

令和 4 年 5 月 30 日現在

機関番号：16102

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2021

課題番号：17K00975

研究課題名(和文) 数学的モデリングにおける理論と実践の往還を図るリーダー育成型教師教育の実証的研究

研究課題名(英文) An Empirical Study on Leader Developmental Teacher Education Integrating Theory and Practice in Mathematical Modelling

研究代表者

佐伯 昭彦 (SAEKI, Akihiko)

鳴門教育大学・大学院学校教育研究科・教授

研究者番号：60167418

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,600,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、教科書に掲載されている定式化された数学的問題の数学的モデリング問題への作り替えと、その問題に基づく研究授業を取り入れた教員教育プログラムを開発し、2019年に実施した。その結果、本研究における教師教育プログラムは、次の2点において有効であることが明らかになった。数学的モデリング指導を行ったことのない教師が：(1)身近な教科書の数学的課題を数学的モデリング課題に変換する活動を通して、モデリング課題の各基準の特徴を理解することができた、(2)異なる背景を持つ教師や研究者との議論による授業研究を通して、児童・生徒の実態に即した数学的モデリングの授業を開発・実践することができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

生徒・児童の数学的モデリング活動を促進するためには、教師の役割は重要である。しかしながら、国外における数学的モデリングの教師教育は、多くの課題を抱えているのが現状である。本研究における教師教育プログラムは、学術研究者、実践研究者、現職教員のお互いの専門的領域の知識を共有し「共に学び共に成長する」形態で実施しており、その手法と成果は、わが国独自の研究スタイルとして学術的意義がある。一方、わが国の学習指導要領算数・数学科では、数学的な見方・考え方を働かせた数学的モデリングが強調されているため、本研究の成果は、数学的モデリング授業の構想力・展開力・省察力の力量形成に繋がる点で社会的意義がある。

研究成果の概要(英文)：In this study, we have developed and implemented in 2019 a teacher education program for mathematical modelling for in-service and pre-service teachers that incorporates the transformation of a formulated mathematical task in textbooks into mathematical modelling tasks, and research lesson based on these tasks. A detailed analysis of the data from the implemented program revealed that teacher education program method was effective in the following ways. It enables novice modelling teachers to: (1) understand the characteristics of each criterion of the modelling task, through activities that transform familiar textbook mathematised tasks into modelling tasks, and (2) develop and implement modelling lessons incorporating examples from students' realities, through lesson study during discussions with teachers from different backgrounds and researchers.

研究分野：数学教育学

キーワード：数学的モデリング 教師教育

## 1. 研究開始当初の背景

数学的モデリングとは、現実世界における問題の解決を目標として、数学の世界へと翻訳（数学化）し、数学的なモデルをつくり（モデル化）、数学的手法による解決（数学的作業）、さらに、得られた結果を現実世界の場面で解釈・検討を行う一連の活動である。生徒・児童の数学的モデリング活動を促進するためには、教師の役割は重要である。しかし、(1)数学的モデリングの課題に関連する数学外の知識が必要である、(2)数学的モデリング授業がオープンになることから生徒・児童の活動が予測しづらい、といった理由から、教師にとって数学的モデリングの授業実践が難しいことが課題とされてきた(Pollack, 1979)。そのため、国外では、数学的モデリングの教師教育の重要性が指摘されており(Blum 2015)、様々な教師教育がなされている。しかしながら、その多くは小規模の教師集団を対象とした学術研究者主導型の取組が多く(Cai et al. 2014)、数学的モデリングの授業を学校現場へ効果的に普及させるための教師主導型の体系的な教師教育プログラムが必要である。国内におけるモデリングの教師教育の実践や研究は、近年漸く取り組まれるようになったが、その成果と課題は明らかにされていない(川上・佐伯, 2021)。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、数学的モデリングの指導経験がない教員を対象とした、数学的モデリングの理論と実践の往還を図るリーダー育成型の教師教育プログラムを、学術研究者、実践研究者及び現職教員が協働で開発・実施し、その成果と課題を明らかにすることである。

## 3. 研究の方法

研究目的を達成するために、国内外の学術研究者と実践的研究者の協働体制に基づいて、理論と実践を往還させながら教師教育プログラムを開発する。申請期間内で計画している研究項目は、以下の3つである。

