

令和 4 年 6 月 9 日現在

機関番号：13904

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2021

課題番号：17K00013

研究課題名(和文)大規模データ処理アルゴリズムの理論保証に関する研究

研究課題名(英文)A Study on Performance Guarantee for Algorithmic Processing of Large Scale Data

研究代表者

藤戸 敏弘 (Fujito, Toshihiro)

豊橋技術科学大学・工学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：00271073

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,400,000円

研究成果の概要(和文)：1. 次数制限除去問題・連結パス頂点被覆問題・4辺支配集合問題などのNP困難なグラフやネットワーク上での組合せ最適化問題に対し、新たに近似アルゴリズムを設計し、従来からの近似保証を改善した。
2. 任意辺に対する繰り返し攻撃からグラフを守りつつ、常に連結性を保つのに必要な最小守衛数を求める問題に対し、1) 弦グラフにおける多項式時間アルゴリズム、2) 局所連結グラフでのNP困難性、3) カクタスグラフやブロックグラフでの完全な特徴づけ、および4) 一般グラフでの2倍近似アルゴリズムを示した。
3. 次数制限除去問題の被覆条件を拡張し、Power次数制限除去問題を導入し、 $(2+\log b)$ 倍近似可能を示す。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究で対象とした組合せ最適化問題はいずれも実用上重要なものでありながら、NP困難、つまり高速計算が難しい問題です。特に近年のデータの大規模化に伴い、大量のデータを処理できる高速アルゴリズムの開発は必須であり、その中で解品質・解精度を改良することは、学術的にも重要と考えられます。
また、power版へ問題を拡張することは、より現実に即した問題設定において解決法を追求することであり、実用問題への応用等を考える上で不可欠です。

研究成果の概要(英文)：1. Some NP-hard optimization problems on graphs and networks have been considered such as bounded degree deletion, connected path vertex cover, and 4-edge dominating set. A new algorithm is designed and an improved approximation guarantee is obtained for each of those problems considered.
2. It is required in the eternal connected vertex cover problem to compute the minimum number of guards to be placed on vertices of a given graph G such that they can repel any sequence of attacks on edges in G while keeping a connected formation. It is shown that 1) the problem is polynomial on chordal graphs, 2) it is NP-hard on locally connected graphs, and 3) it is approximable within 2 on general graphs.
3. A new problem called "power bounded degree deletion" is introduced by extending the cover condition in bounded degree deletion. It is shown how to approximate this new problem within $2+\log b$, matching the best approximation known for the original problem.

研究分野：計算機科学

キーワード：組合せ最適化問題 NP困難問題 近似アルゴリズム

1. 研究開始当初の背景

定数時間で動作するアルゴリズムは、従来の意味で高速計算可能な問題に対するものも含めて、巨大データセットを扱う情報処理技術として近年注目されている分野であり、高確率で高精度な解計算の可能性を示すアルゴリズムが出現しつつある。一方、計算困難性に対処することが求められる近似アルゴリズムは、その近似度を中心に古くから研究されてきたが、90年代に入り、画期的な PCP (確率的検証可能証明) 理論による近似度の下限証明技術や、半正定値計画法 (SDP) に基づく設計法などが立て続けに発見され、確率的最適化にも応用を見出すなど、今日の隆盛に至っている。未知情報に対処することが求められるオンラインアルゴリズムやストリームアルゴリズムでは、競合比解析や圧縮技術を駆使したアルゴリズム理論を中心に開拓が推し進められている。より良い将来予測の実現を目指して最近出現したのが、過去のデータを学習するオンライン学習モデルや統計データに基づいた確率情報を利用する確率的最適化である。数理計画法では、線形計画における著名な単体法や内点法、凸計画における楕円体法、整数計画問題に対する汎用解法など、重要な理論的成果が数多く得られており、系統的アルゴリズム設計における有効性も、近似アルゴリズムをはじめ徐々に認識されつつある。

