

令和 2 年 5 月 13 日現在

機関番号：32612

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2017～2019

課題番号：17K18090

研究課題名(和文) ゲージ理論の双対性による簾W代数の研究

研究課題名(英文) Gauge theory duality and quiver W-algebras

研究代表者

木村 太郎 (KIMURA, Taro)

慶應義塾大学・自然科学研究教育センター(日吉)・訪問講師

研究者番号：90760794

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,500,000円

研究成果の概要(和文)：本研究課題ではゲージ場の理論と呼ばれる理論物理学における普遍的な手法の、特に代数的な側面についての研究を行った。得られた成果として、分化解とと呼ばれる新しい簾の構成、およびそれに付随する量子可積分系の解明、代数的観点に基づいた、位相的弦理論による簾ゲージ理論の一般的構成、超群ゲージ理論の構成、などが挙げられる。これらは物理的視点に基づいて新しい数学的对象を構築しようとするものであり、実際に物理学・数学の双方の研究会において招待講演を含む成果発表を行った。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究課題の成果は基礎学問的であり、現段階では社会への直接的な波及効果は未知数である。しかし本研究課題の特徴としてこれらの成果は物理学と数学の境界領域に跨がるものであり、今後より多くの研究分野との関係が明らかになることが期待される。

研究成果の概要(英文)：We have explored the algebraic aspects of the gauge theory, which is one of the universal methodology in theoretical physics. We have obtained the following results: We have established the fractional quiver, which is a new kind of quiver, and clarified the quantum integrability associated with it. We have provided a generic construction of quiver gauge theory with topological string theory based on the algebraic perspective. We have established the supergroup gauge theory. We have established several new mathematical concepts based on the physical insights, and presented these results at the conferences of both physics and mathematics.

研究分野：理論物理学

キーワード：ゲージ理論 超弦理論 共形場理論 簾多様体 BPS/CFT 対応 量子可積分系 位相的弦理論 数理論

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属されます。

様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

1. 研究開始当初の背景

場の量子論は様々な多体問題を系統的に取り扱う方法であり、理論物理学における共通言語としてその地位を確立している。中でも摂動論を超えた非摂動的な手法は近年、素粒子・原子核・宇宙・物性など特定の分野に止まらず、その重要性は一層の高まりを見せている。そのような場の理論における非摂動的性質の理解を目的として、我々は超対称ゲージ理論における双対性を駆使し、特にクイバー (quiver; 籠・えびら) 型ゲージ理論における新しい代数的・可積分構造である「籠 W 代数」を構築した。これはゲージ理論と 2 次元共形場理論 (Conformal Field Theory; CFT) を結びつけるものであるが、従来より知られていた AGT 関係式とは双対な関係にあり、新たな知見をゲージ理論・CFT の双方にもたらすものである。

2. 研究の目的

我々の提案する籠 (えびら; quiver) W 代数はゲージ理論の非摂動的性質を特徴付ける新たな代数的・可積分構造である。本研究課題ではその全貌の理解に向けて、ゲージ理論の双対性を用いたその基礎的性質の解明、および量子ホール系や代数的・表現論的性質などの物性物理・数理物理への応用開拓を目的とする。具体的には基礎面として 1. ゲージ理論の non-simply-laced 型籠の構成、2. 欠陥演算子との関係解明、応用面として 3. 質量変形とその代数構造の解明、4. 楕円変形 W 代数の表現論の構築、5. 量子ホール系を用いた物性物理への応用、6. q 変形 Yang-Mills 理論・カイラル代数との関係解明、に向けた研究を行う。

3. 研究の方法

本研究では未解明の側面も多く全貌の明らかになっていない籠 W 代数に対して「ゲージ理論を用いた籠 W 代数の構造解明 (基礎)」としてゲージ理論における non-simply-laced 型籠や欠陥演算子との関係解明の研究、また「籠 W 代数の物性物理・数理物理への応用 (応用)」として量子ホール系や表現論的性質などの物性物理・数理物理への応用研究を行う。

(1) Non-simply-laced 籠 W 代数

申請者らの提案する籠 W 代数の方法は、現段階では simply-laced 型と呼ばれる籠に対して構成されており、いわゆる ADE 型 Lie 群にのみ適用可能になっている。これはゲージ理論として non-simply-laced 型籠をどのように構成すれば良いか明らかでないことに起因するが、一方で Frenkel--Reshetikhin (FR) の方法では、一般の単純 Lie 代数に付随した q 変形 W 代数を構成可能である。本研究ではこの FR の方法に着目し、その構成法をゲージ理論的に解釈することで non-simply-laced 型を含めたより一般の籠ゲージ理論を構築する。まず非対称な Cartan 行列の q 変形・質量変形を FR の方法に従って導入する。すると遮蔽演算子間の演算子積を定めることが出来るが、この演算子積因子からゲージ理論の分配関数を読み取ることで、ルート長のゲージ理論的解釈を導く。この解釈に基づいて non-simply-laced 型を含む一般の籠型ゲージ理論の構成を行う。

