

平成 21 年 6 月 1 日現在

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2006～2008

課題番号：18340011

研究課題名 (和文) Quasi-Frobenius 環を中心にした環論・表現論の総合的研究

研究課題名 (英文) Synthetical study of ring and representation Theory based on Quasi-Frobenius rings

研究代表者

大城 紀代市 (OSHIRO KIYOICHI)

山口大学・名誉教授

研究者番号：90034727

研究成果の概要：

研究代表者の Harada 環の構造論、Nakayama 環の classification, skew matrix ring の基礎理論を広範な応用を視野に入れて研究し、より進化した形の理論に仕上げることができた。これらの理論を基盤にして分担者の馬場との共同で“Classical Artinian Rings and Related Topics”なる専門書を作成した。この本は 2009 年にシンガポールの WSPC 社から出版されることになった。この本の完成により本研究も研究代表者の長年の研究も完結をみた。

交付額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	3,500,000	1,050,000	4,550,000
2007年度	3,600,000	1,080,000	4,680,000
2008年度	3,200,000	960,000	4,160,000
年度			
年度			
総計	10,300,000	3,090,000	13,390,000

研究分野：代数学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：アルチン環、Quasi-Frobenius 環、Nakayama 環、Faith 予想

1. 研究開始当初の背景

研究課題が示すとおり、本研究は quasi-Frobenius 環を中心に artin 環の基礎的研究および関連する環論の総合的研究を行うことである。有限次元多元環のルーツの一つに Frobenius の 1903 年に発表された有名な論文がある。この論文で、右正則表現と左正則表現が同値である多元環が研究された。1930 年代に Brauer と Nakayama がこの多元環を Frobenius 多元環と呼びその構造論を展開した。特に Nakayama は Frobenius 多元環を純環論的にとらえ、その見地から今日 quasi-Frobenius 環と呼ばれる環とそれに関連する Nakayama

環を誕生させた。以来これらの環は、多くの環論、群論研究者により連綿と研究された。1970 年の後半にこれらの環の研究に 1 つの転機が訪れた。当時環論を代表する大阪市立大学の原田教授が二つの新しい artin 環を発見した。その後研究代表者がこの二つの環が同一の環であることを示し、その環を Harada 環と名づけた。さらに研究代表者は、この環が quasi-Frobenius 環および Nakayama 環と三つ巴になって光彩を放つ重要なアルチン環であるなどの構造論を構築し、新たな視点で、古典的アルチン環やその周辺の環論の基礎的研究を行った。

これまでの研究成果を基盤にして、広範な

応用を視野に入れ、更なる理論構築をめざし、群論研究者も含めた総勢15名の研究組織を構成し、研究をスタートさせた。

2. 研究の目的

主な研究課題は次のとおりである。

(1) Nakayama group algebra と skew matrix ring の研究： n 次の対称群 S_n , 交代群 A_n および標数 p の体 k について p が S_n, A_n の位数を割るとする。このとき群環 KS_n, KA_n はいつ Nakayama algebra になるか？もし、Nakayama algebra ならば研究代表者の Nakayama 環の理論より、この algebra は k 上一変数多項式環の剰余環上の skew matrix ring のきれいな形の剰余環として表現できる。この問題の研究には、主に大城、飯寄、越谷、花木があたることとした。

(2) Faith 予想と QF-局所環の構成方法の研究：Semiprimary 片側入射加群は両側入射的か？つまり、その環は QF-環になるか？これが否定的であるというのが Faith 予想である。1993年に馬場—大城が“On a Theorem of Fuller”なる論文を Journal of Algebra から発表した。この論文の中で、Semiprimary 片側入射加群は両側入射的になるための条件を与えた。研究代表者は、この結果を radical 3乗0の局所環の場合に応用すべく、Faith 予想を追い求めてきた。この場合でも Faith 予想は環論における難問中の難問である。この予想を研究するには、視点を変え、まずは radical 3乗0の QF-局所環の構成方法を研究することが重要になった。この研究には、主に大城、菊政、著志村があたることとした。

