

令和 2 年 6 月 5 日現在

機関番号：12612

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K05571

研究課題名(和文) 不確定な環境系と相互作用している量子系に対する最適な量子状態推定法の開拓

研究課題名(英文) Optimal quantum state estimation strategy in the presence of unknown environment

研究代表者

鈴木 淳 (Suzuki, Jun)

電気通信大学・大学院情報理工学研究科・准教授

研究者番号：70565332

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,500,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、不確定な量子ノイズの影響を受けている場合における最適な量子状態推定法を議論し次の研究成果を得た。(1) 攪乱パラメータ(局外母数)が混在する量子状態族からなる量子統計モデルに対する最適な推定法を議論するための一般理論枠組みの構築。(2) 量子系におけるパラメータ推定問題を最適な実験計画法の凸最適化問題として定式化し、攪乱パラメータを含むモデルに対する最適な測定の導出。(3) 推定誤差限界が特定の量子Fisher情報量を用いて表現されるための必要十分条件を導出とその情報幾何学的な意味を明らかにした。(4) いくつかの具体的な物理モデルに提案手法を適用し、その有効性や先行研究との比較を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の意義は、量子精密測定技術の発展に不可欠な基本問題に対し、これまでの物理的なアプローチでは扱うことができなかった、特定のノイズモデルを仮定せずかつ不確定な要素を含むノイズの影響下での量子状態推定問題に対する最適な量子推定方法の統計学的な理論枠組みの構築と現実の物理モデルでの評価である。本研究の結果は、数理統計学・物理学・量子情報理論の融合性により得られるものであり、基礎科学研究として重要であるとともに、より現実的な問題設定での理論展開へとつながるので、今後の量子精密測定技術の発展につながることを期待される。

研究成果の概要(英文)：In this project, we developed the general framework to analyze the parameter estimation problem when a quantum system of interest interacts with unknown environment. As the main result, we established the quantum estimation theory for quantum statistical models containing nuisance parameters. We extended the theory of optimal design of experiments to the more general setting such as quantum state and channel estimation problem. The proposed method were applied to find an optimal estimation strategy for quantum estimation problems in the presence of nuisance parameters. We characterized quantum statistical models based on the properties of tangent spaces. Our method aimed at unifying different choices of operator monotone metrics on the quantum state manifold in quantum information geometry. We applied our proposal to several examples in physical systems to illustrate effectiveness of our approach.

研究分野：量子情報

キーワード：量子推定 量子ノイズ 攪乱パラメータ 量子Fisher情報行列 実験計画法 量子情報幾何

様式 C-19、F-19-1、Z-19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

本研究では与えられた未知の量子状態を正確に推定するという統計学的問題を考える。量子系では測定を行うと測定結果が Born の確率規則に従ってランダムに統計データとして得られるため、得られたデータに対してパラメータ推定といった統計的推定法を用いて状態を推定する。測定結果が従う確率分布は量子状態と測定によって定まるため、推定誤差を限界まで小さくできるかどうかは、最適な測定を行うかどうかで決まる。

現実の状況では量子系はノイズの影響を受けるため、量子精密測定技術の研究開発のためにはノイズの効果を統計的に解析することが不可欠である。ここで外部からのノイズとは、推定者が制御できない環境系との相互作用により記述されるため、環境系の次元や相互作用ハミルトニアンに不確定な要素を含んでいる。統計学的にこの問題は、環境系も含めた大きな量子系の部分的な量子系の状態に対する推定問題を考えることになる。このテーマでの先行研究は物理的なアプローチが多く、また、個々の物理モデルに特化したモデル依存の結果がほとんどであり一般論が少ない。特に本研究で対象とする先行研究の問題点としては、物理的なアプローチのため統計学的な議論が不十分であったことである。より具体的にはノイズモデルを特定の 1 つのモデルに仮定し、ノイズのパラメータの値を完全に既知とした解析が行われてきた。先行研究で見られる不自然な仮定のもとでの解析結果は、統計学的には必ずしも正しいとはいえない。

2. 研究の目的

本研究の目的は、「推定したい量子系が不確定な環境系との相互作用によるノイズの影響を受けている場合でも正確に推定を行うための最適な量子状態推定法の開拓」であり、その一般理論枠組みの構築のための具体的な目的は次の 4 つである。