(2) ゲージ理論欠陥演算子の籠 W 代数における機能解明

ゲージ理論では 2 次元に広がった表面演算子や、1 次元に広がったループ演算子などの欠陥演算子と呼ばれる非局所的な演算子が存在し、籠 W 代数の双対である AGT 関係では表面演算子によって W 代数の生成母関数のスピン次数が変化する。籠 W 代数の場合にも同様の性質が期待され、表面演算子を含んだゲージ理論の分配関数、及び Seiberg--Witten 幾何を 2 重量子化して得られる生成母関数と、籠 W 代数に対して Drinfeld--Sokolov 縮約を施した場合との比較・検討を行う。また籠 W 代数が、6 次元理論を用いた構成で 2 次元縮約する際のリーマン面の底空間・ファイバーを入れ替えることに留意し、その幾何学的解釈も明らかにする。

4. 研究成果

(1) 分化籠 (fractional quiver) ゲージ理論の構成

まず籠の代数的性質を統一的に理解するために non-simply-laced 型の代数を一般に含んだ分化籠 (fractional quiver) とそれに付随した分化籠ゲージ理論の構成を行なった。この構成法は籠ゲージ理論と W 代数との双方向的な対応である籠 W 代数に基づくものであり、特に non-simply-laced 型 W 代数の q 類似を自然に再現するものである。また有限型でないアフィン型・双曲型で、かつ non-simply-laced な籠も構成が可能になり、これによって任意の籠に対するゲージ理論的な取り扱いが可能となった。この分化籠に関連していくつかの関連の結果も得ている。籠ゲージ理論の超対称真空に対するモジュライ空間は代数的古典可積分系の相空間と同一視されるが、ゲージ理論側で同変変形と呼ばれる自然な変形が可積分系側での量子変形になることが知られている (Nekrasov-Shatashvili 対応)。このとき同変変形は 2 種あるパラメータのうち 1 つを用いるが、分化籠ゲージ理論の場合にはこの 2 種のパラメータは対等でなく、つまり量子化の際に 2 つの可能性があることに対応している。我々はこの 2 つ現れる量子可積分系に対して転送行列やベータ仮設方程式を導出し、その関係性を明らかにした。

(2) 位相的弦理論による籠ゲージ理論の一般的構成

位相的弦理論は超弦理論の位相的側面を取り扱うものであり、かねてよりゲージ理論との関係が盛んに研究されている。我々はそうした位相的弦理論の代数的側面、特に丁-庵原-三木 (DIM) 代数と呼ばれる無限次元量子代数の表現論に基づいて、一般の籠ゲージ理論を位相的弦理論によって構成することに成功した。これにより超弦理論とゲージ理論の関係性についての理解が進展し、例えば双対性に基づいて非従来型のゲージ理論分配関数の解明などへの手掛かりになると期待される。

(3) ゲージ折紙における量子可積分性

ゲージ理論の真空構造は量子可積分系と本質的な対応関係にあることが知られているが、我々はそうした対応が、ゲージ折紙と呼ばれる高次元配位においても成立することを示した。この様にして得られた量子可積分系は 2 重 Calogero-Moser 系と呼ばれるもので、従来のゲージ理論・量子可積分系対応 (Gauge/Bethe 対応) では取り扱うことが出来ず、ゲージ折紙を導入することで初めてその対応関係が示されたものである。こうした成果を契機として、Gauge/Bethe 対応の高次元系への拡張などをはじめとした新しい側面を今後明らかにすることが出来ると考えられる。

(4) BPS/CFT 対応と籠多様体

BPS/CFT 対応とはゲージ理論における重要な状態である BPS 状態と、共形場理論 (Conformal Field Theory; CFT) にて用いられる頂点作用素代数との対応関係である。我々はこうした対応に基づいて、籠多様体と呼ばれる代数多様体の同変体積、および籠多様体上に構成される表現における qq -指標 (通常の指標の 2 重量子変形) に対する新しい代数的表示を与えることに成功した。特に qq -指標は q 変形 W 代数の生成演算子を構成するものであり、我々の成果によって一般の生成演算子に対する簡潔な公式を与えることが出来た。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計11件（うち査読付論文 11件／うち国際共著 4件／うちオープンアクセス 8件）

