

平成 22 年 6 月 1 日現在

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2006～2009

課題番号：18340016

研究課題名 (和文) 代数的位相幾何学の研究とその種々の幾何学への応用

研究課題名 (英文) Research on algebraic topology and its geometric applications

研究代表者

河野 明 (KONO AKIRA)

京都大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号：00093237

研究成果の概要 (和文)：代数的位相幾何学の問題で非安定ホモトピー論の問題、特にリー群、その分類空間、自由ループ群、ゲージ群のホモトピー論的な研究を行い、単連結でないリー群の局所化の分解定理の証明、自由ループ群の分類空間と対応する有限対の上の代数群の分類空間のコホモロジーの同型の問題の特別な場合の証明に成功した。Hopf 空間の高次のホモトピー可換性や結合性についての研究を進め、評価写像のファイバー列の結合写像を決定した。コンパクトリー群の自己ホモトピー群の局所化の可完性についての問題の多くの場合を解決した。

研究成果の概要 (英文)：We considered the problems in unstable homotopy theory about compact Lie groups and their classifying spaces, free loop groups and gauge groups. We solved the problems of mod p decomposition of non simply connected Lie groups and relations between the cohomology of the classifying space of free loop groups and related algebraic groups. We considered about higher homotopy commutativities and associativities of Hopf spaces and determined the connecting map of the evaluation fiber sequence. We also solved the problem of the commutativity of the localized self homotopy groups in many cases.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	4,000,000	1,200,000	5,200,000
2007年度	3,500,000	1,050,000	4,550,000
2008年度	3,000,000	900,000	3,900,000
2009年度	3,100,000	930,000	4,030,000
年度			
総計	13,600,000	4,080,000	17,680,000

研究分野：幾何学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：自由ループ群、ゲージ群、分類空間、ファイバーワイズトポロジー

L.S. カテゴリー、自己ホモトピー群

1. 研究開始当初の背景

(1) コンパクトリー群の局所化の $\text{mod } p$ 分解については単連結の場合には完全な既約分解が知られていたが、単連結でない場合は応用上重要であるが全く知られていなかった。

(2) コンパクト連結リー群の自由ループ群の分類空間のコホモロジーと対応する代数群のコホモロジーの間に一定の条件のもとで形式的な同型があることが知られていた。しかしその理由やそうでない場合がどのような場合かはわかっていなかった。

(3) ゲージ群のホモトピー型の研究ではファイバーワイズホモトピー論が重要であるがその研究はほとんど進んでいなかった。

(4) コンパクトリー群の自己ホモトピー群について組織的な方法による研究はほとんど無かった。

2. 研究の目的

(1) 単連結でないコンパクト連結リー群の $\text{mod } p$ 既約分解定理を証明しこの応用を考える。

(2) 自由ループ空間やさらにその一般化である捩れたループ空間の場合にコホモロジー懸垂の概念を一般化し、これを用いて研究開始当初の背景の(2)及び(3)の問題を研究する。特に評価ファイバー列の結合写像が群の随伴表現を用いて記述できることを示す。

(3) 自己ホモトピー群を局所化しその可換性を研究する。

3. 研究の方法

(1) エタールホモトピー論などの代数幾何学の手法を応用してリー群の分類空間を研究し。その成果を単連結でないリー群の分解に応用する。これを用いて様々な基本群を持つ Hopf 空間を構成する。

(2) ファイバーワイズホモトピー論の研究で、特にファイバーワイズな高次のホモトピー結合性を研究し、これを用いて評価ファイバー列を研究する。

(3) $U(n)$ への写像のホモトピー類の作る群である非安定 K 群を応用して自己ホモトピー群の局所化の可換性を研究する。

4. 研究成果

(1) 単連結でないリー群の $\text{mod } p$ 既約分解定理を証明した。この応用として現在ある素数 p で局所化したときにベキ零がいくらでも高い例を構成することに応用することを

検討中である。

(2) 自由ループ空間や捩れたループ空間の懸垂の一般化については、英国 Aberdeen 大学の研究者からも高い評価を得ており、その応用の共同研究が開始されている。

(3) 自己ホモトピー群の局所化の可換性についてはごく少数の例外以外が全て決定され他。現在はそのベキ零数の決定が研究されている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 12 件)