国内外における数学的モデリングの教師教育研究の動向調査  
リーダー育成型教師教育プログラムの開発・実施・評価  
教師教育プログラム及び教師の職能成長の評価

図1は、本研究の研究組織、及び、上記に示した3つの研究項目における担当である。

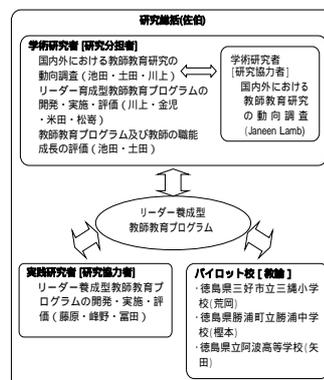


図1. 研究組織と役割

## 4. 研究成果

### (1) 算数・数学教科書の問題から数学的モデリング教材への再教材化と授業設計に関する枠組みの構築

教員養成・研修の文脈の中で、教科書の問題からモデリング教材へと再教材化する試みが注目され始めている(Borromeo Ferri, 2018; Garfunkel & Montgomery, 2016; 佐伯・川上・金児, 2017)。国内においても教員養成・研修という文脈を想定しているわけではないものの、算数・数学の文章題等をモデリング教材として再教材化する枠組みが提案されているが限られている(清野, 2006)。そこで、先行研究に基づいて、教科書の問題からモデリング教材に作り変える方策を分析し、現実の事象を取り扱った教科書の問題を基に、モデリング教材へ再教材化しモデリング授業を設計するための枠組み(図2)を構築した(佐伯ほか, 2019)。

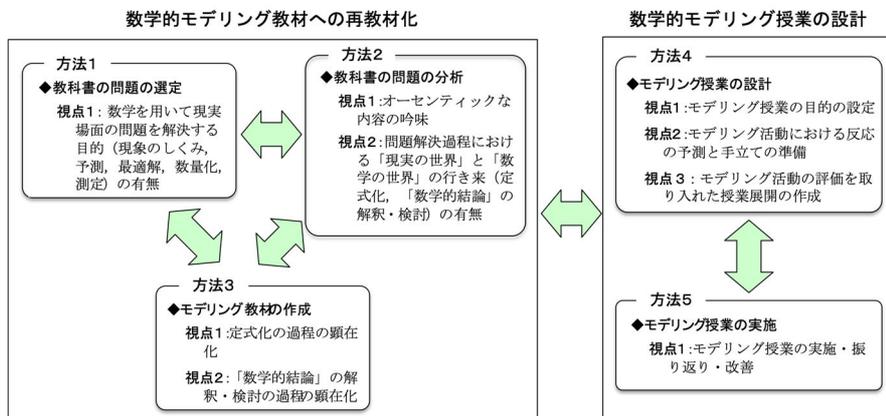


図 2. 数学的モデリング教材への再教材化と授業設計に関する枠組み

## (2) 数学的モデリング教材への再教材化と授業設計を中核とした教師教育プログラム

表 1 に示すように 2019 年度に 4 つのコースを実施した。参加者は、徳島県内の小中高等学校の教諭、鳴門教育大学の大学院生（現職と学卒）であった。なお、どの参加者もモデリングの授業を実施した経験はなかった。教師教育プログラムの担当者は、研究代表者と研究分担者（金児正史氏）の 2 名で、プログラム内容によっては学術研究者（数学・理科教育）とモデリング実践研究者（中高教諭）が参加者とともに議論を行う機会を設けた。本プログラムは初心者を対象としているため、トップダウン的な講義形式ではなく、参加者がテーマに沿った課題を解決する活動や議論を通して、図 2 に示す枠組みにおける 5 つの方法の視点を段階的に理解するワークショップ形式で行った。なお、研究授業コースでは、小学校の研究授業（45 分×2 時間）を 2020 年 2 月 28 日に K・A の勤務校（徳島県内）で児童 6 名を対象に行った。高等学校の研究授業（50 分×2 時間）を 2020 年 2 月 20 日に K・Y の勤務校（徳島県内）で生徒 35 名を対象に行った。なお、中学校の研究授業は、2020 年 3 月に予定していたが、新型コロナウイルス感染症拡大のため、実施を見合わせた。

