研究成果報告書 科学研究費助成事業

今和 3 年 5 月 2 9 日現在

機関番号: 14501

研究種目: 基盤研究(C)(一般)

研究期間: 2017~2020

課題番号: 17K05578

研究課題名(和文)非一様系のエンタングルメント構造解析:テンソルネットワーク形式を用いて

研究課題名(英文)Entanglement Structure Analysis of Non-Uniform Systems by Tensor Network Formulation

研究代表者

西野 友年(Nishino, Tomotoshi)

神戸大学・理学研究科・准教授

研究者番号:00241563

交付決定額(研究期間全体):(直接経費) 3.600.000円

研究成果の概要(和文):本研究ではテンソルネットワーク形式を用い、エンタングルメントに現れる空間構造の解明を、一様あるいは非一様な系の平衡状態に対して数値的に進めた。まず、再帰的な構造を持つフラクタル格子上の古典および量子スピン模型に対して高次テンソル繰り込み群を適用し、相転移に現れる臨界指数が非自明な値であることを示した。また、古典ランダムスピン系に対して行列積状態を背景とするTEBD手法を適用し、エンタングルメント・エントロピーが西森曲線上においても特異性を示すこと示した。正方格子上の多面体模型に対しては、角転送行列繰り込み群を通じて相転移解析を行い、中心電荷が1以上である場合の存在が判明 した。

研究成果の学術的意義や社会的意義 フラクタル格子上では臨界領域でもエンタングルメントの増大が抑制され、テンソルネットワーク形式による相 転移解析が数値的に精密に行えることが判明し、フラクタル系の実質的な空間次元の理解が深まると期待され る。2次元格子上のランダムスピン系に対してTEBD手法による情報が可能であることが実証されたにと から、より高次元のランダム系へのテンソルネットワーク形式の応用が広がり、スピングラスまでを含む状態解析が期待される。以上の成果などをレビュー図書に取りまとめ、初学者向けの解説も含めたものを出版した。より多彩な物理系へのテンソルネットワークの応用が更に広がって行くことが期待される。

研究成果の概要(英文):Structure contained in the quantum entanglement is studied through the tensor network formulation. To classical and statistical spin models defined on the latices with fractal geometry, we applied the higher-order tensor renormalization group (HOTRG) method, and showed that the systems exhibit second-order phase transitions. The obtained value of the critical indices are non-trivial. To the random bond Ising model on square lattice, we applied the time evolving block decimation (TEBD) method. It was clarified that the entanglement entropy defined for the boundary spin configuration function exhibit critical singularity, even on the Nishimori curve. To the polyhedral vector spin models on the square lattice, we applied the corner transfer matrix renormalization group (CTMRG) method, and clarified that the systems exhibit second-order phase transition, where the value of the central charge is larger than unity for the dodecahedron and icosahedron models.

研究分野: テンソルネットワーク形式

キーワード: エンタングルメント テンソルネットワーク 繰り込み群 エントロピー フラクタル ランダム系 相転移 臨界指数

様 式 C-19、F-19-1、Z-19(共通)

