

令和元年5月16日現在

機関番号：16201

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2017～2018

課題番号：17H06913

研究課題名(和文)すべての子どもが算数・数学学習を深める算数・数学の授業デザインの理論と実践の往還

研究課題名(英文)Connecting theories and practices of mathematics lesson designs to achieve deep mathematics learning for all

研究代表者

松島 充 (Matsushima, Mitsuru)

香川大学・教育学部・准教授

研究者番号：70804128

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 1,800,000円

研究成果の概要(和文)：研究目的(1)の数学学習に対話が必要不可欠な理由を数学の可謬主義の立場から説明し、かつ対話の特性を示した。数学学習の質を深化させる対話を生じさせるために、当初の問題解決を実現するための数学的活動に関して、数学的な考え方を対話の視点として対話するメタ数学的活動の設定の重要性を示した。また学習者、対話者、学習集団全体という三者の記号の対話の相互作用モデルを構築した。

研究目的(2)のすべての子どもが数学学習を深化させる算数・数学の授業デザインの視点の構築については、3種の授業実践から数学学習を深化させるための授業デザインへの知見として、数学の内容面と学習の方法面から各七点の知見が得られた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

算数・数学学習に対話がなぜ必要不可欠なのかを数学の哲学、認知科学から説明した。また、対話によって数学学習が深まる対話の相互作用モデルを、学習者、対話者、学習集団全体という三者モデルによって示した。

すべての子どもが数学学習を深化させる算数・数学の授業デザインの視点の構築については、三種の授業実践から数学学習を深化させるための授業デザインへの知見として、数学の内容面と学習の方法面から各七点の知見が得られた。

研究成果の概要(英文)：The reason why dialogue was indispensable to learn mathematics, the research purpose (1), was explained from the standpoint of fallibilism, and the characteristic of dialogue was shown. In order to achieve deep mathematics learning, the importance of setting up meta-mathematical activities was shown, in which mathematical ideas were set as a viewpoint of dialogue with regard to mathematical activities for the initial problem solving. Also, we constructed an interaction model of the dialogue by three, learners, interlocutors, and the entire learning group.

About the construction of viewpoints to achieve deep mathematical learning for all, the research purpose (2), it became obviously each seven points of knowledge were obtained in terms of content and learning methods through three practices.

研究分野：数学教育学

キーワード：対話の相互作用モデル 数学学習の深化 授業デザインの視点

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19、CK - 19 (共通)

### 1. 研究開始当初の背景

算数・数学学習において、教師からの一方的な説明や練習問題に終始するのみの学習ではなく、子ども同士の対話、子どもと教師の対話を重視した授業が、深い理解を実現することを数多くの研究が実証的に論じてきた。しかし、算数・数学学習を深めるために対話が必要不可欠かどうかは論じられていない。また、対話によって算数・数学学習が深まる仕組みは、これまでの数学教育において、哲学や心理学の視点も加味して考察がなされているが、その研究は世界的にその数が少ない。対話によって算数・数学学習が深まることの理論的研究と、それを基にした実証的研究が接続されることで、対話による算数・数学学習の体系的理論が構築され得ると考えられる。しかし、そのような研究は未だ見られない。

松島(2014)では、算数・数学教育における協調学習の定義とその学習の深化の仕組みを哲学的・心理学的に説明した。また、すべての子どもに協調学習を生じさせる学習方法論をジグソー学習法に絞り、すべての子どもに協調学習を実現する学習モデルを構築した。しかしながら以下の課題が明らかにされなかった。

- ・算数・数学学習を深めるために必要不可欠なのは、書き言葉やジェスチャーではなく、なぜ話し言葉を用いた対話なのかの探究
- ・実践授業を通じた、すべての子どもに協調学習を実現する算数・数学の授業デザインの視点の改訂
- ・ジグソー学習法以外のすべての子どもに協調学習を実現する学習方法の探究

### 2. 研究の目的

#### (1) 数学学習に対話が必要不可欠な理由を認知科学から理論的に説明する

これまでの数学教育の理論では、なぜ対話が数学学習の深化に必要なのかを、哲学からはウィトゲンシュタインの語用論の立場から、科学哲学からはラカトシュの洗練された反証主義の立場から、社会学からはブルーマーのシンボリック相互作用論の立場から、そして心理学からはヴィゴツキーの社会文化的アプローチの立場から説明してきた。また、これらのいくつかを統合したものとして、アーネストが数学の哲学として社会的構成主義の立場からの説明を行ってきた。しかしこれらの議論には、数学学習を深化させるための手段として、書き言葉やジェスチャーではなく、話し言葉としての対話がなぜ用いられるのかは示されてはいなかった。本研究では、これらの哲学、心理学などの説明に加えて認知科学の立場から、特に比較認知科学の知見を基に、なぜ話しことばは数学学習を深めるのかを統合的に考察し説明する。この理論的説明によって、数学学習を深めるために、第1に対話を重視すべきことが明確になる。