表 1. 教師教育プログラムの主な活動内容

コース	主な活動内容	方法	実施日	人数
導入	<ul style="list-style-type: none"> <li>「現実の世界」を意識して教科書問題を捉え直すことの意義の把握</li> <li>提示された問題をモデリング教材へ再教材化する活動・発表・共有</li> <li>「算数・数学の学習過程のイメージ」の模式図の理解</li> </ul>	2,3	2019.5.19	13(2)
			2019.7.13	6(2)
基礎	<ul style="list-style-type: none"> <li>導入コースで再教材化したモデリング教材の再評価</li> <li>教科書の問題の選定・分析・作成についての視点の理解</li> <li>各グループが選定した問題をモデリング教材へ再教材化する活動・発表・共有</li> </ul>	1,2,3	2019.9.28	16(7)
授業デザイン	<ul style="list-style-type: none"> <li>〔コース前〕再教材化したモデリング教材を取り入れた研究授業の指導案作成</li> <li>研究授業の指導案の発表・共有による改善項目の顕在化</li> <li>学校種グループ別に改善項目を基にした改善方針の検討</li> <li>〔コース後〕改善方針を基にした研究授業の指導案の再作成</li> </ul>	2,3,4	2019.11.19～12.24	6(2)
			2020.1.11	16(7)
			2020.1.23～3.17	6(2)
研究授業	<ul style="list-style-type: none"> <li>研究授業の実施</li> <li>研究協議による授業評価と改善点の検討</li> </ul>	2,3,4,5	2020.2.20	8(3)
			2020.2.28	11(2)

注：人数の欄はコースに参加した総人数で、カッコ内は学術研究者（担当者を含む）とモデリング実践研究者の人数である

## (3) 教師教育プログラムの成果と課題

本教師教育プログラムの成果の一つは、本プログラムを通して、モデリング指導の初心者が、図 2 に示した枠組みの「教科書の問題の分析(方法 2)」と「モデリング教材の作成(方法 3)」を用いて、算数・数学にある教科書の問題をモデリング教材へ再教材化することができた。

図 3 は、小学校の研究授業を担当した教諭の分析結果である。分析の※ 1 では、紙の枚数を数えるという場面が生徒にとって現実的な問題ではないことを指摘した。さらに、分析の※ 2 と※ 4 では、この問題を解決するための数学的モデルとして「比例」が示されているため、問

問題解決に必要な数学化を行う必要がないことを指摘した。また、分析の※3と※5では、問題解決するための変数として「重さ」が示されているため、問題解決方法が一つに限定されることを指摘した。最後に、分析の※6では、問題解決の手順とデータが示されているため、得られた結果を現実場面に照らし合わせて解釈・検討をする必要性が生じないことを指摘した。これらの分析結果を基にモデリング教材「卒業文集では1300枚必要だが、これで足りるだろうか。ここにある紙の束を工夫して紙の枚数を知ろう」を開発した。小学校6年生6名を対象とした本研究授業において、児童の前に示された紙の束は、児童にとって現実的な問題で、問題解決に必要な数学的モデルと変数が示されていないため、児童達自身がモデリング過程の数学化と解釈・検討を行う必要が生じる数学的モデリングの教材を開発することができた。



図3. 算数の教科書の問題を分析した結果(杉山・飯高・伊藤ほか, 2007より引用)

もう一つの成果は、本プログラムは、モデリング指導の初心者を対象としているため、モデリング過程の部分に焦点をあてる立場(Garfunkel & Montgomery, 2019)に立った再教材化の研究授業を想定していたが、全ての研究授業担当者は、主体的にモデリング過程全体を取り扱う立場(Borromeo Ferri, 2018)へと教材と授業を再デザインし実践した。

表2は、6年生のモデル授業(45分×2回)の授業プランの概要である。授業は5つのフェーズで構成されていた。「つかむ」の段階では、生徒たちはモデル化の課題の目的を把握し、目の前に提示された紙の枚数が卒業文集の枚数に十分かどうかを予測した。「見通す」の段階では、自分自身の数学的モデルを作成するために、理想化・単純化及び数学化の計画を立てた。「つくる」の段階では、計画に沿って数学的な作業を行い、その過程と結果についてのプレゼンテーション資料を作成した。「ふかめる」の段階では、各グループが提示した解答を、その過程と結果について共有し、それぞれの結果の解釈や検証を行い、比例の考えで問題解決する良さを確認した。「振り返り」の段階では、本授業の学習活動を振り返った。