1.研究開始当初の背景

- (1)量子多体系として格子上の一様な量子スピン系を念頭に置くと、ギャップを持つ基底状態では、エンタングルメント・エントロピーに面積則が成立し、1次元格子の上では一様に連結した有限自由度の行列積で、高次元格子の上ではテンソル積で系の状態が良く記述される。一方で、基底状態がギャップレスであれば面積則は崩れ、対数的に変形された体積則が現れる。この場合には階層を持つテンソルネットワークである、MERA ネットワークにより系の状態が良く記述される。このように、状態を適切に表現し得るテンソルネットワークは、系が持つエンタングルメントの構造を反映した結合を持つことが知られていた。
- (2)物理系には一様なものもあれば非一様なものもある。後者のよく知られた具体例として、一様系の境界を取り上げることができる。ギャップを持たない系では、磁化やエネルギー密度の長距離に渡る変化が、境界の効果により生じる。導体中に置かれた単一の不純物も、一様系の境界と見なして取り扱うことが可能であり、状態の変化はその周囲にも及ぶ。境界付近の状態変化は、因果光円錐内のテンソルが変化を受けた、いわゆる境界 MERA で表現されることが知られている。近藤効果を記述する境界 MERA は、ウィルソン繰り込み群と形式的に良い対応がある。なお、不純物の MERA による取り扱いでは、フラクタル的な階層を持つテンソルネットワークが現れることが特徴的である。
- (3)古くから取り扱われて来たランダムな量子系も非一様系のよく知られた事例であり、特に局在の有無を議論の中心として解析されて来た。局在下では、適切な基底を用いればハミルトニアンをテンソル積演算子として表現できることが示唆されている。強いランダムネスの下では、摂動的に構成した木構造テンソルネットワークが、状態をよく記述することが知られていた。エンタングルメントの構造も、この木構造に合致していると考えられる。ランダムな古典スピン系では、秩序・無秩序転移の普遍性が興味の中心であり、空間次元が高い場合にはスピングラス状態も現れ得る。これらの統計力学的な平衡状態では、エンタングルメントの構造はあまり注目されないものであった。
- (4)非一様性には、上述の境界・不純物効果のように急峻なものもあれば、空間的にゆっくりと変化する緩やかなものもある。遅い変化の事例として、正弦2乗変形が知られている。これは有限長の1次元量子系において、系の中央から両端へと向かって相互作用パラメターを緩やかに減少させる形の変化を導入するものである。驚くべきことに、正弦2乗変形の下では系の両端が仮想的に閉じた、周期的な基底状態が得られるのである。この事例は、わずかな非一様性の導入により、基底状態のエンタングルメント構造が大きく変わってしまうことを示している。一様系のエンタングルメント構造にもまだまだ未知の部分が残っている現状を端的に表す例である。
- (5)以上の通り、ハミルトニアンに現れる非一様性が、量子系の基底状態あるいは古典統計系の熱平衡状態にどのような影響を与えるか、個別に具体例が蓄積されつつある状況であった。また、系が持つエンタングルメントの構造に対して、テンソルネットワークを軸とした描像が持ち込まれつつあった。非一様系の数値的な取り扱いにおいて、どのような繰り込み群変換が状態を精度良く記述する道筋を与えるか、幾つかの具体例に対して検討してみることや、更に進んだ統一的な観点の模索が、本研究の主な動機である。また、これらの解析を実現する数値的手法の開発も強く求められるものであった。

2.研究の目的

- (1)本研究の主目的は、ハミルトニアンが空間的に非一様である量子系に着目し、主に基底状態のエンタングルメント構造を、テンソルネットワーク形式を用いた数値解析により把握して行ことである。概観的には、エネルギースケールの変化が量子相関に及ぼす非自明な影響を、繰り込み群的な観点に基づいて解析して行くとも表現できるだろう。前述のとおり、緩やかなエネルギースケール変形を通じてこれまでに得られた知見をもとに、本研究では局所相互作用に現れるスケール因子が、より一般的な空間変化を持つ場合について、そのエンタングルメント構造をシステマティックに解明して行こうとする。また、これとは逆に、非一様性をコントロールしてエンタングルメント構造を制御する手段も模索して行く。更に、量子・古典対応を通じて古典統計系にも着目して行く。下記のとおり、古典ランダム系の熱平衡状態についても数値解析を進め、エンタングルメントの構造を明らかにして行く。いずれの事例においても、エンタングルメント・エントロピーは重要な指標である。
- (2)スケール因子がフラクタル的な空間構造を持つ場合、階層ごとのエネルギースケールの比が顕著であれば、慣習的に実空間繰り込み群で取り扱われて来たヒエラルヒカル格子模型へと帰着する。この場合、枝分かれする構造を持った木構造テンソルネットワークで基底状態が精密に記述される。一方、エネルギースケールの比が1である極限は一様系であり、基底状態は一様な行列積状態あるいは MERA ネットワークで表されるようになる。特にギャップレスの系で、この移り変わりは非自明であり、状態変化に対応したテンソルネットワークの組み換えは考察すべき対象である。関連する研究目的として、スケール変換に対しては一様系に似た振る舞いを