#### (2) すべての子どもが数学学習を深化させる算数・数学の授業デザインの視点を構築する

これまでの数学教育研究では、数学学習を深化させるための算数・数学の授業デザインの視点がいくつか提示されてきた。しかし、それらの算数・数学の授業デザインは、なぜ対話によって数学学習が深化するのかという理論と乖離していたり、他教科にも適用できる授業デザインの視点であったりしていた。そのため本研究では、理論と算数・数学固有の授業デザインの視点を強く結びつけ、提示することを目的とする。

#### (3) 理論と実践の双方向からの往還に基づいた数学学習を深化させる授業デザインの視点を公開する

本研究で構築し、蓄積した授業デザインの視点を公開する。この授業デザインの視点は、理論と実践の双方向の考察から構築されたものであるため、理論研究・実践研究の両者に有用である可能性が高い。そして実際に理論研究と実践研究の両者に有用な知見とするために、香川県内の全小・中学校に紙媒体で配布し、広く授業デザインの視点を公開する。

### 3. 研究の方法

本研究は、数学教育を専門とする研究者、算数・数学科を専門とする小・中学校教員、指導主事という研究メンバーによって、理論的、実践的に研究を進める。理論研究では算数・数学教育研究者が中心となり、文献研究を基に研究を進める。実践研究では、事例研究を基に進める。具体的には、次の五点を行う。

第一に、すべての子どもを研究対象とすることの意義を、認知科学、数学教育の哲学に関する知見から考察する。主に、比較認知科学と数学教育における Equity 研究を参照する。

第二に、すべての子どもを対象とした数学教育における数学の認識論を明確にする。数学の絶対主義と数学の可謬主義の対比から考察を進める。またその具体的な学習方法論についての知見も参照する。

第三に、数学学習における対話について考察する。対話の特性を明らかにし、対話によって数学学習が深化する様相に関して、オランダの数学教育研究 RME の知見を参照する。

第四に、対話によって数学学習が深化することの構造的なモデルを提示する。主にアーネストの社会的構成主義の主張を基に考察を進める。

第五に、事例研究法により、上述のすべての子どもを対象とした具体的な学習方法論、対話モデル等を参照にした授業実践を行い、すべての子どもが数学学習を深化させる授業デザイン

の視点を抽出する。授業実践は、授業者が作成した指導案を、授業前に授業者、算数・数学教育研究者、そして他の実践者の協働で指導案を練り直す。その後、授業実践を経て、授業後の事後協議会で授業デザインの視点を抽出するというサイクルを繰り返す。

#### 4. 研究成果

##### (1) 目的1について

すべての子どもを研究対象とすること

研究目的1について考察するための前提として、なぜすべての子どもを対象とした研究なのかを考察した。すべての子どもを対象とした数学教育を実現することは、数学教育の目的論、すなわち数学教育の哲学に関わる問題である。すべての子どもを研究対象とした研究は、単なる学習の過程と結果の保障につながるのみではなく、子どもにどのような力を育成するのか、教師はどのような認識論に基づいた授業を行う必要があるのか、どのような数学学習のカリキュラムが必要なのか等、多岐に渡る。

数学教育の哲学において、すべての子ども (for all) を対象とした明示的な研究は Equity 研究に端を発する。この Equity 研究は、女性や民族的少数者の数学学習の達成度の低さから、彼・彼女らの数学学習の達成度の低さを改善するために様々な視点から考察が加えられてきた。さらに近年では数学学習への参加の違い、数学学習の結果の違いという二つの側面からの Equity に関する議論がなされている。この違いを乗り越えた先に、生涯にわたって社会で算数・数学と共に生き、民主的な社会を形成していく人間の育成、つまり、我々が目指すべき教育の姿があると考えられる。