(3) 自己双対性を持つアツチン環の研究：Left Harada 環 R は、内部に核となる QF-環 $F(R)$ があり、これの適当なブロック拡大の上階段型剰余環として表現される。ここで、 R が自己双対性を持つかが問題になるが研究代表者が R が自己双対性を持つ $\Leftrightarrow F(R)$ が Nakayama 自己同型写像を持つことを示し、2001年に小池が一般には、 $F(R)$ は Nakayama 自己同型写像を持たないことを示した。小池の反例は non-trivial な例である。もっと平易な反例を探求する。今研究には、主として大城、馬場、小池が当たることとした。

(4) 数年前から分担者の馬場と専門書“Classical Artinian Rings and Related Topics”を執筆している。本の内容をより充実したものにするためにも本研究は重要である。

3. 研究の方法

上記(1)は研究代表者の Nakayama 環の理論を代数閉体上の Nakayama group

algebra へ応用することにより、研究が進捗する。その際、与えられた group algebra のブロック分解とその分解に現れる simple module の次元の計算が必要になる。

(2)には、斜体 D 上の両側ベクトル空間で、その空間が右ベクトル空間としての双対空間との間に (D, D) -同型になるような空間を探求する。無限次元空間での探求が Faith 予想の研究につながり、有限次元の場合が radical 3乗0の QF-環の構成の研究になる。

(3)に関しては、二つの局所環 R, T が互いの左右に関して Morita 双対があれば、これらの環は同型であるかという問題を究明する。この問題が、否定的であっても肯定的であっても(3)についての重要な結果となる。

4. 研究成果

十分な研究成果が上がり、又、専門書も完成し、シンガポールの WSPC社から 2009年に出版されることが決まった。

(1)については、 $n \leq 5$ の場合に完全な表現定理を作った。この研究は専門書の第9章になった。

(2)については、行列関数なる新しい概念を作り、radical 3乗0の局所 QF-環の構成方法を確立し、多くの Example を提示することが出来た。これらの結果は、専門書の第10章になった。

(3)に関しては、しかるべき結果は得られなかったものの、この研究に付随するいくつかの研究成果があった。これらは、専門書の第5章、第6章に収録した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件)

(1) 西田憲司, Iwasawa algebras, crossed products and filtered rings, Proceedings of the 40th Symposium on Ring Theory and Representation Theory, 12-17, 2008, 査読無

(2) 永富能久, 大城紀代市, 宇原昌彦, 山浦広太, Skew-Matrix Rings and Applications to QF-Rings, Proceedings of the Fifth China-Japan-Korea Conference on Ring Theory 2007, 101-115, 2008, 査読有

(3) 大城紀代市, Manabu Harada: The man and his Work, Proceedings of the Fifth China-Japan-Korea Conference on Ring Theory 2007, 101-115, 2008, 査読無

(4) 小池寿俊, Morita Duality and Recent Development, Proceedings of the Fifth China-Japan-Korea Conference on Ring

Theory 2007, 101-115, 2008, 査読無

(5) On colocal pairs, **Proceedings of the 40th Symposium on Ring Theory and Representation Theory**, 12-17, 2007, 査読無

(6) 大城紀代市、Artin 環、研究集会「環論とその周辺」報告集、1-40, 2007

(7) 久田見守、Von Neumann regular rings with comparability, **Proceedings of the 39th Symposium on Ring Theory and Representation Theory**, 136-142, 2006, 査読無

(8) 小池寿俊、Azumaya Conjecture and Harada rings, **Proceedings of the 9th Symposium on Ring Theory and Representation Theory**, 90-95, 2006, 査読無

(9) 菊政勲、大城紀代市、吉村浩、A construction of local QF-rings with radical cubed zero, **Proceedings of the 39th Symposium on Ring Theory and Representation Theory**, 36-44, 2006, 査読無

[学会発表] (計 7 件)

(1) 西田憲司、Iwasawa algebras, crossed products and filtered rings, 第 40 回環論および表現論研究集会、静岡大学、2008 年 9 月 5 日

(2) 大城紀代市、The Frame QF-subring of Harada Rings, Internatinal Conference on Ring and Module Theory, Hacette University, Ankara, 2008 年 8 月 24 日