示し、かつ並進対称性を持たないフラクタル格子上の2次元および3次元古典系の熱平衡状態の解析にも取り組んで行く。

- (3)スケール因子が空間的にランダムである場合のエンタングルメント構造の解析も、本研究のターゲットである。量子系の基底状態と古典統計系の熱平衡状態の関係を表す量子・古典対応の概念から、時間変動を伴う非一様系は古典ランダム系の熱平衡状態に対応していることがわかる。3次元空間中では、ランダムネスが強い場合にはスピングラス相が生じることが知られており、エンタングルメント・エントロピーを指標とする量子情報的な観点からの解析が新たな取り組みとして浮かぶ。しかしなからまずは堅実に、2次元空間中のランダム系をターゲットに据え、正方格子上のエドワーズ・アンダーソン模型について、転送行列形式による取り扱いの下で、パラメターの変化がエンタングルメントに与える影響の探索を行って行く。
- (4) 一様系のエンタングルメント構造も、高い自由度・対称性を持つ系の場合には、実はまだ不明な部分が多い。2次元格子上の異方的的な O(N) ベクトル模型の相転移がどのような普遍性を示すか、異方性が大きな極限を取った離散的自由度の多面体模型を経由して、テンソルネットワーク形式を用いて数値解析して行く。相転移において、エンタングルメント・エントロピーがどのように変化して行くかを解明することが目標である。
- (5)以上の研究目的の実現に向けて、状態の非一様性を反映した連結や階層を持つテンソルネットワークを、自動的に構築する計算手法の開発も、研究目的に掲げる。これまで、テンソル積状態や MERA のような、連結構造の定まったテンソルネットワークを用いる計算手段が用いられて来た。計算に必要な数値的資源を問わなければ、物理対象の定量評価が十分に可能だからである。これに対して本研究では、エンタングルメントの強さを必要なボンド次元と一致させて行くことを最終的な目標に掲げ、状態の非一様性に応じた連結や階層を持つテンソルネットワークを、自動的に構築することを模索して行く。このように、柔軟な数値計算手法の開発も、本研究の目的である。

3.研究の方法

- (1)数値的に研究目的へとアプローチする技法について、まず述べる。構造が互いに異なる2つのテンソルネットワークは、各テンソルの自由度が充分に大きければ、同一の量子状態を同じように記述できる。この冗長性を活かし、非一様な量子状態を自由度の小さいテンソルの下で精度良く表現して行く。これを可能とするテンソルの連結を探索し、状態のエンタングルメント構造を決定して行く道筋があるはずだ。この目標を達成するには、まず階層を持つテンソルネットワークに対する基本的な変形技法を実装する必要がある。これらの点に留意しつつ、非一様系に現れるエンタングルメントの構造について、以下のとおり数解析を進めて行く。
- (2)研究目的で取り上げたフラクタル状の非一様性の下であっても、相転移点近傍では長距離に渡るエンタングルメントが存在することが予測される。従って、木構造ネットワークを背景として仮定し、充分に状態数を確保できる高次テンソル繰り込み群 (HOTRG) 手法を用いる。フラクタル格子上の量子系あるいは古典統計系について、平衡状態の数値解析を進め、少ない自由度で精密な計算が可能であるかを検証する。プログラム開発にあたっては、海外の共同研究者と緊密に連絡を取りつつ推進した。
- (3)ランダムな非一系の例として、2次元エドワーズ・アンダーソン模型についてまず数値解析手法を開発する。その基盤となるものは、転送行列形式を行列積形式で取り扱う TEBD 手法である。古典統計系の場合、局所的な推進テンソルにユニタリー性がないので、その点には注意しつつ計算を進める必要がある。TEBD の実行を通じて特異値が得られることから、エンタングルメント・エントロピーが容易に求められる。多体局在との関連も念頭に置きつつデータ収集を進め、ランダム系に特徴的なエンタングルメント構造の把握を推進する。
- (4)2次元格子上の異方的的な O(N) ベクトル模型については、離散極限である多面体模型を、大規模な数値計算に適した CTMRG 手法を用い、熱平衡状態の解析を進める。角転送行列の固有値を2乗すれば、量子古典対応を通じて1次元量子系についての特異値が得られ、エンタングルメントについて情報を与えることから、いわゆる有限エンタングルメントスケーリングを実行し、臨界現象の特徴の把握を進める。
- (5)テンソルネットワーク形式では、それぞれのテンソルが持つ足の自由度が十分に大きければ、どのような結合を持つテンソルネットワークであっても、任意の状態を厳密に記述できる。足の自由度を小さく絞って行くと、系のエンタングルメント構造を反映しないテンソルネットワークから先に、近似精度が悪くなって行く。複数のテンソルネットワークの間でこのような近似精度比較を行えば、最適な構造が自然と浮かぶはずである。数値的な実装においては、2つのテンソルネットワークが「互いに変換できる」ことが重要である。木構造ネットワークを念頭に置くと、一本の幹から一方向に枝が伸びるだけの行列積状態から、一様に枝分かれして行く二