##### 数学学習に対話が必要不可欠な理由について

数学学習に対話が必要不可欠なのか、効果的ではあっても不可欠ではないのかという議論に関して、数学の二種の認識論を概観した。数学の絶対主義と可謬主義である。

本研究では、研究対象をすべての子どもに設定している。数学の絶対主義の立場に立つ場合、絶対的な真理としての数学にたどり着くかどうかは個人的な理解の問題であり、他者からの援助はその理解に関係しない。この立場は、すべての子どもを対象とした数学学習とは成り得ない。なぜならば数学学習という授業において、どのような授業を教師がデザインしようとも、その理解の責任は学習者たる子どもに帰せられるからである。一方、数学の可謬主義の立場では、完成された数学ではなく、数学をつくる過程に焦点が当たり、この過程では対話を重視する。対話によって個人的な数学の概念、学習集団としての学級の数学の概念が発展していくと考えるからである。数学の可謬主義では、対話することそのものが数学の概念を発展、洗練させていくことそのものとする。この対話と数学学習のモデルを、発話者としての学習者個人と対話の聞き手としての学習者個人、そして学習集団全体という仮想学習者の三者モデルとして構築したのが、図1の拡張された専有と記号の使用の対話モデルである。数学の可謬主義を選択すると、この対話モデルによって、数学学習の深化に対話が必要不可欠なことが説明できる。

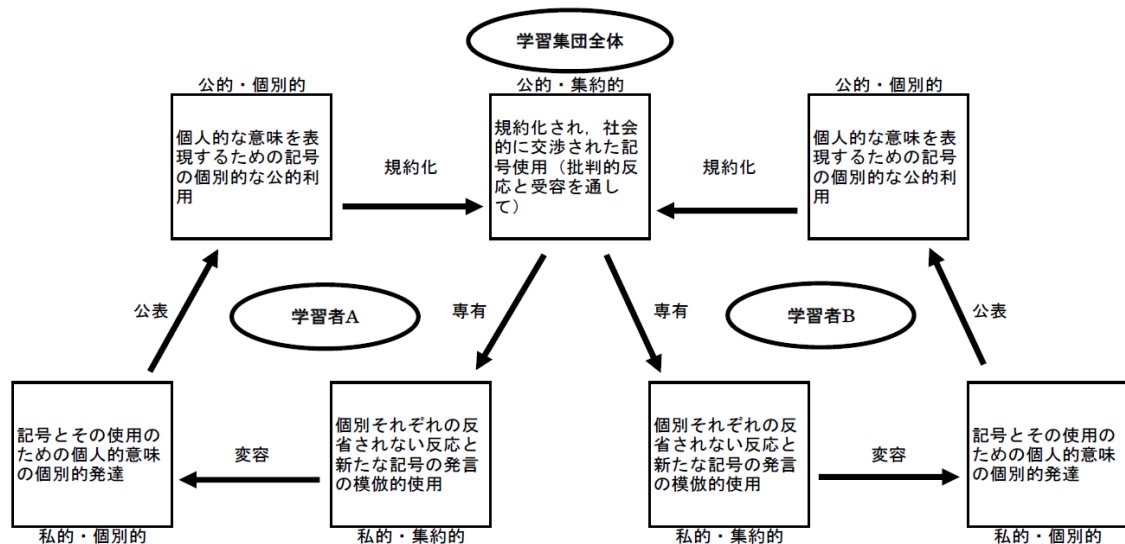


図1 拡張された専有と記号の使用の対話モデル

##### 数学学習と対話について

次に問題となるのが、どのような対話が必要なのか、そしてどのようにすべての子どもの対話を実現するのかという、対話の質とその実現に関する問題である。

すべての子どもの対話を数学学習の方法として保障するための前提として、対話そのものについて先行研究を考察し、以下の2点を対話の特性として指摘した。

- 特性 1： 対話には勝者はなく、対話の参加者が互いに前向きな妥協点を見出していく  
特性 2： 他者の発話に自分の考えを付与することで、新たな自分の考えを創造していく

また、比較認知科学を基に動物の一つの種であるヒトの学習の特徴から、対話について考察した。他の動物と比較して、ヒトは他のどんな動物も言語を有しないことに対して、ヒトは時間も空間も超えてさまざまな言語を有しており、ヒトという動物は言語を用いることが得意であると考えられる。しかし言語は、自然発生的に身につくわけではなく、学習を通して身につく。この学習は対話を通してなされる。つまり、ヒトは他者との相互作用を通じた社会的な学習を通して言語を使用できるようになる。この社会的な学習の能力は、ヒトに固有な能力であり、すべての人間に発達することが分かっている。この社会的な学習の能力は、重度の自閉症児や聴覚障害児等の先天性の障害児以外は、就学前のすべての子どもに発達する。就学前のほぼすべての子どもに話し言葉を用いた社会的な学習の能力が備わっているという事実は、対話による学習がほぼすべての子どもの学習の質を一定程度保証するということを意味している。ここで、書き言葉やジェスチャー等を用いた学習も、学習を効果的に深化させる役割を果たすことが指摘できるが、書き言葉を操る能力は就学前にほぼすべての子どもには備わっていない。また、中学校・高等学校においても書き言葉の操作能力は個人差が大きく、ほぼすべての子どもに一定程度の使用能力を求めることも難しい。ましてや、数学の概念や表記法を用いた書き言葉での学習ならば、その個人差はさらに広がることが予想されよう。そのため、対話による学習は、ほぼすべての子どもにとって、数学の概念を創り出し深化させるための第一義的に重要な学習方法となる。

