

令和 3 年 6 月 3 日現在

機関番号：15401

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2017～2020

課題番号：17K05579

研究課題名（和文）量子相関限界の量子情報理論的研究

研究課題名（英文）Quantum information theoretical study on bounds on quantum nonlocality

研究代表者

石坂 智（Ishizaka, Satoshi）

広島大学・先進理工系科学研究科（総）・教授

研究者番号：10443631

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,200,000円

研究成果の概要（和文）：量子力学的にエンタングルした量子状態に対する2者の測定結果の間には、ベル不等式を破るような量子力学特有の相関が現れるが、最も簡単なベル不等式の設定においてすら、量子相関の強さの限界を同定するための解析的条件は導出されていなかった。本研究により、量子相関の凸集合の極点を同定するための解析的条件の導出に成功した。厳密な数学的証明には至っていないが、数値計算による検証をことごとくパスしており、極めて妥当なものである。また、ベル不等式の破れ量だけから極点相関が保証され得る可能性を示したり、3個以上の任意の数の測定を含む複雑な量子系の自己テストを可能にするような自己テストプロトコルの構築も行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

量子相関限界を規定している基本的な物理原理を探するための研究が近年活発に行われているが、量子相関限界を同定するための解析的条件が得られていないことが深刻な問題の一つとなっていた。厳密な数学的証明には至っていないものの、解析的条件の導出は数十年に渡る未解決問題であり、数値的に妥当な解析的条件の導出に成功した学術的意義は大きいと考えている。また、自己テストプロトコルは、デバイスの詳細に依存しない量子情報処理の中核技術の一つであり、量子暗号通信や真性乱数発生などの応用にとって重要である。複雑な量子系を系統的に自己テストする方法を与えるプロトコルが構築できたことは、応用上の意義が大きいと考えている。

研究成果の概要（英文）：The outcomes of measurements on entangled quantum states are correlated in a novel way such that it violates Bell's inequality. However, the analytical criterion for identifying the boundaries between quantum and postquantum correlations has not yet been given, even in the simplest Bell scenario. We succeeded to obtain a plausible, analytical, necessary and sufficient condition ensuring that a nonlocal quantum correlation in the simplest scenario is an extremal boundary point. Extensive numerical calculations strongly support this conjectured criterion. Moreover, we suggested that the extremality is possibly certified by only verifying whether the CHSH violation exceeds a certain threshold. We also constructed self-testing protocols, which is superior in that, by using this as a building block and repeatedly adding measurements, a realization with an arbitrary number of measurements can be self-tested.

研究分野：量子情報理論

キーワード：量子相関 量子非局所性 ベル不等式 自己テスト チレルソン限界

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

量子力学的にエンタングルした量子状態に対し、遠く離れた2者が測定を行うと、その測定結果の間には量子力学特有の相関(量子非局所相関、略して量子相関)が現れる。量子相関は古典力学的に許される相関より強いではあるが、量子相関を使っても遠隔地間の瞬時通信は不可能であり、光速を超える情報伝達を禁止する相対性理論の原理(瞬時通信不可能原理)とは矛盾しない。しかし、量子相関の強さは、瞬時通信不可能原理よりも強い原理によって制限されていることが明らかになった。それ以降、量子力学の背後にあり、量子相関の強さを規定している基本的な物理原理を探究するための量子情報理論的な研究が世界的に行われ、情報因果律などの原理が発見された。情報因果律とは、『通信において受信者が受け取れる情報量は、たとえエンタングル状態を使ったとしても、古典通信のビット数を超えない』という原理であり、これによりベル不等式におけるチレルソン限界や、もっと複雑な量子相関限界などが説明できることが示された。これに対し我々は、情報因果律では説明することができない量子相関限界が存在することを示していた。また、それが『完全にスクランブルされたメッセージは情報を運ぶことができない』という暗号原理であることも明らかにしていた。

