

令和 3 年 6 月 22 日現在

機関番号：18001

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2020

課題番号：17K03661

研究課題名(和文) ベイジアンSSVS法を使った非線形多変量時系列モデルによる予測と実証分析

研究課題名(英文) Forecasting Using Non-linear Multivariate Time Series Models with Bayesian Stochastic Search Variable Selection Method and its Application to Macroeconomics

研究代表者

杉田 勝弘 (Katsuhiro, Sugita)

琉球大学・国際地域創造学部・教授

研究者番号：50377058

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：マクロ経済学の実証分析や時系列予測等でよく使われるベクトル自己回帰(VAR-Vector Auto Regression)モデルは、モデルに内在する推定パラメータ数が多く不必要なパラメータを多く含んでいるのが問題であった。そこでモデル内の不必要なパラメータを自動的に除去しモデルの縮減を行いモデル選択ができるベイズ法のSSVS(Stochastic Search Variable Selection)法による変数選択法に着目した。まず定常及び非定常的モデルから人工的に発生させたデータを使ってモンテカルロ・シミュレーションを行い、SSVS法によって予測精度が向上したことを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

研究成果の学術的意義として、多変量時系列モデルにおいてより高い予測精度をもたらすSSVS法の利便性を示したことがある。このメソッドは汎用性があり多くのモデルに応用できるので、これからの時系列予測や計量分析に役立つという意義がある。

研究成果の概要(英文)：A VAR (Vector Auto Regression) model is often used for empirical studies for macroeconomic analysis or forecasting macroeconomic variables. However, one of the problem of using a VAR model is that VAR model often contains too many variables of which are insignificant. In this research, I examine the forecasting performance of Bayesian SSVS (Stochastic search variable selection) method to remove insignificant variables in the model for model selection. I showed that the SSVS method improve the performance of the time series forecasting by using artificially generated stationary or non-stationary data.

研究分野：計量経済学

キーワード：計量経済学 時系列分析 多変量時系列 ベイズ統計学 MCMC

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 1. 研究開始当初の背景

計量経済学の変量時系列分析においてよく使われるモデルとして、マクロ計量経済学分野では VAR (ベクトル自己回帰) や VEC (ベクトル誤差修正) モデル、そして金融計量経済学分野では多変量 GARCH 等が挙げられる。これらの多変量時系列モデルに共通している問題点は極めて多くの推定パラメータを必要としていることにある。限られた観測値数に対して、過剰なパラメータ化はモデルの推定及び予測精度を悪化させる。例えばモデルの変数が  $n$  個、ラグ次数  $p$  からなる VAR( $p$ )モデルは定数項と係数行列だけで  $(n + pn^2)$  個のパラメータを推定する必要がある。たとえ AIC (赤池情報基準量) や SBIC (シュワルツ情報基準量) でモデルのラグ次数  $p$  を決定しても、それぞれの係数行列内のすべての要素が有意に必要ではなく常に過剰適合の問題を抱えている。これらのパラメータの制約を検定するには相当数のモデルを考慮しなければならず現実的ではない。例えば  $n=3$ ,  $p=4$  の VAR モデルの場合、モデルの定数項及び係数行列内の要素の制約だけで  $2^{36+3}$  のモデルを推定しなければいけない。

以上の事から多変量時系列モデルは理論的には極めて有用ではあるが、実際には推定パラメータの多さから推定精度が悪くなり、その結果モデルから得られる時系列予測の精度が悪化するという問題が起こる。そして VAR や VEC 等のモデルからさらに非線形に発展させたモデルはより顕著にこの問題が発生するので、モデルの有用性は十分に周知されているにも関わらず実際に応用されることにより、より時系列予測精度が上がるという研究はほとんどないのが現状である。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は多変量時系列分析において、モデル内の不必要なパラメータを除去することにより過剰パラメータ化の問題を解決するスパースモデリングの方法を応用し、さらに非線形モデルに適用して推定精度の向上、そして時系列予測の向上を図ることである。そのために George & McCulloch (1993, Journal of the American Statistical Association) によって提唱されたベイズ法による Stochastic Search Variable Selection 法 (以下、SSVS 法と略する) を様々なモデルに適用してどれほど予測精度が向上するかを研究する。この SSVS 法は George, et al. (2008, Journal of Econometrics) で VAR モデルに適用され予測精度が飛躍的に向上したことを示された。これらの研究を踏まえて、さらに非線形モデルに適用するのが本研究の目的である。具体的には

- (1) SSVS 法による非線形ベクトル自己回帰モデルの推定、予測精度分析、及びマクロ経済実証研究。
- (2) SSVS 法による非線形ベクトル誤差修正モデルの推定、予測精度分析、及び金利期間構造や資産価格と配当の実証研究。
- (3) SSVS 法による多変量 GARCH モデルの推定、予測精度分析、及び金融市場の変動が他の市場に与える伝達系の実証分析