- (1) **量子攪乱パラメータ問題**: 複数のパラメータで記述される量子状態族を推定する際に推定したいパラメータ (構造母数) とノイズのような興味のない攪乱パラメータ (局外母数) が混在する量子状態の最適な推定法を議論するための一般理論枠組みを構築する。
- (2) **不確定なノイズの影響下での最適な測定の導出**: 不確定なノイズが作用している場合での与えられた量子状態に対する最適な測定を導出する。特にどのような場合にノイズの不確定さが推定誤差に寄与するかを議論する。これにより、既存研究では扱うことのできなかつた、不確定な要素を含む環境系からの影響を受けている場合での最適な量子状態推定法を提案する。
- (3) **量子情報幾何学に基づく量子ノイズモデルの分類・比較**: 推定したい量子状態族についてその推定誤差がどれくらい小さくできるかは、量子状態族やノイズモデルの性質によって決まる。そこで、推定誤差を解析的に評価できるクラスの分類を量子状態族とノイズモデルに対する特徴づけとして導出する。
- (4) **具体的な物理モデルでの推定誤差評価**: 本研究では特定のモデルに依らない一般論を展開し量子状態推定理論の統計学的基礎づけを目的の 1 つとしているが、原子系・量子光学系における物理モデルとこれらの物理系における典型的なノイズモデルに適用し、評価を行い、先行研究との比較を行う。これにより、本研究で提案する統計学的に正しい解析方法の有効性を示す。

3. 研究の方法

- (1) **量子攪乱パラメータ問題**: 古典統計学では攪乱パラメータを含むような推定問題は非常に多くの先行研究が存在する。まずは攪乱パラメータを含む量子統計モデルを考え、興味のある構造パラメータに関する推定誤差を最小化する問題の一般理論枠組みの定式化を行う。特に、古典統計学では情報幾何学的なアプローチが攪乱パラメータの効果を幾何学的にとらえて非常に有効であることから、本研究でも量子情報幾何学的なアプローチを取る。
- (2) **不確定なノイズの影響下での最適な測定の導出**: 最適な測定の導出は統計学的には数理実験計画法の問題であるが、一般論として確立していない。そこで、実験計画法を線形モデル以外にも適用できるように拡張し、量子系におけるパラメータ推定問題を最適な実験計画法として定式化する。この提案する方法を、攪乱パラメータを含むような量子統計モデルの推定問題に適用する。
- (3) **量子情報幾何学に基づく量子ノイズモデルの分類・比較**: 量子統計モデルの推定問題における問題の 1 つとして、最適な測定による推定誤差の限界が単純な情報量を用いて表現されないことがあげられる。そこで、推定誤差限界が特定の量子 Fisher 情報量を用いて表現されるための必要十分条件を導出し、その情報幾何学的な意味を明らかにする。
- (4) **具体的な物理モデルでの推定誤差評価**:
提案する一般理論枠組みを以下の具体的な物理モデルに適用する。
 - ① 磁場が確率的に揺らいでいる場合の周波数推定問題。
 - ② パウリ通信路におけるノイズのバイアス度推定問題。
 - ③ 一様磁場中電子の位置推定問題。
 - ④ 外れ量子状態を含むガウスシフトモデルに対するロバスト推定問題。

4. 研究成果

- (1) **量子攪乱パラメータ問題**:

① 攪乱パラメータを含む量子統計モデルにおける興味のある構造パラメータの推定誤差限界について評価するための一般理論枠組みを論じ、攪乱パラメータを含む量子統計モデルに対する重要な推定量のクラスである、構造パラメータに関する局所不偏性という概念を定義した。次に提案する推定量のクラスで最適な推定誤差限界に対していくつかの同値な表現を導出した。また、量子2準位系における一般的な推定誤差の限界の表現や攪乱パラメータによる情報損失の概念を量子系において定義した。

② 量子多変数パラメータ推定問題と量子系における攪乱パラメータ問題に関する招待論文を発表した。また、この論文においては、古典情報幾何学で知られているパラメータ直交化法を量子系に拡張し、その有効性を示した。量子攪乱パラメータの応用として、多変数パラメータのベクトル値関数の推定問題に対する推定誤差限界を導出したことも重要である。