表2. 第6学年の研究授業の指導案(抜粋)

	学習活動と教師の支援	児童の反応
つかむ	1. 問題の把握と大量の紙の枚数の予想(問題把握) > 大量の紙の束を児童にしめす > 「卒業文集では1300枚の紙が必要だが、これで足りるだろうか」と問い、問題のめあてを掴むようにする	> 1000枚ぐらいかな > 1300枚より多い > 手分けして数えたら > 紙が傷むからだめだ
見通す	2. 紙の数え方についての見通しをもつ(単純化, 数学化) > 解決方法の見通しを自分たちで立てられるように、解決するための道具(各種はかり, ものさし, ノギス等)を教室に置いておく > 同じ解決方法の児童で調べる班を構成する	> 枚数が増えると高くなる。物差しで高さを測ったらどうなるかな > さっき運んだら重かった。はかりで決まった枚数の重さを量ったらどうなるかな
つくる	3. 自分たちの考えで解決を試みる(数学的処理) > ワークシートに解決方法や結果を記述させつ > 解決方法や使用する道具を変更して良いことにすることで、試行錯誤しながら自分たちで納得する追究ができるようにする > 自分たちの解法や結果を友達に伝えるために、ホワイトボードに考えを整理させる	> 物差しで1cm分の枚数を数えよう。そして全体の高さも測ったら出来そうだ > 表をかくと分かりやすい > これって比例かな > 他の人の考え方はどうだろう
ふかめ	4. 考えを比べあい、解決方法の共通点や妥当性について話し合	> 比例の考えを使うと早く求めら

る	う（解釈・検証） ➢ 「より正確に数えるための共通点は何か」を問い，比例の考えを使って解決することのよさに気付くことができるようにする ➢ 「本当に比例の考えを使って解決してよいのか．その理由は何か」と問い，解決方法の妥当性について振り返らせる	れるな ➢ 重さと枚数の関係で調べた方が正確だろう ➢ 4回ぐらい測ってみると，ほとんど比例の考えになっていたから，比例でいいと思う
振り返り	5．本時の振り返り ➢ 内容，学び方，友達との関わりの観点から振り返らせる．キーワード「比例」という用語を用いて，内容を整理できるようにする	➢ 「比例」の関係を使うと，枚数が分かったので，便利だなと思いました

表2の指導案に示すように，一連の授業の流れにおいて，数学的モデリングの全過程（問題把握，単純化・数学化，数学的処理，解釈・検証）が含まれていることが明らかである．他の二つの研究授業も同様に，数学的モデリングの全過程が含まれる授業が設計された．この要因は，授業デザインコースでの議論を通して，授業者は児童・生徒のモデリングの遂行能力を質的に高めたいと考えたことが要因で，モデリング過程全体の実現を志向した教材開発と授業デザインに変容したのだと推察される（西村，2012）．

今後の研究として，2つの課題を解決する必要がある．一つは，本研究における教師教育プログラムは，数学的モデリング初心者を対象に実施したが，モデリング指導の経験のある教員にも有効かどうかを検証することである．もう一つは，本教師教育プログラムの授業デザインコースにおいて，現職教員が研究授業の数学的モデリング授業と授業計画を改善を通して習得した数学的モデリング特有の教育内容知識（Wess et al., 2021）の変化を，質的に分析・考察することである．

#### < 主要参考文献 >

- Blum, W. (2015): Quality teaching of mathematical modelling: What do we know, what can we do?. In S.C. Cho (Ed.), *Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Congress on Mathematical Education*, 73–96. Cham: Springer.
- Borromeo Ferri, R. (2018): *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Cham: Springer.
- Garfunkel, S., & Montgomery, M. (Eds.) (2019): *Guidelines for assessment and instruction in mathematical modeling education (GAIMME) (2nd edition)*. Boston/Philadelphia : COMAP/SIAM.
- 川上貴・佐伯昭彦・金児正史（2019）：算数・数学教科書の問題から数学的モデリングの問題への再教材化を目指した教員研修の可能性，*数学教育学会誌*，60，3/4，35-47．
- 文部科学省（2017）：中学校学習指導要領（平成29年告示）解説 数学編，日本文教出版，23．
- Pollak, H. O. (1979): The interaction between mathematics and other school subjects. In UNESCO (Ed.), *New trends in mathematics teaching IV*, 232–248. Paris: OECD.
- 佐伯昭彦・川上貴・金児正史（2019）：算数・数学教科書の応用問題を数学的モデリングの教材に作り替えるための枠組みに関する一考察，*科学教育研究*，43，3，220-232．
- Wess, R., Klock, H., Siller, H.-S., & Greefrath, G. (2021). Measuring professional competence for the teaching of mathematical modelling. In F. K. S. Leung, G. A. Stillman, G. Kaiser, & K. L. Wong (Eds.), *Mathematical modelling education in east and west* (pp. 249–260). Cham: Springer International Publishing.