2. 研究の目的

本研究では、高速化のための入力情報へのアクセス制限という共通の条件下で、期間内に以下のテーマを解決することを具体的目標とする。

- (1) 高精度計算可能問題の構造解析. 現在、部分入力情報からの高精度計算が知られている問題は、グラフの最小全域木、最大マッチング、最大カット、施設配置などである。いずれも近似アルゴリズムでも高精度計算が可能な問題であり、そのような計算を可能にする構造特性が存在すると考えられるので、その解析を行う。一方、部分的入力だけでは、乱択アルゴリズムでも高品質解の計算が不可能である問題もいくつか知られており、その構造特性についても解析を行う。
- (2) 局所アクセスとランダムサンプリング. 入力情報へのアクセス方法として、局所的に制限されている場合とそうでない場合とがあり、後者の場合、ランダムに入力情報をサンプルする方法が考えられる。ランダムサンプリングは単純でありながら、「PCP 理論による NP 問題の特徴づけ」からも、NP 困難問題にも意外な効果をもたらす可能性がある。局所アクセスの方では、学習や統計データを用いても、有効なケースは極めて限定的になると予想しているが、大域的アクセスとの差が生じないケースも考えられ、これらについて検証する。
- (3) 数理計画法による系統的設計法. 近似アルゴリズムやオンラインアルゴリズムに対する系統的設計方法として有望視されている数理計画的アプローチを、中でも線形計画法の利用を検討する。入力情報が不完全であるため、解空間全体を記述することはできないが、オンライン問題において制約条件を順次追加しながら解空間を修正していくのと同様の手法を具体化する。既知情報のみから (部分) 解を決定する際には、いかなる未知情報にも対処できるようにランダム丸め法等を用いる。このようなアプローチの妥当性を検証する。

3. 研究の方法

- (1) 高精度計算可能問題の構造解析. 現在、入力データ規模に依存しないサイズ (つまり、固定ビット長) の入力情報だけで、高精度解を算出できることが知られている問題は、グラフの最小全域木、最大マッチング、最大カット、施設配置などであるが、そこで用いられる具体的方法は、局所探索法や貪欲法といった近似アルゴリズム設計での常套手段を基本骨格としている。勿論、これら骨格部分に下記 (2) の部分入力情報の獲得手段をうまく組み合わせることで、初めてこれまでの通念を覆すような計算結果を得ているわけであるが、より詳細に観察すると、対象問題に対して良い近似アルゴリズムとなりうるものが、骨格アルゴリズムとして選ばれている。そこで、
 - i. 局所探索法や貪欲法が高精度近似解法として機能する他の最適化問題に対する同様のアプローチの有効性
 - ii. 近似アルゴリズムにおける他の汎用基本スキームである「線形計画緩和+ランダム丸め法」や「線形計画緩和+主双対法」の有効性について検証する。
- (2) 局所アクセスとランダムサンプリング. 以下の二つの場合に分けて検討する。
 - i. 局所入力情報への制限: インターネットのような大規模ネットワークにおいて、全サイトから情報収集することは (一部例外を除き) 現実的ではなく、あるサイトから一定回数だけリンクを辿って得られる情報だけに制限される場合など、ローカルな情報しか使えない場合の計算手法について考察する。近似アルゴリズムやヒューリスティクスにおいても、局所探索法や貪欲法などでは局所的に設定された近傍内を探索することから、同手法の有効性について検証すべきと考える。ただし、通常の局所探索では、入力サイズに応じて近傍探索を繰り返すことができるのに対し、本研究の計算モデルでは、繰り返し回

数を一定回数(もしくは、入力サイズの準線形関数)に制限した上で、同手法の有効性を考える必要がある。逆に、同手法の計算限界の方が(より容易に)明らかにできることも考えられる。

- ii. サンプル可能な入力情報：局所的な部分情報に限定されず、入力全体から情報収集できる場合、ランダムにサンプリングすることが考えられる。ここで検討課題の一つとして挙げられるのが、どのような確率分布で入力情報をサンプリングするかである。最も単純なのは一様分布であるが、そのような分布でうまくいく対象問題は相当限定的になることも予想される。より重視すべきアプローチは、入力情報サンプリングと解計算を分離して考えるのではなく、解計算の途中経過とサンプリングの確率分布を連動させることで、より強力かつ有意な情報獲得を目指すことである。同アプローチの具体化を検討し、有効性を検証する。
- (3) 数理計画法による系統的設計法。入力情報が部分的に時系列に沿って与えられるオンライン問題に対し、問題ごとには高性能(オンライン)アルゴリズムが開発されているものの、未だ系統的設計法なるものは知られていない。そこで、例えば入力情報が時系列にそって徐々に明らかになる(商品相場などの)環境においては、既知情報のみから(線形計画などで)解空間を記述し、新たな入力に応じて制約条件を付加することで解空間を修正していく、数理計画的アプローチを検討する。通常このような状況では、既知情報のみから(部分)解を決定する必要があるが、いかなる未知情報にも対処できるよう確率的決定法(丸め法等による)を使用するのが妥当であると考えられるので、その有効性について検証する。また問題(の解空間)によっては、部分問題の線形計画記述における変数の一部を最適値に固定しても、元の全体問題の最適性が失われないことが知られており、特にこの種の問題には有望なアプローチとなる可能性が高いと考えられる。