進木構造まで、様々な可能性が浮かんで来る。互いに異なる木構造を、基本変形を通じて自動的 に結ぶ数値アルゴリズムについて検討して行く。

4.研究成果

- (1) エネルギースケール変形の代表的な事例として、フラクタル格子上の系、ランダム系などについて、以下の通りそれぞれテンソルネットワーク形式を用いた数値計算を行った。また、エンタングルメント構造の解明の一環として離散 O(N) ベクトル模型についての相転移解析も行った。これらの解析を目標として開発した数値計算プログラムは、今後の研究に用いることができるよう、可能な限り汎用性のある形で保管してある。
- (2)再帰的な空間構造を持つフラクタル格子上の量子および古典系について、テンソルネット ワーク手法による状態解析を行った。古典系では、ハウスドルフ次元が 1 以上 2 以下である、 シェルピンスキー・カーペット上のイジング模型をまず研究対象とした。この格子上で、高次特 異値分解 (HOSVD) を 再帰的に用いる方法について検討した結果、対角線方向に系を分解すれ ば、必要な計算量を大きく抑えられることが判明した。この分解に基づいて、数値的に繰り込み 群計算を行ったところ、自由エネルギーから求めた比熱の振る舞いから、系は 2 次相転移を起 こすことがわかった。ボンド毎にエネルギーを測定し、各ボンドからの比熱の寄与を観察したと ころ、その振る舞いは場所によって異なるものであった。フラクタル格子は、ブロックが再帰的 に結合したものであるが、ボンド比熱が最も強い特異性を示したサイトは巨大なブロック同士 を接続する部分であった。系の非一様性は自発磁化にも現れ、系の内部でサイトが密集した部分 は相転移温度付近で磁化が急増し、ブロックを接続する部分の特異性は弱いものであった。これ らの事実より、シェルピンスキー・カーペット上ではまず小さなブロックから秩序化が始まり、 系全体を接続する部分まで相関が及んだ時点で、相転移を起こすという描像を得ることができ た。量子系では、三角格子に穴を開けた形を持つ、シェルピンスキー・ガスケット上の横磁場イ ジング模型を、トロッター・鈴木分解により 3 次元的な古典格子模型にマップすることによっ て、高次特異値分解を用いたテンソルネットワーク手法により解析した。この系は、シェルピン スキー・カーペットに比べると結合が疎であり、古典イジング模型は相転 移を示さないが、量 子系である横磁場イジング模型は相転移を起こすことを確認した。計算の実装においては、初期 テンソルの構成方法について、空間・虚時間のそれぞれの方向への、エンタングルメント・ エ ントロピーを指標とする数値処理の重要性を示した。これらフラクタル上の相転移では、臨界指 数から推定される有効的な空間次元が、非整数であることをスケーリング関係式から裏付ける ことができた。以上の通り、系のフラクタル性は臨界現象に非自明な影響を与えているのである。 得られた成果は報文にまとめてプレプリントあるいは出版論文として公開した。発展的に、3次 元的な結合を持つシェルピンスキーピラミッド格子上の量子イジング模型と、その拡張である3 状態量子ポッツ模型について、横磁場に対する量子相転移の特異性を、高次特異値分解を用いた テンソルネットワーク形式により数値的に解析した。その結果、自発磁化が示す臨界指数は、2 次元量子イジング模型が示す特異性から外れ、1次元量子イジング模型側に寄っていることが判 明した。シェルピンスキーピラミッドのフラクタル次元は2であることから、格子のフラクタ ル次元が、その上に乗った模型の臨界現象に対して、直ちに反映されるものではないことが、以 上の数値解析から新たに判明した。
- (3)代表的なランダムスピン系として知られる2次元±Jイジング模型が、西森曲線上では内部エネルギーが解析的であるにも関わらず、エンタングルメント・エントロピーのランダム平均値 S が相転移点の周囲で臨界特異性を示すことを、行列積状態 (MPS) を背景とするTEBD手法による転送行列形式の取り扱いを通じて明らかにした。スケーリング解析の結果、中心電荷C や臨界指数はモンテカルロ法などにより知られている値と良い一致を示し、エンタングルメント・エントロピーの追跡が古典ランダム系の数値解析に有効な指標であることがわかった。
- (4) 一様な 2 次元系が臨界状態にある状況を、半無限の非一様な量子 1 次元系と解釈することが可能である。対応する量子的な情報量であるエンタングルメント・エントロピーを数値計算により求め、相転移現象の解明を行うアプローチがある。これを、離散的な O(N)ベクトル模型や 6 状態クロック模型に対して適用した。6 状態クロック模型については、エンタングルメント・エントロピーを用いればベレジンスキー・コスタリッツ・サウレス相の境界を精密に確定できることが確認できた。また、正多面体の頂点方向のみをスピンが指す古典離散ベクトル模型の相転移を、角転送行列繰り込み群により調べた。スピン自由度が 12 状態の正 20 面体模型の双方ともに中間相を持たない 2 次転移を示し、対応する中心電荷 C が 1 を超えていることが新たに判明した。更に、より高次元の内部自由度を持つ模型についても考察を広げた。その一貫として、内部空間の次元が 4 以上である十字ポリトープ模型などの熱力学解析に着手している。数値データの統計的な取り扱いにおいては、原田によるベイズ推定のアルゴリズムを用い、先見的な知識を用いずにスケーリング関数の形を確定した。
- (5)非一様系のエンタングルメント構造解析を技術的に支える、数値計算手法の開発を目的と