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 4件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 佐伯昭彦, 川上貴, 金児正史	4. 巻 43
2. 論文標題 算数・数学教科書の応用問題を数学的モデリングの教材に作り替えるための枠組みに関する一考察	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 科学教育研究	6. 最初と最後の頁 220-232
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.14935/jssej.43.220	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 金児正史, 佐伯昭彦, 川上貴	4. 巻 11
2. 論文標題 Creating contact points between empirical modelling and theoretical modelling in teacher education: The case of pendulum problem	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Proceeding of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education	6. 最初と最後の頁 1192-1199
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 川上貴, 佐伯昭彦, 金児正史	4. 巻 60
2. 論文標題 算数・数学教科書の問題から数学的モデリングの問題への再教材化を目指した教員研修の可能性	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 数学教育学会誌	6. 最初と最後の頁 31-43
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.34323/mesj.60.3-4_35	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 川上貴, 佐伯昭彦, 金児正史	4. 巻 1
2. 論文標題 Secondary Teachers Constructing Perspectives on Developing Mathematical Modelling Problems: Use of a Modelling Diagram for 'Kyozaikenkyu'	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Proceeding of the 8th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education	6. 最初と最後の頁 502-512
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計6件（うち招待講演 0件 / うち国際学会 3件）

1. 発表者名 川上貴, 佐伯昭彦
2. 発表標題 算数・数学教科書の教材からSTEM教材への再教材化 数学教育の立場からのSTEM教師教育への一提案
3. 学会等名 日本科学教育学会2019年度第8回研究会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 川上貴, 佐伯昭彦, 金児正史
2. 発表標題 In-service teachers' collaborative transformation from textbook problems to modeling problems: first step of professional development on modeling
3. 学会等名 19th International Conference on Teaching of Mathematical Modeling and Applications (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 金児正史, 佐伯昭彦, 川上貴
2. 発表標題 Creating contact points between empirical modelling and theoretical modelling in teacher education: The case of pendulum problem
3. 学会等名 Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 佐伯昭彦, 川上貴, 金児正史
2. 発表標題 数学的モデリングの指導に関わる教師教育のための教材研究 -数学的モデリング指導の初心者を対象に-
3. 学会等名 日本科学教育学会第41回年会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 佐伯昭彦, 矢田耕資, 金児正史
2. 発表標題 算数・数学教科書の問題から数学的モデリング教材への再教材化を中核とした教師教育プログラムの一事例
3. 学会等名 日本科学教育学会第45回年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 佐伯昭彦, 金児正史, 川上貴, 池田敏和
2. 発表標題 The Development of a Modelling Teacher Education Program Starting from the Transformation of a Mathematized Task into Modelling Tasks
3. 学会等名 13th International Congress on Mathematical Education (国際学会)
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	池田 敏和  (IKEDA Toshikazu)  (70212777)	横浜国立大学・教育学部・教授   (12701)	
研究分担者	土田 理  (TUCHIDA Satoshi)  (10217325)	鹿児島大学・法文教育学域教育学系・教授   (17701)	
研究分担者	川上 貴  (KAWAKAMI Takashi)  (90709552)	宇都宮大学・教育学部・講師   (12201)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	金児 正史  (KANEKO Masafumi)  (00706963)	鳴門教育大学・大学院学校教育研究科・教授    (16102)	
研究分担者	米田 重和  (KOMEDA Shigekazu)  (20711592)	佐賀大学・学校教育学研究科・准教授    (17201)	
研究分担者	松寄 昭雄  (MATSUZAKI Akio)  (10533292)	埼玉大学・教育学部・准教授    (12401)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関