4. 研究成果

研究期間中に得られた主な研究成果は以下の通りである。

- (1) 次数制限除去問題では、グラフ G および各頂点の次数制限が与えられ、 G から削除すると、残っているどの頂点も次数制限をみたすような G の頂点集合の中で、最小コストのものを計算する問題である。本研究では、次数制限をみたす G の部分グラフの辺集合が 2-ポリマトロイドを形成することに着目し、同問題を劣モジュラ被覆問題へ還元して近似する方法により、最大次数制限が 5 以下の場合に、従来手法による近似保証を改善できることを示した。
- (2) 有向グラフにおける(部分的)次数制限除去問題。次数制限除去問題とは、グラフ G と G の各頂点 v に対する次数制限 $b(v)$ が与えられ、頂点集合を G から除去することでどの頂点 v も次数制限 $b(v)$ を満たすようになる、そのような頂点集合の中で最小(コスト)のものをを見つける問題である。これはグラフ理論で古くから知られる古典的問題で様々な結果が導かれている。一方、有向グラフにおける次数制限除去問題や、次数制限されていない頂点も許す問題設定は自然であるが、そのように拡張された次数制限除去問題については、ほとんど何も知られていないことから、本研究では拡張版次数制限除去問題を対象とし、特にその近似可能性について考察を行った。その結果、次のような成果が得られた。1) 全ての頂点について、入次数、出次数ともに制限される場合、無向グラフにおける最良近似と同程度の近似が可能である、2) 次数制限されない頂点の存在を許すと、そうでない場合よりも明らかに近似困難性が上昇するものの、入次数のみが制限される(出次数が制限されない)場合、非自明な近似精度を保証することが可能になる。
- (3) k パス頂点被覆問題では、入力グラフ G から削除すると、 k 頂点上のパスが残らなくなるような G の頂点集合の中で、最小コストのものを計算する問題である。本研究では、更に連結グラフを誘導するような解(頂点集合)を求める問題について考え、重みなしの場合は k 倍近似可能であり、重み付きの場合は k が 3 以下であれば n の対数オーダーで近似可能であることを示した。
- (4) グラフの Power Vertex Cover 問題。頂点被覆問題の拡張として、Power 頂点被覆問題が提案されている。ここでは、各辺に要求量のあるグラフ G が与えられ、すべての辺要求を満たすように各頂点にパワーを与える問題である。ここで、頂点 u, v 間の辺は、その要求量以上のパワーを u または v がもつことで、その要求が満たされる。頂点に与えるパワーの総和を最小化する問題が標準的な Power Vertex Cover 問題であり、有名な Vertex Cover 問題を一般化するので同問題も NP 困難であるが、2 倍近似可能であることが、最近示されている。本研究では、各頂点に任意のコストを与え、パワーとコストの積の和を最小化する、コスト付き Power Vertex Cover 問題を導入し、それでも 2 倍近似可能であることを示した。そのために、まずコスト付き Power Vertex Cover 問題を整数計画問題で定式化し、その線形計画緩和を利用することで、丸め法ならびに主双対法の両手法いづれでも 2 倍近似可能であることを明らかにした。
- (5) 立体ピクロスとは、よく知られたペンシルパズルである N ノグラムを 3 次元に拡張したものであり、すでに立体ピクロスが NP 完全であることが知られていたが、本研究では立体ピクロスについて、最小ヒント数問題が P_2 完全、計数版が #P 完全、そして別解問題が NP 完