して、まず厳密に対角化できるサイズの系について、エンタングルメント構造を木構造テンソルネットワークにより自動的に表現するアルゴリズムを幾つか開発した。 2 分エンタングルメント・エントロピーをあらゆる分割について求めておくと、エンタングルメントの分布を木構造の枝の上で表現することができる。全ての枝の上に現れる数値のうち、最大のものが最も小さくなるものが、最適な木構造である。系の可能な分割全てについてこの操作を行うと、最適なものが必ず見つかるけれども、必要な数値計算量は膨大なものとなる。実用上は最適なものに近い木構造を発見できれば十分であることから、より計算量が少ない簡易的な探索アルゴリズムを開発した。この成果については学会で発表済みである。より実用的には、木構造ネットワークの基本変形に対応して、エンタングルメントを求め直して行く自動最適化の手続きと、対応するハミルトニアンのブロック化を行う必要があり、この点については今後も継続して開発を進めて行く。

5 . 主な発表論文等

「雑誌論文 〕 計7件(うち査読付論文 7件/うち国際共著 7件/うちオープンアクセス 0件)

〔雑誌論文〕 計7件(うち査読付論文 7件/うち国際共著 7件/うちオープンアクセス 0件)	
1.著者名	4.巻
Krcmar Roman、Genzor Jozef、Lee Yoju、?en?arikov? Hana、Nishino Tomotoshi、Gendiar Andrej	98
2.論文標題	5 . 発行年
Tensor-network study of a quantum phase transition on the Sierpi?ski fractal	2018年
3.雑誌名 Physical Review E	6.最初と最後の頁 1-8
掲載論文のDOI(デジタルオプジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.98.062114	 査読の有無 有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	該当する
1.著者名	4.巻
Ueda Hiroshi、Okunishi Kouichi、Krcmar Roman、Gendiar Andrej、Yunoki Seiji、Nishino Tomotoshi	96
2.論文標題	5 . 発行年
Critical behavior of the two-dimensional icosahedron model	2017年
3.雑誌名 Physical Review E	6.最初と最後の頁 1-5
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.96.062112	 査読の有無 有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	該当する
1 . 著者名	4.巻
Jozef Genzor, Tomotoshi Nishino, Andrej Gendiar	67
2.論文標題	5 . 発行年
Tensor Networks: Phase transition phenomena on hyperbolic and fractal geometries	2017年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Acta Physics Slovaca	85-206
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
なし	有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	該当する
1.著者名 Ueda Hiroshi、Okunishi Kouichi、Harada Kenji、Kr?m?r Roman、Gendiar Andrej、Yunoki Seiji、 Nishino Tomotoshi	4.巻 101
2.論文標題 Finite-m scaling analysis of Berezinskii-Kosterlitz-Thouless phase transitions and entanglement spectrum for the six-state clock model	
3.雑誌名 Physical Review E	6.最初と最後の頁 1-7
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.101.062111	 査読の有無 有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	該当する