- ① Kishimoto, Daisuke; Kono, Akira On the cohomology of free and twisted loop spaces. J. Pure Appl. Algebra, 査読有, 214, 2010, 646-653. 55P35
- ② Hamanaka, Hiroaki; Kono, Akira A note on Samelson products and $\text{mod } p$ cohomology of classifying spaces of the exceptional Lie groups. Topology Appl., 査読有, 157, 2010, 393-400. 55Q15
- ③ Kishimoto, Daisuke Generating varieties, Bott periodicity and instantons. Topology Appl., 査読有, 157, 2010, 657-668. 81T13
- ④ Kishimoto, Daisuke; Kono, Akira On a conjecture of Oshima. Topology Appl., 査読有, 156, 2009, 2189-2192.
- ⑤ Kishimoto, Daisuke; Kono, Akira Mod p decompositions of non-simply connected Lie groups. J. Math. Kyoto Univ., 査読有, 48, 2008, 1-5.
- ⑥ Hamanaka, Hiroaki; Kaji, Shizuo; Kono, Akira Samelson products in $\text{Sp}(2)$. Topology Appl., 査読有, 155, 2008, 1207-1212.
- ⑦ Kamiyama, Yasuhiko; Kishimoto, Daisuke; Kono, Akira; Tsukuda, Shuichi Samelson products of $S^0(3)$ and applications. Glasg. Math. J., 査読有, 49, 2007, 405-409.
- ⑧ Hamanaka, Hiroaki; Kono, Akira Homotopy type of gauge groups of $\text{SU}(3)$ -bundles over S^6 . Topology Appl., 査読有, 154, 2007, 1377-1380.
- ⑨ Iwase, Norio; Kono, Akira Lusternik-Schnirelmann category of $\text{Spin}(9)$. Trans. Amer. Math. Soc., 査読有, 359, 2007, 1517-1526.

⑩ Hamanaka, Hiroaki; Kono, Akira A note on the Samelson products in $\pi_*(\mathrm{SO}(2n))$ and the group $[\mathrm{SO}(2n), \mathrm{SO}(2n)]$. Topology Appl., 査読有, 154, 2007, 567-572.

⑪ Hamanaka, Hiroaki; Kishimoto, Daisuke; Kono, Akira Self homotopy groups with large nilpotency classes. Topology Appl., 査読有, 153, 2006, 2425-2429.

⑫ Hamanaka, Hiroaki; Kono, Akira Unstable K^1 -group and homotopy type of certain gauge groups. Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A, 査読有, 136, 2006, 149-155.

[学会発表] (計 0 件)

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況 (計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

[その他]

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

河野 明 (KONO AKIRA)
京都大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：00093237

(2) 研究分担者

深谷 賢治 (FUKAYA KENJI)
京都大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：30165261

(H19→H20：連携研究者)

中島 啓 (NAKAJIMA HIRAKU)
京都大学・数理解析研究所・教授
研究者番号：00201666

(H19→H20：連携研究者)

加藤 和也 (KATO KAZUYA)
シカゴ大学・数学科・教授
研究者番号：90111450

(H19→H20：連携研究者)

森脇 淳 (MORIWAKI ATSUSHI)
京都大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：70191062

(H19→H20：連携研究者)

國府 寛司 (KOKUBU HIUROSHI)
京都大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号：50202057

(H19→H20：連携研究者)

岸本 大祐 (KISHIMOTO DAISUKE)
京都大学・大学院理学研究科・准教授
研究者番号：60402765

(H19→H20：連携研究者)

原田 雅名 (HARADA MASANA)
京都大学・大学院理学研究科・助教
研究者番号：90181022

(H19→H20：連携研究者)

岩瀬 則夫 (IWASE NORIO)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号：60213287

濱中 裕明 (HAMANAKA HIROAKI)
兵庫教育大学・大学教育研究科・准教授
研究者番号：20294267

(H19→H20：連携研究者)

神山 靖彦 (KAMIYAMA YASUHIKO)
琉球大学・理学部・教授
研究者番号：10244287

(H19→H20：連携研究者)

佃 修一 (TSUKUDA SHUICHI)
琉球大学・理学部・准教授
研究者番号：50305182

(H19→H20：連携研究者)

(3) 連携研究者

()

研究者番号：