

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：平成 18 年～21 年

課題番号：18340002

研究課題名 (和文)

数論幾何における分岐

研究課題名 (英文)

Ramification in arithmetic geometry

研究代表者

斎藤 毅 (SAITO TAKESHI)

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

研究者番号：70201506

研究分野：数論幾何

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：代数学、整数論、代数幾何学、数論幾何学、1 進コホモロジー

#### 1. 研究計画の概要

(1) 局所体の絶対ガロワ群の分岐群のフィルトレーションによる次数商の構造を解明し、それをを用いて 1 進層の分岐の不変量である、特性類や Swan 類を記述する。

さらに進んで、D 加群の不確定特異点との類似に基づいて、1 進層の超局所解析の理論を構築する。

幾何的な場合だけでなく、数論的な場合にも次数商の構造を解明する。

(2) 1 進層の Swan 類に関する Riemann-Roch 型の公式についての論文を完成する。

(3) Hilbert 保型形式にともなう  $p$  進ガロワ表現の  $p$  をわる素点での局所 Langlands 対応との整合性についての論文を完成する。

(4) 分岐理論の、イプシロン因子などの数論的な対象への応用を探る。

#### 2. 研究の進捗状況

(1) 幾何的な場合に、次数商が  $p$  倍で消えることを示し、その指標群から、微分形式の空間への単射を構成した。

で構成した単射を用いて、分岐に関するある種の条件のもとで、1 進層の特性多様体を構成し、それをを用いて 1 進層の特性類を記述した。の結果は、論文としてまとめて発表した。

数論的な場合にも、幾何的な場合の方法に必要な修正を加えることで、次数商について同様な結果が得られることを証明した。これについては、論文を準備中である。

(2) 1 進層の Swan 類に関する Riemann-Roch 型の公式について、切除公式、跡公式、階数 1 の場合の計算など、主要な部分の証明を書いた。

(3) Hilbert 保型形式にともなう  $p$  進ガロワ表現の  $p$  をわる素点での局所 Langlands 対応との整合性についての論文を完成し、専門誌に掲載が決定した。

(4) 等標数の局所体の絶対ガロワ群の 1 進表現のフーリエ変換を、ある条件の下で明示的に計算し、それをを用いて、イプシロン因子に関する Laumon の公式の別証を与えた。これについての論文は投稿中である。

#### 3. 現在までの達成度

当初の計画以上に進展している。

局所体の絶対ガロワ群の分岐群のフィルトレーションによる次数商の構造の解明に成功した。これは予期していなかった方法によるものであり、まだ部分的ではあるが、特性多様体を構成し、それをを用いて特性類を計算するという、期待通りの成果をあげることができた。さらに、数論的な場合にも次数商の構造が解明できたことは、予期していない成果であった。

フーリエ変換とイプシロン因子の分岐理論に基づく計算も、予期していない成果だった。

論文の執筆も概ね順調に進み、Hilbert 保型形式に関する論文が完成した。導手公式に関する論文もかなり完成に近づいてきている。

#### 4. 今後の研究の推進方策

今年度は、本研究の最終年度であり、これまでの成果をまとめることに主に力を注ぐ。導手公式の論文と、数論的な場合の次数商の論文は、ぜひ今年度中に完成させたい。このほか、分岐理論でこれまでに得られた成

果の数論的、幾何的な応用も探りたい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 3件)

Takeshi Saito, Hilbert modular forms and  $p$ -adic Hodge theory, *Compositio Mathematica*(掲載決定) 査読有

Takeshi Saito, Wild ramification and the characteristic cycle of an  $l$ -adic sheaf, *Journal de l'Institut de Mathematiques de Jussieu*, (2009) 現時点では on line 版のみ

Ahmed Abbes, Takeshi Saito, Analyse micro-locale  $l$ -adique en caracteristique  $p>0$ : Le cas d'un trait, Publication of the Research Institute for Mathematical Sciences 45-1 (2009) 25-74

[学会発表](計 9件)

齋藤 毅,  $l$ 進層の特性類と分岐, 代数学シンポジウム, 2006年8月7日, 東大.

Takeshi Saito, Ramification of schemes over a local field, *Arithmetic Algebraic Geometry*, 2006年9月7日, エル・エスコリアル(スペイン)

Takeshi Saito, Wild ramification and the characteristic cycle of an  $l$ -adic sheaf, A Conference Dedicated to the Mathematical Heritage of Spencer J. Bloch, 2007年3月23日, フィールズ研究所(カナダ)

Takeshi Saito, Wild ramification and the characteristic cycle of an  $l$ -adic sheaf, miniconference on Arithmetic Geometry, Galois representations and modular forms, June 8, 2007.パリ13大学

Takeshi Saito, Wild ramification and the characteristic cycle of an  $l$ -adic sheaf, *Algebraische Zahlentheorie*, June 17, 2007, Oberwolfach(ドイツ)

Takeshi Saito, Wild ramification and the characteristic cycle of an  $l$ -adic sheaf, *Algebraic Analysis and Around in honor of Professor Masaki Kashiwara's 60th birthday*, June 27, 2007 京都大学数理研

Takeshi Saito, Automorphic forms and  $l$ -adic representations 4, Ecole d'ete sur la conjecture de modularite de Serre, 13 juillet, 2007, Luminy(フランス)

Takeshi Saito, Local Fourier transform and epsilon factors, 代数幾何研究集会, 2008年7月7日, 東京大学

齋藤 毅, 分岐理論の現状と展望, 数論幾何における分岐, 2009年1月13日(火)(神戸フルーツフラワーパーク)

[図書](計 1件)

齋藤 毅, 岩波書店, フェルマー予想, 2009年, 454ページ

[産業財産権]

出願状況(計 件)

なし

取得状況(計 件)

なし

[その他]