1 . 著者名	4.巻
Roman Krcmar, Andrej Gendiar, Tomotoshi Nishino	137
2 . 論文標題	5 . 発行年
Entanglement-entropy study of phase transitions in six-state clock model	2020年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Acta Physica Polonica A	598-601
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子)	査読の有無
なし	有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	該当する
1.著者名	4.巻
Sasagawa Yoshinori、Ueda Hiroshi、Genzor Jozef、Gendiar Andrej、Nishino Tomotoshi	89
2. 論文標題	5 . 発行年
Entanglement Entropy on the Boundary of the Square-Lattice ±J Ising Model	2020年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Journal of the Physical Society of Japan	114005~114005
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.7566/JPSJ.89.114005	 査読の有無 有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	該当する
1 . 著者名	4.巻
Ueda Hiroshi、Okunishi Kouichi、Yunoki Seiji、Nishino Tomotoshi	102
2. 論文標題	5 . 発行年
Corner transfer matrix renormalization group analysis of the two-dimensional dodecahedron model	2020年
3.雑誌名	6.最初と最後の頁
Physical Review E	1-8
掲載論文のDOI(デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevE.102.032130	 査読の有無 有
オープンアクセス	国際共著
オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	該当する
〔学会発表〕 計6件(うち招待講演 0件/うち国際学会 0件)1.発表者名西野友年	
2 . 発表標題 フラクタル格子上のイジング模型	
3.学会等名 日本物理学会2019年秋季大会	

日本物理学会2019年秋季大会

4 . 発表年 2019年

1.発表者名
西野友年
0 7V+1F0F
2. 発表標題
Tree Tensor Network を用いた量子系の最適表現 I
2 WAMP
3.学会等名
日本物理学会第75回年次大会
4 . 発表年
2019年
1. 発表者名
西野友年
2.発表標題
シェルピンスキーのホットカーペットにイジング乗せてみた
3. 学会等名
日本物理学会2018年秋季大会
4.発表年
2018年
1.発表者名
西野友年
2. 発表標題
謝爾賓斯基 (Sierpinski) 三角形上の横磁場イジングを HOTRG で調べてみた
3 . 学会等名
日本物理学会第74回年次大会
4.発表年
2019年
1. 発表者名
西野友年
2.発表標題
1次か2次かの examination 目標は octahedron model
3. 学会等名
日本物理学会2020年秋季大会
4.発表年
2020年

1.発表者名 西野友年		
2 . 発表標題 フェルミ系のエネルギー変形あれこれ	ルと境界効果の 抑制	
3.学会等名 日本物理学会第76回年次大会		
4 . 発表年 2021年		
〔図書〕 計1件		
1 . 著者名 西野 友年		4.発行年 2021年
2 . 出版社 サイエンス社		5.総ページ数 216
3.書名 テンソルネットワークの基礎と応用		
(産業財産権) (その他)	N. 1 + 1 + 1 1 1 1 1 1 1 1	学生 マルス リローは以下の深います
トプラルイツトワーク形式に関連するプレブリ http://quattro.phys.sci.kobe-u.ac.jp/dmrg.	ントを日々リストするDMRG Home Pageを20年以上に渡って html	里宮している。UKL は以下の通りである。
6.研究組織 氏名	所属研究機関・部局・職	
(ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研入機製・部局・職 (機関番号)	備考
7.科研費を使用して開催した国際研究第	集会	
[国際研究集会] 計1件 国際研究集会		開催年
Tensor Network State: Algorithms a	and Applications 2018	2018年~2018年
		-

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
スロバキア	スロバキア科学アカデミー			