(2) 不確定なノイズの影響下での最適な測定の導出：

① 攪乱パラメータを含む量子統計モデルに対して、構造パラメータに関する局所不偏性のクラスでの測定についてどのような場合に攪乱パラメータを無視できるかについて論じた。特に構造パラメータが1パラメータの量子統計モデルにおける最適な測定について詳細に論じた。

② 統計学でよく知られている数理実験計画法を拡張し、量子状態推定問題、量子通信路推定問題に適用できるように一般理論枠組みを定式化した。この研究はシンガポールのグループと行った国際共同研究であり、このグループとは引き続き別の研究課題に関する共同研究に発展しており、複数の研究成果を得ている。

③ 二次元量子状態について一般のコスト関数に対する最適な測定を導出し、また、古典実験計画法で知られている Kiefer-Wolfowitz 等価定理の量子版を二次元量子状態の推定問題で議論した。D 最適な測定と SLD Fisher 情報行列の逆行列を重み付けした A 最適な測定が等価であることを証明した。量子系における実験計画法の等価定理のより一般的な展開は今後の課題である。

(3) 量子情報幾何学に基づく量子ノイズモデルの分類・比較：

① 漸近達成可能な推定誤差限界である Holevo 限界を解析的に SLD 量子 Fisher 情報行列および RLD 量子 Fisher 情報行列を用いて表現できるための必要十分条件を同値な条件としていくつか導出し、その統計的な性質および接空間の情報幾何学的な性質について調べた。従来の研究では、それぞれの推定誤差限界に対する部分的な解析が多かったが、本研究結果によって統一的に解析することができ、また、異なる単調計量間の関係や SLD 接空間と RLD 接空間の関係性についても明らかになった。

② 前述の結果をさらに一般化し、SLD と RLD を含む1パラメータ族の計量についても同様の定理が成立することを示した。この研究では一般には単調計量とは限らない量子 Fisher 情報行列の解析を行い、量子統計モデルの分類に対して有効であることを示した。

③ 攪乱パラメータを含む量子統計モデルに対しても、構造パラメータの推定誤差限界が有効量子 Fisher 情報行列（射影された対数微分演算子を用いた計量）で表現されるための必要十分条件を導出した。この結果により、未知のノイズを含む量子統計の誤差限界がどのような場合に量子 Fisher 情報行列を用いて表されるかを接ベクトルの性質として判定することができるとともに、そのような量子統計モデルの情報幾何学的な意味づけも明らかになった。

(4) 具体的な物理モデルでの推定誤差評価：

① 磁場が確率的に揺らいでいる場合の周波数推定問題：

一様外部磁場による原子のスピンの回転周波数を推定する応用上も重要な問題に対して、揺らいでいる外部磁場の影響を考慮した場合の推定誤差限界について提案する手法で解析した。従来の研究では、揺らいでいる外部磁場（ノイズ）を既知とした研究がほとんどであったため、導出されている推定誤差限界は達成可能ではないが、攪乱パラメータとして扱うことにより達成可能な推定誤差限界を評価できることを示し、両者のギャップについても定量的に論じた。（図1：横軸は時間、縦軸は有効量子 Fisher 情報量を表す。）特に重要な結果として、提案する達成可能な評価方法（青い曲線）から示されるように、先行研究で提案されていたノイズの非マルコフ性によるメモリー効果（赤い曲線）が達成可能ではなく、有効ではないことを示した結果を国際会議で発表し高い評価を得た。

- 既存研究: QFI (攪乱パラメータ無): $J_{\theta}(\theta, \theta_N)$ (赤曲線)
- 提案手法: Partial QFI (攪乱パラメータ有): $J_{\theta}(\theta|\theta_N)$ (青曲線)

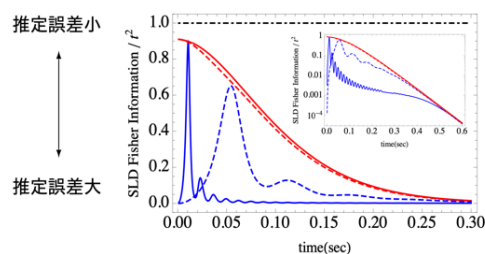


図 1 有効量子 Fisher 情報量と先行研究の評価方法に夜推定誤差限界の比較

② パウリ通信路におけるノイズのバイアス度推定問題：

量子2準位系において最も標準的なパウリ通信路を考え、通信路のノイズのバイアス度合い（強いノイズと弱いノイズの差）に関する最適な推定問題を解析した。バイアス度合いを正しく推定することは量子情報処理を行う際にも重要な応用となることが知られている。この問題では、バイアス度合いを表すパラメータ以外にも通信路を特徴づける攪乱パラメータを含む問題であり、