数学学習を深化させる方法に関しては、その第一義的な方法としての対話に着目し、ヴィゴツキーとウィトゲンシュタインの論考、そしてオランダの数学教育研究 RME を参照した。

ヴィゴツキーの内化の理論からは、子どもの思考発達が個人的なものから社会化されたものへではなく、社会的なものから個人的なものへと進むという仮定を用いた。これは学習対象たる概念は、使用することによってその内容が深化するという仮定である。ここでこの概念の使用は、他者との社会性の中で対話を通して行われる。つまりヴィゴツキーの仮定に基づく、対話は学習の深化に必要な不可欠な要素となる。また発達の最近接領域の理論の主張では、一人で学習するときの質よりも、有能な友達との協働や教師の援助のもとで学習するときの方がより深い質の学習を実現できると主張する。ヴィゴツキーの主張の大きな点は、発達の最近接領域の理論によって学習における対話の重要性を主張した点と、内化の理論によって「理解できたから対話する」のではなく、「対話するから理解できる」という学習の順序性の逆転を主張した点にあると考えられる。

ウィトゲンシュタインの言語ゲーム論からは、語の意味とは、言語の使用であるとする対話と学習の関係が見いだせる。ここから、共同体における意味生成は次のように説明できる。

共同体における対象概念に関する対話等のマルチモーダルな記号の使用によって、対象概念を説明する者と説明される者の対象概念についての合意が生じ、その合意の個々人の解釈に従って、その対象概念が共同体内で使用される。その使用方法によって、その概念がより明確に個々人に構成される、という説明である。

この意味生成の過程は図 1 によって説明が可能である。ウィトゲンシュタインの主張の大きな点は、対話は学習の単なる方法ではなく、対話そのものが学習そのものであると主張したことである。これらのヴィゴツキーとウィトゲンシュタインの概念に関する論考は、数学に特化された概念についての論考ではないが、ヴィゴツキー、ウィトゲンシュタインらに基づいた数学の可謬主義の一つである数学の社会的構成主義の立場に立てば、数学の概念形成の考察に援用が可能である。このことから、対話と数学の概念の存在と発達について数学の概念の存在場所とその深化に関して以下の二種の知見を得る。

数学の概念の存在： 数学の概念は対話等のマルチモーダルな記号の使用に存在する

数学の概念の深化： 対話等のマルチモーダルな相互作用によって数学の概念は深化する

最後に、どのようにして数学学習の質を深化させる対話を生じさせるかという問題についての RME から得られた知見をまとめる。RME では、model-of と model-for という二種のモデルを用いて考察を進める。model-of は問題の文脈に固有なマルチモーダルな記号使用に関する数学的活動であり、model-for は問題の文脈から相対的に離れた文脈でのマルチモーダルな記号使用に関する数学的活動である。数学の質の深化は、model-of を基に model-for においてなされる。これらのモデルは、原初の問題解決を実現するための数学的活動 (model-of) と、その問題解決過程を振り返り、その過程に内在する数学的な考え方に焦点を当てて対話する数学的活動 (model-for) に対応させることができる。つまり、当初の問題解決を実現するための数学的活動に関して、数学的な考え方を対話の視点として対話する「メタ数学的活動」の設定が二種のモデル間の移行、すなわち数学学習の質の深化をもたらすと考えられる。この二種のモデル間の移行による数学学習の深化の構造を表現したのが図 2 である。数学の理解の深化を促す、つまり各層を上方向へと移動するための数学的な考え方に着目した対話の視点を各層を貫く縦の矢印で表現している

本研究の理論研究では、すべての子どもを研究対象とすることの意義、すべての子どもを研究対象とした場合の数学の認識論、すべての子どもの数学学習を深化させるための対話モデル、