の3つである。

## 3. 研究の方法

本研究の目的を達成するにあたり以下の方法を考慮する。

- (1) SSVS モデルを線形 VAR モデルに適用するために、Ox 言語を使用し計算コードを書き、そして人工的に発生させたデータを用いてモンテカルロシミュレーションを行う。そして従来の方法 (SBIC でモデル選択を行い最尤法による推定法) およびミネソタ事前分布を使った VAR モデルとの予測精度の比較を行う。尚、予測精度のためには1期先だけでなく他期間予測を行う。
- (2) SSVS 法を使ったモデルを実際のデータを使って実証分析を行う。米国のマクロ経済データを使った時系列予測を従来の方法 (最尤法及びミネソタ事前分布法) と比較する。
- (3) SSVS 法による予測に関しては再帰型予測 (recursive forecasting) を行うが、よく使われている MSFE (Mean Squared Forecast Error) や MAFE (Mean Squared Absolute Forecast Error)、そして予測尤度値 (predictive likelihood) を用いて予測精度を測る。多期間予測に関しては直接予測法及び反復予測法の2種類を行いどちらが予測精度が良いか比較する。

#### 4. 研究成果

本研究での成果は以下の通りである。

- (1) まず事前研究として日本の金利フィッシャー効果(期待インフレ率が変化すると、名目金利も変化し、その結果実質金利には影響しないという効果)を非線形多変量モデルの一つであるベイズ法によるマルコフ変換型ベクトル誤差修正モデルを使って推定した。この研究では非線形多変量モデルの有用性を確認した。
- (2) この研究はベイズ法による SSVS 法をベクトル自己回帰モデルに応用し、その結果従来の方法と比較して予測精度がどれほど向上したかを、5種類の人工的データ(定常データ及び非定常データ)を用いて予測精度を MSFE や MAFE 及び予測尤度値によって測定し従来の方法との比較を行い SSVS 法によって unnecessary パラメータを自動的に除去し過剰定式化の問題を緩和したことを実験的に示した。また実証分析として米国のマクロ経済データを使って SSVS 法の有用性を示した。
- (3) 時系列予測でも多期間予測の場合、主に直接予測法と間接的反复予測法の2種類ある。理論的には直接予測法の方が反复予測法と比べてより漸近的に効率的でモデル特定化の失敗(model misspecification)に対してロバストであり、反复予測法はバイアスが生じる。しかし実際には1期先予測が正しくモデル特定化されているならば反复予測法の方がより効率的に予測が可能であることが示されている。本研究では SSVS 法を応用したベクトル自己回帰モデルの予測に関して、この直接予測法と反复予測法の比較を行った。人工的データを使ったモンテカルロ・シミュレーションでは反复予測法が直接予測法より優れた結果を出しており、特により長いラグ数でより長い期間の予測にはその傾向が顕著であった。定常的データに対しても非定常的データに対しても同じ結果が得られた。実証として米国のマクロ経済データを使って両方法の比較を行ったが、この場合も直接予測法より間接的反复予測法の方が予測精度が高いことがわかった。
- (4) 多変量時系列モデル内の多くの unnecessary パラメータを除去する方法として SSVS 法を採用して研究を続けている中で、もう一つの過剰パラメータ問題を解決方法としてベイジアンモデル平均化法がある。これに関しては本研究を開始した当初は予定になかったが参考までにこのモデル平均化法を多変量モデルのベクトル自己回帰モデルに応用してその結果として時系列予測の特に多期間予測にどのような影響を与えるか研究した。米国、英国そして日本のマクロ経済データを用いて間接的反复予測法による多期間予測を再帰型予測を行った結果、ベイジアンモデル平均化法も SSVS 法と同じく予測精度が有意に向上していることがわかった。

本研究では研究開始当初は予定になかった(4)のモデル平均化法による研究を行ってしまった結果、研究の目的に挙げた SSVS 法による多変量 GARCH モデルの計算コードを書き終えることができなかった。

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 1件/うち国際共著 1件/うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Katsuhiko Sugita	4. 巻 No.2
2. 論文標題 Forecasting with Vector Autoregressions using Bayesian Variable Selection Methods: Comparison of Direct and Iterated Methods	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Ryukyu Economics Working Paper Series	6. 最初と最後の頁 1 ~ 18
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Katsuhiko Sugita	4. 巻 No.3
2. 論文標題 Forecasting with Vector Autoregressions by Bayesian Model Averaging	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Ryukyu Economics Working Paper Series	6. 最初と最後の頁 1 ~ 13
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Katsuhiko Sugita	4. 巻 No.1
2. 論文標題 Evaluation of Forecasting Performance Using Bayesian Stochastic Search Variable Selection in a Vector Autoregression	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Ryukyu Economics Working Paper Series	6. 最初と最後の頁 1 ~ 19
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Katsuhiko Sugita	4. 巻 Vol.9, No.11
2. 論文標題 Non-Linear Analysis of the Fisher Effect: In the Case of Japan	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 International Journal of Economics and Finance	6. 最初と最後の頁 1 ~ 9
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.5539/ijef.v9n11p1	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計0件

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------