

研究種目：基盤研究（A）  
研究期間：2006～2009  
課題番号：18204008  
研究課題名（和文） 双対性から見た等質空間とユニタリ表現の現代的研究  
研究課題名（英文） Modern Study on homogeneous spaces and unitary representations  
via duality  
研究代表者  
山下 博（YAMASHITA HIROSHI）  
北海道大学・大学院理学研究院・教授  
研究者番号：30192793

研究分野：数学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：半単純リー群，ユニタリ表現，冪零軌道，幾何学的不変量，Howe 双対性，Whittaker 模型

### 1. 研究計画の概要

本研究では，半単純リー群の表現や群軌道に関する様々な双対性に焦点を当て，既約ユニタリ表現の代数的・幾何学的不変量を記述し，誘導表現への既約表現の埋め込みを特定することによって，ユニタリ表現論と等質空間上の解析学の新たな展開を目指す。また，超幾何系など対称性の高い関数方程式系，無限次元調和解析，組合せ論等，本課題と深く繋がる諸テーマとの連携を図ることで，より広い視野から本課題の研究を進める。

### 2. 研究の進捗状況

研究代表者は簡約デュアルペア（一方がコンパクト群の場合）に対する Howe 双対性定理の等方表現を用いた新しい証明を与えた（阿部紀行との共同研究）。また，離散系列に対する等方表現の構造について，勾配型不変微分作用素による理論を深化させ，極小K型による明瞭な理解に到達した。研究分担者西山享は直交群等のある種の退化主系列の既約成分の随伴サイクルを特定した。研究分担者松本久義は Whittaker ベクトルの空間がW-代数の既約表現を与えることをいくつかの古典群の場合に明らかにし，また，スカラー型一般 Verma 加群の間の準同型の分類についての研究を大きく進展させた。さらに各研究分担者及び連携研究者は，Whittaker 関数，ヤコビ解析，Wavelet 解析，半群上の微分作用素環，微分式系の幾何学，例外型 Coxeter 群の（余）不変式，旗多様体（の直積）への対称部分群の作用，複素冠状領域，等質錐や

ルート系の代数学・幾何学，Yang-Baxter 写像，代数統計等々，各自の研究テーマに係る側面で本研究の目的に則した多様な研究成果をあげている。

研究組織のメンバーは，“NORTHERN workshop on Representation Theory of Lie Groups and Lie Algebras (2007年3月)”，国内初のPRIMA 国際会議 “Representation Theory, Systems of Differential Equations and their Related Topics (2007年7月)”，David Vogan を招聘した “Sapporo Lectures on Representations in Lie Theory (2007年8月)”，「第46回実函数論・函数解析学合同シンポジウム」(2007年8月)，「表現論シンポジウム」(毎年11月)等，計10件の研究集会（うち国際会議が5件）を開催し，本研究を機動的に推進した。

### 3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している

（理由）

当初の計画に沿って，ユニタリ表現の双対性理論，既約表現の代数的・幾何学的不変量の記述，表現の埋め込みを与える Whittaker ベクトル等に関して優れた研究成果が得られている。さらに，関連諸テーマの研究との連携が図られ，広い視野から質の高い研究が展開されている。研究集会等の開催による研究活動が活発であり，その情報を積極的に公開している。以上のことから，研究計画はおおむね順調に進展していると判断した。

#### 4. 今後の研究の推進方策

旗多様体上のモーメント写像に係る Springer ファイバーの上に生じるコホモロジー表現, 及び, 半単純リー群の既約ユニタリ表現に付随する等方表現, との間の関係を精査し, 一般 Whittaker ベクトルの構成や Howe 双対性の深化を基軸として, 本課題研究を一層進展させる.

研究組織の各メンバーは, 相互訪問・電子メールによる連絡・研究打合せを恒常的に行うとともに, 得られた成果を国際研究集会で発表する. 本年度の後半には, 本研究の成果を総括し, 次期に向けての中期的展望を得るため, 研究打合せを集中的に実施する.

#### 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計31件)

[1] Noriyuki Abe and Hiroshi Yamashita, A note on Howe duality correspondence and isotropy representations for unitary lowest weight modules of  $Mp(n, \mathbb{R})$ , Journal of Lie Theory (掲載決定), 査読有.

[2] Toshihiko Matsuki, Equivalence of domains arising from duality of orbits on flag manifolds III, Transactions of American Mathematical Society, 359, 2007, 4773-4786, 査読有.

[3] Hisayosi Matumoto, Derived functor modules arising as large irreducible constituents of degenerate principal series, Compositio Math., 143, 2007, 222-256, 査読有.

[4] Youichi Shibukawa, Dynamical Yang-Baxter maps with an invariance condition, Publications of the Research Institute for Mathematical Sciences, 43, 2007, 1157-1182, 査読有.

[学会発表] (計32件)

[1] Kyo Nishiyama, Asymptotic cone of semisimple orbit for symmetric pairs, Functional Analysis X: Representation Theory, July 1, 2008, Croatia.

[図書] (計1件)

[1] 山下 博 (述), 阿部紀行 (記), 簡約リー群の表現と冪零軌道, 東京大学数理科学レクチャーノート 3, 東京大学, 80 ページ, 2008.

[その他] ホームページ情報

[1] NORThern workshop on Representation Theory of Lie Groups and Lie Algebras  
<http://www.math.sci.hokudai.ac.jp/coe/sympo/070306/>

[2] Representation Theory, Systems of Differential Equations and their Related Topics  
<http://www.math.sci.hokudai.ac.jp/coe/sympo/070702/index.html>

[3] Sapporo Lectures on Representations in Lie Theory- An introduction and the beyond -  
<http://www.math.sci.hokudai.ac.jp/coe/sympo/070827/index.html>

[4] 北海道大学数学公開講演会  
<http://www.math.sci.hokudai.ac.jp/coe/sympo/070828/index.html>

[5] 「表現論シンポジウム」講演集の電子化・公開  
<http://www.math.sci.hokudai.ac.jp/coe/sympo/psrt/>  
<http://dml.ms.u-tokyo.ac.jp/PSRT/>