1. 著者名 Kimura Taro, Pestun Vasily	4. 巻 108
2. 論文標題 Fractional quiver W-algebras	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Letters in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 2425 ~ 2451
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1007/s11005-018-1087-7	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 Chen Heng-Yu, Kimura Taro	4. 巻 2018
2. 論文標題 Quantum integrability from non-simply laced quiver gauge theory	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 165
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1007/JHEP06(2018)165	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する
1. 著者名 Kimura Taro, Ozaki Sho	4. 巻 99
2. 論文標題 Conformal field theory analysis of the QCD Kondo effect	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Physical Review D	6. 最初と最後の頁 14040
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) https://doi.org/10.1103/PhysRevD.99.014040	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Hashimoto Koji, Kimura Taro, Wu Xi	4. 巻 2017
2. 論文標題 Boundary conditions of Weyl semimetals	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Progress of Theoretical and Experimental Physics	6. 最初と最後の頁 053101
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/ptep/ptx053	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Taro Kimura, Hironori Mori, Yuji Sugimoto	4. 巻 2018
2. 論文標題 Refined geometric transition and qq-characters	5. 発行年 2018年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 25
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP01(2018)025	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Koji Hashimoto, Xi Wu, Taro Kimura	4. 巻 95
2. 論文標題 Edge states at an intersection of edges of a topological material	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Phys. Rev. B	6. 最初と最後の頁 165443
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1103/PhysRevB.95.165443	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Taro Kimura, Sho Ozaki	4. 巻 86
2. 論文標題 Fermi/Non-Fermi Mixing in SU(N) Kondo Effect	5. 発行年 2017年
3. 雑誌名 Journal of the Physical Society of Japan	6. 最初と最後の頁 84703
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.7566/JPSJ.86.084703	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kimura Taro, Sugimoto Yuji	4. 巻 2019
2. 論文標題 Quantum mirror curve of periodic chain geometry	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 147
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP04(2019)147	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kimura Taro, Zhu Rui-Dong	4. 巻 2019
2. 論文標題 Web construction of ABCDEFG and affine quiver gauge theories	5. 発行年 2019年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 25
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP09(2019)025	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Chen Heng-Yu, Kimura Taro, Lee Norton	4. 巻 2020
2. 論文標題 Quantum elliptic Calogero-Moser systems from gauge origami	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Journal of High Energy Physics	6. 最初と最後の頁 108
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/JHEP02(2020)108	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 該当する

1. 著者名 Kimura Taro	4. 巻 -
2. 論文標題 Integrating over quiver variety and BPS/CFT correspondence	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Letters in Mathematical Physics	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/s11005-020-01261-5	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

〔学会発表〕 計12件(うち招待講演 10件/うち国際学会 9件)

1. 発表者名 Taro Kimura
2. 発表標題 Topological order is higher-form SSB
3. 学会等名 Progress in the Mathematics of Topological States of Matter (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Taro Kimura
2. 発表標題 Quantum algebras from quiver gauge theory
3. 学会等名 Geometric Correspondences of Gauge Theories (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Taro Kimura
2. 発表標題 Introduction to W-algebras
3. 学会等名 Noncommutative geometry and Mathematical Physics 2018 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Taro Kimura
2. 発表標題 A super random partition model
3. 学会等名 Spectra of Random Operators and Related Topics (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Taro Kimura
2. 発表標題 Geometry of quiver W-algebra
3. 学会等名 Representation theory, gauge theory and integrable systems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Taro Kimura
2. 発表標題 Fractional quiver gauge theory
3. 学会等名 Localization Techniques in Quantum Field Theories (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 木村太郎
2. 発表標題 場の量子論と多重関数
3. 学会等名 多重三角関数とその一般化 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 木村太郎
2. 発表標題 Quiver gauge theory and quiver W-algebra
3. 学会等名 日本数学会2018年度年会 (招待講演)
4. 発表年 2018年

1. 発表者名 Taro Kimura
2. 発表標題 Double quantization of Seiberg-Witten geometry and quiver W-algebras
3. 学会等名 East Asia Joint Workshop on Fields and Strings 2017 (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Taro Kimura
2. 発表標題 Non-simply-laced quiver gauge theory from Omega-background
3. 学会等名 Strings and Fields 2017 (国際学会)
4. 発表年 2017年

1. 発表者名 Taro Kimura
2. 発表標題 Super instanton counting and localization
3. 学会等名 Strings, Branes and Gauge Theories (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

1. 発表者名 Taro Kimura
2. 発表標題 Free field realization in BPS/CFT
3. 学会等名 BPS/CFT Correspondence (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2019年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 Kimura Taro, et al., V. N. Stavrrou (Ed.)	4. 発行年 2018年
2. 出版社 IntechOpen	5. 総ページ数 -
3. 書名 Heterojunctions and Nanostructures	

〔産業財産権〕

〔その他〕

ホームページ

<https://kimura.perso.math.cnrs.fr/>

ホームページ

http://user.keio.ac.jp/~k_tar/

研究会ホームページ

http://user.keio.ac.jp/~k_tar/WS/WS2018.html

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
--	---------------------------	-----------------------	----