- 全であることを示した。
- (6) 恒久的連結頂点被覆問題 . グラフ上の頂点や辺への攻撃に対し, 継続的に防御し続けるために必要最小数の守衛数を計算する問題として, 「恒久的支配集合問題」や「恒久的頂点被覆問題」が知られてきた. ここでは, 通常の実支配集合や頂点被覆であることに加えて, 動的性質を有する頂点 / 辺集合を求解の対象とする. 本研究では, 連結性を有する頂点被覆である連結頂点被覆を同様に動的拡張することで得られる「恒久的連結頂点被覆問題」を導入する. これは, 恒久的頂点被覆で用いられる守衛チームが, 常に連結性を保つよう制限されている場合に相当する. 本研究では, まず同問題の基本構造特性について考察した上で, 1) 弦グラフにおける多項式時間アルゴリズム, 2) 局所連結グラフでの NP 困難性, 3) カクタスグラフやブロックグラフでの完全な特徴づけ, および 4) 一般グラフでの 2 倍近似アルゴリズム, という成果が得られた.
- (7) 4 辺支配集合問題 . b -辺支配集合問題は, 辺支配集合問題を一般化した問題のひとつである. 各辺 e に必要支配数 b_e が割り当てられた無向グラフ G を入力とし, G の任意の辺 e を b_e 回以上支配する辺集合の中で最小なものを計算する問題である. 全ての e について $b_e=1$ である時に通常の実支配集合問題と一致し, NP 困難であるが 2 倍近似可能であることが知られている. 更に, どの e についても b_e が 3 以下である場合も, やはり 2 倍近似可能であることが知られていたが, それ以外の場合は, b_e に上限がない場合と同じ $8/3$ が現在知られている最良の近似保証となっている. 本研究では, b_e が 4 以下の場合, 即ち 4 辺支配集合問題に対し, b -辺支配集合と b -マッチングの関係を利用する主双対近似アルゴリズムを設計し, 2 倍近似可能であることを示した.
- (8) Power 版次数制限除去問題 . グラフ $G=(V, E)$ から頂点集合 C を除去して得られる G の部分グラフを $G-C$ と表すとき, 次数制限除去問題(BDD)では, 入力グラフ G に対し, $G-C$ の各頂点次数が b 以下となるような最小の C を計算する問題である. 本研究では, まず, BDD を Power 版 BDD(PBDD)へ拡張する. PBDD では, G の各辺 $\{u, v\}$ に 2 種類の重み $w(u, v)$ と $w(v, u)$ が付随しており, 頂点 u に $w(u, v)$ 以上の power $p(u)$ を割り当てる, もしくは, 頂点 v に $w(v, u)$ 以上の power $p(v)$ を割り当てることを, 辺 $\{u, v\}$ 削除の条件とし, 辺削除後のグラフが次数制限を満たすような power 和最小の power 割り当てを計算する問題である. BDD は PBDD の特殊なケースに相当することを容易に示すことができる. 続いて, BDD に対して知られている最良の近似保証と同じ $2+\log b$ で, PBDD も近似可能であることを示す.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計8件（うち査読付論文 8件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Fujito Toshihiro, Nakamura Tomoya	4. 巻 12337
2. 論文標題 Eternal Connected Vertex Cover Problem	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 181 ~ 192
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-59267-7_16	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Fujito Toshihiro, Kimura Kei, Mizuno Yuki	4. 巻 23
2. 論文標題 Approximating Partially Bounded Degree Deletion on Directed Graphs	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of Graph Algorithms and Applications	6. 最初と最後の頁 759 ~ 780
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7155/jgaa.00511	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Kimura, K., Kamehashi, T., Fujito, T.	4. 巻 100
2. 論文標題 The fewest clues problem of picross 3D	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Leibniz International Proceedings in Informatics, LIPIcs	6. 最初と最後の頁 25:1 - 25:13
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.4230/LIPIcs.FUN.2018.25	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -
1. 著者名 Fujito, T., Shimoda, T.	4. 巻 62
2. 論文標題 On Approximating (Connected) 2-Edge Dominating Set by a Tree	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Theory of Computing Systems	6. 最初と最後の頁 533 - 556
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s00224-017-9764-y	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Fujito Toshihiro	4. 巻 10236
2. 論文標題 Approximating Bounded Degree Deletion via Matroid Matching	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 234 ~ 246
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-57586-5_20	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Fujito Toshihiro, Kimura Kei, Mizuno Yuki	4. 巻 10755
2. 論文標題 Approximating Partially Bounded Degree Deletion on Directed Graphs	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 32 ~ 43
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-75172-6_4	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Fujito Toshihiro, Tatematsu Takumi	4. 巻 12982
2. 論文標題 On b-Matchings and b-Edge Dominating Sets: A 2-Approximation Algorithm for the 4-Edge Dominating Set Problem	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 65 ~ 79
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-030-92702-8_5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Fujito Toshihiro	4. 巻 10787
2. 論文標題 On Approximability of Connected Path Vertex Cover	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Lecture Notes in Computer Science	6. 最初と最後の頁 17 ~ 25
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-319-89441-6_2	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計4件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 立松拓己, 藤戸敏弘
2. 発表標題 4辺支配集合問題の2倍近似アルゴリズム
3. 学会等名 電子情報通信学会コンピューテーション研究会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 宮澤寛巧, 藤戸敏弘
2. 発表標題 補比較可能グラフ上の端点指定ハミルトン経路問題について
3. 学会等名 電子情報通信学会コンピューテーション研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 立松拓己, 林谷哲郎, 藤戸敏弘
2. 発表標題 Power Vertex Cover問題の近似アルゴリズムについて
3. 学会等名 電子情報通信学会コンピューテーション研究会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 迎賢斗, 藤戸敏弘
2. 発表標題 Power 版次数制限除去問題の近似について
3. 学会等名 電子情報通信学会コンピューテーション研究会
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担 者	藤原 洋志 (Fujiwara Hiroshi) (80434893)	信州大学・学術研究院工学系・准教授 (13601)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------