そして対話そのものについての考察と数学学習を深化させるための対話の契機について述べた。

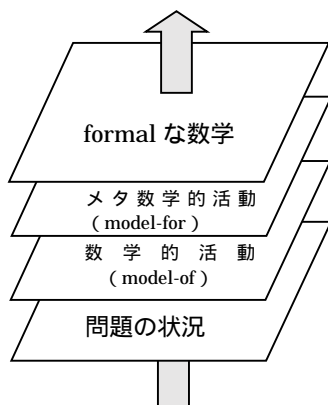


図2 数学的活動 (model-of) とメタ数学的活動 (model-for) を貫く数学的な考え方

(2) 目的2について

本研究の三つの授業実践において得られた知見を要約する。

すべての子どもの数学学習を深化させるための授業デザインへの知見として、数学の内容面から七点、学習の方法面から七点が得られた。

玉木実践からは、数学の内容面として、位取りの原理のよさに気づかせるために三点の内容に関する対話の重要性を見出した。また学習の方法面からは、対話中の子どもたちのつながりを深めるために重要な手立てとして、三点の知見が得られた。

- 内容 十進位取り記数法は、数字の位置が決まっていること
- 内容 古代の記数法は位をふくんだ記号で表現されること
- 内容 古代の記数法は記号の表記の位置が異なっても数の大きさが変わらないこと

- 方法 自分の考えを話したくなるような課題設定をさせること
- 方法 話すために、確実に自分の考えを持たせること
- 方法 同意と否定を乗り越えたグループ内での合意形成を重視すること

山下実践からは、すべての子どもの数学学習を深化させるための授業デザインの知見として、数学の内容面から二点、学習の方法面から三点の知見が得られた。

- 内容 変数の概念の理解のために、文字を複数用いること
- 内容 演繹的思考を経験するために、方程式と文字を用いて演繹的に説明する学習を設定すること

- 方法 すべての子どもの主体性を喚起し、数学の本質への気づきを生むために、解が1つに定まらないオープンエンドな問題を取り上げること
- 方法 すべての子どもの主体性を喚起し、数学の本質への気づきを生むために、問題づくりの活動を設定すること
- 方法 すべての子どもの主体性を喚起するために、ルールは簡単に理解できるが、一人で課題解決を行うことは容易でない問題を設定すること

清水実践からは、すべての子どもの数学学習を深化させるための授業デザインの知見として、数学の内容面から二点、学習の方法面から二点の知見が得られた。

- 内容 すべての子どもの三角形の概念を深化させるために、小学3年時における三角形の成立条件に関する学習の可能性を模索すること
- 内容 すべての子どもの三角形の成立条件の理解深化のために、操作活動のための用具の設定と操作的証明を導入すること

- 方法 対話しやすい受容的な雰囲気を学級内につくること

本研究では、理論と算数・数学固有の授業デザインの視点を強く結びつけるために、段階的な授業デザインの視点を構築し、体系化することも視野に入れていた。しかし、体系化するためには、まだ考察が不十分であり、授業実践事例の数も少ない。そのため本研究では、授業デザインの視点を各授業実践を基に提示するのみとし、考察の精緻化と視点の体系化は今後の課題とした。



5. 主な発表論文等

[雑誌論文](計3件)

- 1: 松島充(2018)「専有の視点から見た数学学習の質的分析」, 日本数学教育学会, 『秋期研究大会発表集録』, 51, pp.113-120, 査読有.
- 2: 松島充(2018)「算数・数学教育における個人と学習集団全体の対話モデル化 Ernest,P.(2010)の立場を基に」, 全国数学教育学会, 『数学教育学研究』, 24(2), pp.109-118, 査読有.
- 3: 松島充, 玉木祐治(2018)「十進位取り記数法のよさの感得を目指したデザイン研究」, 香川大学教育学部, 『学部・附属学校園教員合同研究集会』, 18, pp.14-1 - 14-6, 査読無.

[図書](計1件)

- 4: 松島充(研究代表)(2019)『科学研究費補助金研究成果報告書 すべての子どもが算数・数学学習を深める算数・数学の授業デザインの理論と実践の往還』, 美巧社, 全196p.

[学会発表](計2件)

- 5: 松島充, 清水顕人(2019年, 2月)「コモグニション論の視点から見た授業デザイン 小学校3年「三角形」の実践から」, 全国数学教育学会, 第49回研究発表会, 発表資料, pp.1-11, 査読無.
- 6: 松島充(2017)「十進位取り記数法のよさの感得を目指したデザイン研究 - 数学史を用いたジグソー学習法 -」, 日本数学教育学会, 『秋期研究大会発表集録』, 50, pp.211-214, 査読無.

[その他]

- 7: 前出3「研究成果報告書」掲載 web ページアドレス  
<https://drive.google.com/drive/folders/1EBpC3h6i4yr0pbNRQY-hk6-dR66sHRD0>

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。