2. 研究の目的

(1) 我々が示した暗号原理は、情報因果律をノイズがない特殊ケースとして含んでおり、情報因果律よりも強力な原理である。したがって、量子相関限界の多くが暗号原理に従っているものと期待できるが、どの量子相関限界が暗号原理に従っているのかは分かっていないので、それを明らかにする。また、暗号原理に従っていない量子相関限界に対しては、それを規定する新原理を探究する。

(2) 量子相関限界の中には部分エンタングル状態でのみ実現され得るというものが存在し、この特異な量子相関限界においては、量子状態の非直交性が測定値の不確定性を生み出し、その不確定性によって量子相関の強さが暗号原理を通して制限されるという格好になっている。この特異な量子相関の性質を詳細に調べることにより、非直交性、不確定性、非局所性という量子力学の核心的な概念の相互関係を明らかにする。

(3) 量子状態の非直交性が量子相関の測定結果の統計的データだけから保障できることを応用した量子情報プロトコルの構築や実証実験方法の提案を行い、量子相関における暗号原理の応用展開を行う。

3. 研究の方法

(1) 量子相関における暗号原理を取り入れた量子限界不等式が、様々な量子限界において正しく飽和しているかどうかを数値的に調べ、暗号原理の適用限界を探る。そしてその結果を量子限界不等式の改良や、新しい物理原理の探究へと繋げる。

(2) 暗号原理においては受信者の局所状態の非直交性が重要な役割を果たしており、同じ局所状態を取り扱う量子ステアリングとの関連性は極めて高い。量子ステアリングと不確定性には強い相互関係があることが指摘されており、暗号原理と量子ステアリングとの関係を調べることにより、非局所性、非直交性、不確定性の相互関係を明らかにする。

(3) 受信者の局所状態の非直交性を保障する方法の改良を行い、それを応用して量子プロトコル等の提案を行う。

4. 研究成果

(1) 暗号原理を取り入れた量子限界不等式(暗号的量子限界不等式)が、どのような量子限界で飽和するのかを調べるため、大規模な数値計算を行った。具体的には、ベル不等式を数値的にランダムに生成し、生成したベル不等式を最大化する量子状態と量子測定をシーソー法によって求め、求めた量子相関限界が暗号的量子限界不等式を飽和しているかどうかを調べるという計算を行った。これにより、ランダムに生成した全ての量子相関限界に対し、暗号的量子限界不等式が飽和しているという少々驚くべき結果を得た(図1)。このようなランダムなベル不等式の最大化によって得られる量子相関限界は、量子相関の凸集合の極点(extremal point)に対応しているので、この数値計算結果は、暗号的量子限界不等式の飽和条件が、量子相関が極点であるための必要条件の一つになっていることを示唆している。

しかし、暗号的量子限界不等式が飽和するだけでは、量子相関が極点であるための十分条件になっていないことも直ぐに判明した。また、暗号的量子限界不等式には、『遠隔者の測定結果の最適推測確率』(以下、略して最適推測確率)という情報理論的な量が現れているが、その上限を決める条件が別にあるためであることも判明したので、その条件の探求を行った。最適推測確率は量子不確定性と密接に関係しているので、量子不確定性の限界を決める幾つもの不等式に着目し試行錯誤を行ったが、この試みは上手く行かなかった。一方、研究の方法(3)の『受信者の局所状態の非直交性を保障する方法の改良』を行っていたところ、2つの量子ビットの状態と測定に限れば、最適推測確率の或る上限を解析的に得ることができると判明した。

そこで、上で述べた数値計算によってランダムに得た量子限界の最適推測確率が、この上限値に到達しているかどうかを調べたところ、全ての量子相関限界において、この上限値が達成されているという結果を得た。

