53
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1080/00207179.2017.1351625	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 蛸原 義雄、脇 隼人、瀬部 昇	4. 巻 59
2. 論文標題 半正定値計画によるH性能限界解析	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 計測と制御	6. 最初と最後の頁 218 ~ 225
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） https://doi.org/10.11499/sicejl.59.218	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計9件（うち招待講演 1件 / うち国際学会 4件）

1. 発表者名 脇 隼人
2. 発表標題 H フィードバック制御問題の正定値解について
3. 学会等名 第6回 制御部門マルチシンポジウム
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Hayato Waki
2. 発表標題 Facial reduction for H-infinity state feedback control
3. 学会等名 International Workshop on "Control and Optimization"
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 脇 隼人
2. 発表標題 H-infinity制御に対する面的縮小法
3. 学会等名 科学研究費 基盤研究(A)「新時代の最適化モデルに基づく意思決定支援プラットフォームの研究と開発」による2018年度ワークショップ
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Yoshio Ebihara
2. 発表標題 LTI System Analysis via Conversion to Externally Positive Systems: Order Reduction via Elimination and Duplication Matrices
3. 学会等名 23rd International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Hayato Waki
2. 発表標題 Strong feasibility of the dual problem of linear matrix inequality for H-infinity output feedback control problem
3. 学会等名 SICE International Symposium on Control Systems 2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Noboru Sebe
2. 発表標題 Reduction of H-infinity state feedback control problems for the servo systems
3. 学会等名 11th Asian Control Conference (ASCC) (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 脇 隼人
2. 発表標題 H 制御に対する面的縮小法
3. 学会等名 第60回自動制御連合講演会 (招待講演)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yoshi Ebihara
2. 発表標題 Dominant Pole Analysis of Neutral-Type Time Delay Positive Systems
3. 学会等名 55th IEEE Conference on Decision and Control (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Yoshi Ebihara
2. 発表標題 Reduction of SDPs in H-infinity Control of SISO Systems and Performance Limitations Analysis
3. 学会等名 The IFAC Workshop ``Robert Tempo'' on Uncertain Dynamical Systems (WUDS) (国際学会)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	蛸原 義雄 (Ebihara Yoshio) (80346080)	九州大学・システム情報科学研究院・教授 (17102)	
研究分担者	瀬部 昇 (Sebe Noboru) (90216549)	九州工業大学・大学院情報工学研究院・教授 (17104)	