本研究の提案手法を用いて解析することができる。解析的に最適な推定方法を求め、適応的に最適な推定を行う方法を提案し、数値シミュレーションを行った。図2では、準最適な推定法による推定値と適応的な推定法による推定値の比をプロットする。(図2：横軸はノイズのバイアス度合いを表す。1より小さい場合には適応的な推定法が有効であることを示す。) 結果としては、サンプルサイズが比較的大きい場合においても、攪乱パラメータの影響により、適応的な推定方法が有効ではなく、準最適である非適応的推定方法の方が推定誤差を小さくできることを示したことは、実際の実験に対して有効な測定方法を実装する上で非常に重要な結果である。

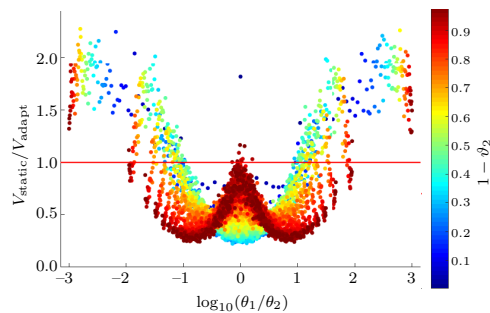


図2 適応的な推定方法に基づく推定誤差の評価

③ 一様磁場中電子の位置推定問題：

一様磁場中で運動している電子の位置演算子の期待値推定問題を量子パラメータ推定問題として定式化し、推定誤差のトレードオフ関係（量子推定による不確定性関係）を詳細に調べた。非自明な結果の1つとして、物理状態を表す物理的なパラメータの値に応じてトレードオフ関係が存在の有無が変化することを示した。具体的には、SLD 量子 Fisher 情報行列および RLD 量子 Fisher 情報行列による推定誤差限界が交点を持つ条件を明らかにした。この転移現象は量子統計モデルに対する分類の結果を用いて一部解釈することができるが、より一般の観点からの得られた現象に対する理解が今後の課題となる。

④ 外れ量子状態を含むガウスシフトモデルに対するロバスト推定問題：

量子光学でよく知られたコヒーレント状態の位相推定問題に対して、不確定な量子ノイズの効果を考慮し、有効な推定方法を提案した。研究の新規性としては、量子状態を生成する際に制御できないような外れ量子状態を含む量子統計モデルを提案し、ロバスト統計で知られている M 推定を適用した。外れ量子状態が対称性を持つ場合やノイズの割合が非常に小さいといった特殊な場合には、従来の最尤推定に基づく推定と提案する M 推定による差異は比較的小さいことが示された。一方で、より一般の外れ量子状態がある場合には、従来の推定方法では全く異なる推定値となり、M 推定（赤で示されたガンマダイバージェンスに基づく M 推定）を用いることで比較的大きいノイズの割合に対しても、理論値（オレンジ）に近く、非常に有効な推定ができることが分かった。(図3：横軸は外れ量子状態の割合、縦軸は推定値) この結果はより量子系におけるより一般のロバスト統計の発展につながることを期待され、量子通信等の応用上も重要である。