逆に、暗号的量子相関不等式を飽和し、同時に最適推測確率の上限値を達成する量子相関をランダムに生成し、それが量子相関の凸集合のどこに位置しているかを調べるという数値計算を行ったところ、全てが凸集合の境界に位置しているとの結果を得た (図2)。この結果は、暗号的量子相関不等式の飽和条件と最適推測確率の上限の達成という2つの条件が、量子相関が極点であるための必要十分条件になっていることを強く示唆している。量子相関の極点を同定する解析的条件の導出は、30年以上に渡り未解決だった極めて難しい問題であり、その導出までは研究計画でも想定していなかった。数学的に厳密な証明には至ってはいないものの、数値的な検証をパスした妥当な解析的条件の導出に成功したことは、研究計画以上の成果であると言える。

(2) 上で述べたように、量子相関の極点条件予想に成功したことから、研究計画を若干変更し、極点条件予想から派生して得られることについての研究を行った。その結果、ベル不等式の一つである CHSH 不等式の破れ量が 2.64 を超えた場合、2つの量子ビットの状態と測定で作られる相関の全てが極点相関になっていること、これにより、3者間のベル不等式である Svetlichny 不等式のような対称なベル不等式を考えたとき、その相関限界の多くが2者間の相関限界で説明できてしまうということを見出した。これらの不等式を破る量子相関は真の3者間相関であり、二者間の相関では模倣できない特異な相関である。それにも拘わらず、その限界が2者間の限界で決まってしまうというのは逆説的で興味深い結果であると言える。また、極点相関は安全な乱数の生成や安全な量子暗号などにおいて有用であることが知られているが、上記の結果は CHSH 不等式の破れだけで極点を保証する方法になっており、応用上も興味深いと考えている。

(3) ある量子相関を生成する状態と測定が、測定で得られた量子相関の値から一意に決まってしまうとき、その実現系は自己テスト可能であると言われる (量子相関値を得る測定自体が、状態と測定器が何であるかをテストする測定になっている)。自己テストはデバイスの詳細に依存しない量子情報処理の中核技術の一つである。多くの自己テストプロトコルは、測定された量子相関値がベル不等式の量子限界値を達成することに依拠しているが、量子限界値が解析的に判明しているベル不等式はあまり多くはない。一方、量子状態の幾何に着目した自己テストプロトコルも知られているが、最大にエンタングルした状態の場合に限られていた。我々が得た量子相関の極点予想条件は、最適推測確率がベル不等式の破れの実験結果の統計的性質だけから『検証可能(certifiable)』になる条件でもあり、このことは、これらの量子相関の状態と測定が全て自己テスト可能であることを示唆している。そこで、極点条件予想を応用した自己テストプロトコルの構築を試みたところ、それに成功した。

具体的には、ある量子相関が我々の極点条件予想を満たすとき、その状態ベクトルの幾何学的性質は一意に決まってしまうことを厳密に証明した。またこのとき、もう一つの測定があれば、測定演算子の反交換関係も証明することができ、実現系の自己テストが可能であることを示した。この自己テストプロトコルを基本的な構成要素として組み合わせることで、3個以上の任意の数の測定を含む実現系の自己テストが可能になる。このように複雑な実現系を自己テストする方法を系統的に与えるという点において優れたプロトコルである。

また、量子相関の集合を如何にしたら単純に記述できるのかという基礎科学的な問題にも取り組んだ。その結果、推測確率を用いて量子相関を記述したときでも量子相関の集合は凸集合であり、その極点の多くが単純なベル不等式を最大に破っていることを示した。

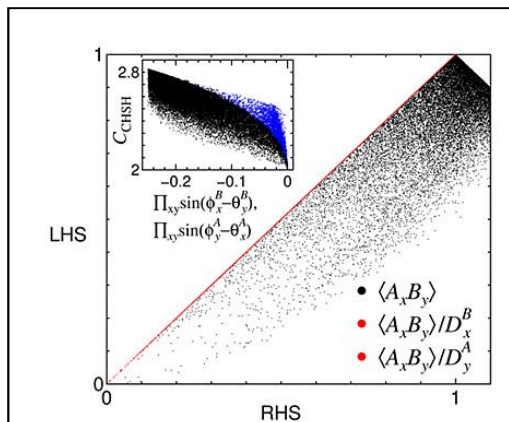


図1: 最適推測確率 D_x, D_y で相関関数 $\langle A_x B_y \rangle$ をスケールすると、不等式の右辺 (RHS) と左辺 (LHS) が等しくなり、暗号的量子限界不等式は飽和する。