(3) 大城紀代市、Manabu Harada- The man and his Work, 第 5 回 China-Japan-Korea Ring Theory 国際研究集会、東京オリンピック記念センター、2007 年、9 月 12 日

(4) 小池寿俊、Morita Duality and Recent Development Recent Development, 第 5 回 China-Japan-Korea Ring Theory 国際研究集会、東京オリンピック記念センター、2007 年、9 月 14 日

(5) 大城紀代市、Artin 環、研究集会「環論とその周辺」名古屋大学、2006 年 11 月 3, 4 日

(6) 小池寿俊、Azumaya Conjecture and Harada rings, 第 39 回環論および表現論研究集会、広島大学、2006 年 9 月 17 日

(7) 大城紀代市、A construction of local QF-rings with radical cubed zero, 第 39 回環論および表現論研究集会、広島大学、2006 年 9 月 16 日

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]

研究集会報告集の作成

- (1) 第 39 回環論および表現論研究集会報告集(200 冊)
- (2) 第 40 回環論および表現論研究集会報告集(200 冊)
- (3) 第 41 回環論および表現論研究集会報告集(200 冊)
- (4) 環論と「その周辺」研究集会報告集(200 冊)
- (5) Proceedings of the Fifth China-Japan-Korea Conference on Ring Theory 2007, WSPC 社(110 冊,)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

大城 紀代市 (OSHIRO KIYOICHI)
山口大学・名誉教授
研究者番号：90034727

(2) 研究分担者

吉村 浩 (YOSHIMURA HIROSHI)
山口大学・大学院理工学研究科・准教授
研究者番号：00182824

飯寄 信保 (IIYORI NOBUO)
山口大学・教育学部・准教授
研究者番号：00241779

越谷 重夫 (KOSHITANI SHIGEO)
千葉大学・理学部・教授
研究者番号：30125926

西田 憲司 (NISHIDA KENJI)
信州大学・理学部・教授
研究者番号：70125392

花木 章秀 (HANAKI AKIHIDE)
信州大学・理学部・准教授
研究者番号：50262647

小池 寿俊 (KOIKE KAZUTOSHI)
沖縄工業高等専門学校・一般科・教授
研究者番号：20225337

(2006~2007)

久田見 守 (KUTAMI MAMORU)
山口大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：80034734

(2006～2007)

菊政 勲(KIKUMASA ISAO)
山口大学・大学院理工学研究科・准教授
研究者番号：70234200

山形 邦夫(YAMAGATA KUNIO)
東京農業大学・工学部・教授
研究者番号：60015849

佐藤眞久(SATOU MASAHISA)
山梨大学・医学工学総合研究部・教授
研究者番号：30143952

浅芝 秀人(ASASHIBA HIDETO)
静岡大学・理学部・教授
研究者番号：70175165

河田 成人(KAWATA SHIGETO)
大阪市立大学・理学・研究科・准教授
研究者番号：50195103

馬場良始(BABA YOSITOMO)
大阪教育大学・教育学部・教授
研究者番号：10201724

丸林 英俊(MARUBAYASI HIDETOSHI)
徳島文理大学・工学部・教授
研究者番号：00034702

(3)連携研究者 (2008)

久田見 守(KUTAMI MAMORU)
山口大学・大学院理工学研究科・教授
研究者番号：80034734

菊政 勲(KIKUMASA ISAO)
山口大学・大学院理工学研究科・准教授
研究者番号：70234200

山形 邦夫(YAMAGATA KUNIO)
東京農業大学・工学部・教授
研究者番号：60015849

佐藤眞久(SATOU MASAHISA)
山梨大学・医学工学総合研究部・教授
研究者番号：30143952

浅芝 秀人(ASASHIBA HIDETO)
静岡大学・理学部・教授
研究者番号：70175165

河田 成人(KAWATA SHIGETO)
大阪市立大学・理学・研究科・准教授
研究者番号：50195103

馬場良始(BABA YOSITOMO)
大阪教育大学・教育学部・教授
研究者番号：10201724

丸林 英俊(MARUBAYASI HIDETOSHI)
徳島文理大学・工学部・教授
研究者番号：00034702