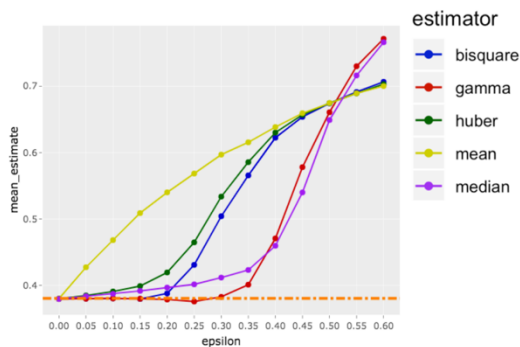


図3 M 推定を用いた推定誤差のロバスト曲線

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計4件（うち査読付論文 4件/うち国際共著 2件/うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 Gazit Yonatan, Ng Hui Khoo, Suzuki Jun	4. 巻 100
2. 論文標題 Quantum process tomography via optimal design of experiments	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 12350
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevA.100.012350	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Suzuki Jun	4. 巻 21
2. 論文標題 Information Geometrical Characterization of Quantum Statistical Models in Quantum Estimation Theory	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Entropy	6. 最初と最後の頁 703 ~ 703
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3390/e21070703	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Suzuki Jun	4. 巻 0
2. 論文標題 Nuisance parameter problem in quantum estimation theory: Tradeoff relation and qubit examples	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 0
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/ab8672	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -
1. 著者名 Suzuki Jun, Yang Yuxiang, Hayashi Masahito	4. 巻 0
2. 論文標題 Quantum state estimation with nuisance parameters	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical	6. 最初と最後の頁 0
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1088/1751-8121/ab8b78	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計17件（うち招待講演 2件 / うち国際学会 6件）

1. 発表者名 Jun Suzuki
2. 発表標題 Phase Estimation Problem in the Presence of Nuisance Parameters
3. 学会等名 XVI International Conference on Quantum Optics and Quantum Information (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Yonatan Gazit, Hui Khoon Ng, Jun Suzuki
2. 発表標題 Optimal estimation of noise asymmetry in the qubit Pauli channel via the theory of optimal design of experiments
3. 学会等名 19th Asian Quantum Information Science Conference (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shin Funada, Jun Suzuki
2. 発表標題 Uncertainty relation for the position of an electron in a uniform magnetic field from quantum estimation theory
3. 学会等名 19th Asian Quantum Information Science Conference (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Shin Funada, Jun Suzuki
2. 発表標題 Error trade-off relations for two-parameter unitary model with commuting generators
3. 学会等名 第41回量子情報技術研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Jun Suzuki
2. 発表標題 Characterization of Quantum Parametric Models Based on One-Parameter Family of Quantum Fisher Metric
3. 学会等名 第42回情報理論とその応用シンポジウム
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 本武行人, 鈴木淳
2. 発表標題 ロバスト統計を用いた外れ値のあるコヒーレント状態の位相推定
3. 学会等名 2020年電子情報通信学会 総合大会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Jun Suzuki
2. 発表標題 Characterization of classical statistical model for quantum parametric model
3. 学会等名 The 38th Quantum Information Technology Symposium (QIT38)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Shin Funada, Jun Suzuki
2. 発表標題 Uncertainty relation from parameter estimation of the position of an electron in a uniform magnetic field
3. 学会等名 The 39th Quantum Information Technology Symposium (QIT39)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Jun Suzuki
2. 発表標題 Parameter Estimation Problems in Quantum Systems and Optimal Design of Experiments
3. 学会等名 The 41st Symposium on Information Theory and its Applications (SITA2018)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Jun Suzuki
2. 発表標題 Equivalence theorem and comparison of optimal designs in qubit systems
3. 学会等名 ISEC IT WBS 合同研究会
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Jun Suzuki
2. 発表標題 Phase estimation of a qubit state interacting with unknown noise parameters
3. 学会等名 International Conference on challenges in Quantum Information Science, CQIS2018 (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Jun Suzuki
2. 発表標題 Quantum Information Geometry of a Qubit System: Parameter Estimation View
3. 学会等名 International Workshop on Quantum Information, Quantum Computing and Quantum Control (IWQIQC2018) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Jun Suzuki
2. 発表標題 Classification and characterization of quantum parametric models in quantum estimation theory
3. 学会等名 18th Asian Quantum Information Science Conference (AQIS2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Jun Suzuki
2. 発表標題 Phase estimation problem in open quantum systems with nuisance parameters: An analysis on the memory effect and achievability of the quantum Cramer-Rao bound
3. 学会等名 第36回量子情報技術研究会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Jun Suzuki
2. 発表標題 Channel-parameter estimation problem in quantum systems from optimal design of experiments
3. 学会等名 第40回情報理論とその応用シンポジウム
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Jun Suzuki
2. 発表標題 Parameter Estimation of Quantum States from Optimal Design of Experiments
3. 学会等名 第37回量子情報技術研究会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Jun Suzuki
2. 発表標題 Parameter orthogonalization method in quantum parameter estimation problem
3. 学会等名 IT・ISEC・WBS合同研究会
4. 発表年 2018年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----