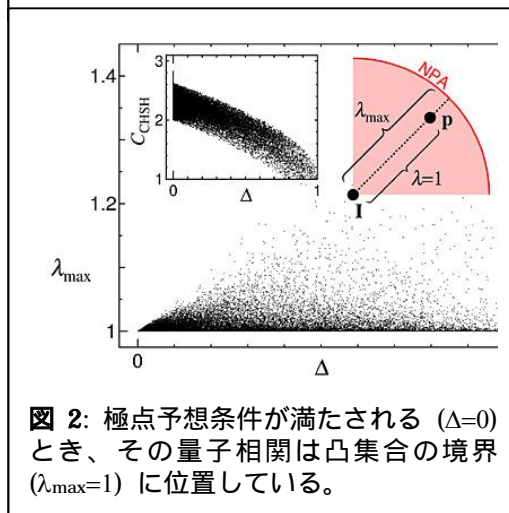


図2: 極点予想条件が満たされる ($\Delta=0$) とき、その量子相関は凸集合の境界 ($\lambda_{\max}=1$) に位置している。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計3件（うち査読付論文 3件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 2件）

1. 著者名 Ishizaka Satoshi	4. 巻 22
2. 論文標題 Geometrical self-testing of partially entangled two-qubit states	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 New Journal of Physics	6. 最初と最後の頁 023022 ~ 023022
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1088/1367-2630/ab6e49	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Ishizaka Satoshi	4. 巻 97
2. 論文標題 Necessary and sufficient criterion for extremal quantum correlations in the simplest Bell scenario	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Physical Review A	6. 最初と最後の頁 050102(1-5)
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1103/PhysRevA.97.050102	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ozeki Hiroyuki, Ishizaka Satoshi	4. 巻 18
2. 論文標題 Quantum limit of genuine tripartite correlations by bipartite extremality	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 International Journal of Quantum Information	6. 最初と最後の頁 2050014 ~ 2050014
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.1142/S0219749920500148	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

〔学会発表〕 計8件（うち招待講演 0件/うち国際学会 4件）

1. 発表者名 尾関寛之, 石坂智
2. 発表標題 2者間の極値性による真の3者間の量子相関限界の分析
3. 学会等名 日本物理学会 第75回年会
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 S. Ishizaka
2. 発表標題 Analytical criterion for extremal quantum correlations in the simplest Bell scenario
3. 学会等名 The 13th Conference on the Theory of Quantum Computation, Communication and Cryptography (TQC 2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 S. Ishizaka
2. 発表標題 Necessary and sufficient criterion for extremal quantum correlations in the simplest Bell scenario
3. 学会等名 18th Asian Quantum Information Science Conference (AQIS 2018) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 石坂智
2. 発表標題 量子相関限界の解析的条件
3. 学会等名 第38回量子情報技術研究会 (QIT38)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 尾関寛之, 石坂智
2. 発表標題 W状態で最大に破れるBell不等式
3. 学会等名 第38回量子情報技術研究会 (QIT38)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 H. Ozeki and S. Ishizaka
2. 発表標題 A simple scheme to ensure extremal Bell nonlocality
3. 学会等名 2019 the 3rd International Conference on Materials Engineering and Nano Sciences (ICMENS 2019) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 石坂智
2. 発表標題 非局所相関の暗号的量子限界
3. 学会等名 第36回量子情報技術研究会
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Satoshi Ishizaka
2. 発表標題 Cryptographic quantum bound on nonlocality
3. 学会等名 17th Asian Quantum Information Science Conference (国際学会)
4. 発表年 2017年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	畠中 憲之 (Hatakenaka Noriyuki) (70363009)	広島大学・先進理工系科学研究科(総)・教授 (15401)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8 . 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------