

平成 21 年 4 月 3 日現在

研究種目： 基盤研究 (B)

研究期間： 2006～2009年

課題番号： 18340018

研究課題名 (和文) 3次元多様体のヘガード構造と幾何構造

研究課題名 (英文) Heegaard structures and geometric structures of 3-manifolds

研究代表者

作間 誠 (MAKOTO SAKUMA)

広島大学・大学院理学研究科・教授

研究者番号： 30178602

研究分野： 幾何学

科研費の分科・細目： 数学・幾何学

キーワード： 3次元多様体, ヘガード分解, 幾何構造, 双曲構造, 穴あきトーラス

1. 研究計画の概要

3次元多様体のヘガード構造と幾何構造を結びつける理論を確立するのが、本研究の長期目標である。この目標達成のために次の研究計画を立てている。

- (1) 曲面群の $PSL(2, \mathbb{C})$ 表現空間の中で離散表現全体が作る部分空間は、大雑把に言って、擬フックス群が作る「大陸」と有限体積双曲多様体からなる「孤島」を「名所」として持つ。その大陸と孤島を結ぶ（錐多様体の連続族が作る）自然な航路を発見すること。
- (2) 計画 (1) 達成のために、（離散的とは限らない）曲面群の $PSL(2, \mathbb{C})$ 表現の個性を理解すること。

2. 研究の進捗状況

上述の研究計画に沿って、次の研究成果を得た。

- (1) Jorgensen 理論の完全な記述と証明。穴あきトーラス擬フックス群に関する Jorgensen 理論は、多くの研究者に感心をもたれているにもかかわらず、Jorgensen による未完のプレプリントと不十分な解説論文が数編あるだけという状態であった。秋吉宏尚、和田昌昭、山下靖との共同研究により、Jorgensen 理論をきちんと記述し、完全な証明を与えた論文を Springer Lecture Note Series より発表した (図書 (1))。これにより Jorgensen 理論の全貌が明らかになり、安心して使えるようになった意義は大きい。
- (2) 穴あきトーラス束に付随する Cannon-Thurston 写像の研究。擬ア

ノソフモノドロミーを持つ円周上の穴あきトーラス束に付随して、平面上の二つのタイル張りが生じる。一つは標準的分割が導くホロ球面の三角形分割であり、もう一つは Cannon-Thurston-Dicks 分割である。Warren Dicks との共同研究により、この両者の間には非常に自然な関係があることを証明した。

- (3) Ser Peow Tan, 山下靖との共同研究により、Ending lamination 定理の非離散表現への自然な一般化は、そのままでは成立しないことを証明した。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進んでいる。

(理由)

Jorgensen 理論の完全な記述と証明をレクチャーノートとして出版し、この理論を安心して使えるようになった。また Cannon-Thurston 写像、エンド不変量の研究が進み、曲面群の $PSL(2, \mathbb{C})$ 表現の個性の理解が進んだ。

4. 今後の研究の推進方策

- (1) 進捗状況の項目 (2) で述べた Cannon-Thurston 写像に関する研究を一般の穴あき曲面束に関するものに一般化をする。このためには、擬アノソフ写像の安定ラミネーションと非安定ラミネーションの「交わり具合」の研究が必用である。まずは、これに対する深い理解を得ることを目指す。

- (2) 穴あきトーラス二重カスプ群に対しては, Wright, Keen – Series により導入された circle chain は, Cannon-Thurston-Dicks 分割の類似と考えられることを, 最近 Caroline Series との共同研究により明らかにした. この circle chain の概念の一般の極大カスプ群への拡張, 及びそのヘガードダイアグラムとの比較研究を推進する.

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

- (1) Makoto Sakuma and Kenneth Shackleton, On the distance between two Seifert surfaces of a knot, Osaka J. Math. 46 (2009) 203-221.
- (2) Tomotada Ohtsuki and Makoto Sakuma, Epimorphisms among 2-bridge knot groups, The Zieschang Gedenkschrift, Geometry and Topology Monograph 14, pp. 417-450, 2008.
- (3) Makoto Sakuma, Epimorphisms among 2-bridge knot groups from the view point of markoff maps, Intelligence of low dimensional topology 2006, Eds. J. Scott carter etal. Pp.279—286, 2007, World Scientific.
- (4) Hirotaka Akiyoshi, Hideki Miyachi and Makoto Sakuma, variations of McShane’s identity for punctured surface groups, Proceedings of the workshop “Spaces of Kleinian groups and hyperbolic 3-manifolds”, Eds. Y. Minsky etal. London Math. Soc. Lecture Note Series 329 (2006), 151-185.

[学会発表] (計 17 件)

- (1) Makoto Sakuma, Epimorphisms among 2-bridge knot groups and end invariants of $SL(2, \mathbb{C})$ -representations, 2009 年 3 月, 国際研究集会「Swiss Knots」Univ. Fribourg
- (2) Makoto Sakuma, Comparing two tessellations associated with punctured torus bundles over the circle, 2008 年 10 月, 国際研究集会「Intelligence of low dimensional topology」大阪市立大学
- (3) Makoto Sakuma, On the distance between two Seifert surfaces of a knot, 2007 年 9 月, 国際研究集会「Braids, Groups and Manifolds in Toulouse」Univ. Paul Sabatier
- (4) Makoto Sakuma, On the distance

between two Seifert surfaces of a knot, 2007 年 6 月, 国際会議「Geometry and Topology Conference」北京大学

- (5) Makoto Sakuma, Punctured torus groups and 2-bridge knot groups, 国際研究集会「Analytic aspects of low dimensional geometry」2006 年 9 月, Warwick University

[図書] (計 2 件)

- (1) Hirotaka Akiyoshi, Makoto Sakuma, Masaaki Wada and Yasushi Yamashita, Punctured torus groups and 2-bridge knot groups, Lecture Notes in Math. 1909, Springer, Berlin, 2007, xlvii+252 pp.
- (2) Yair Minsky, Makoto Sakuma and Caroline Series (eds), The spaces of Kleinian groups and hyperbolic 3-manifolds, London Math. Soc. Lecture Notes Series 329, 2006.

[産業財産権]

○ 出願状況 (計 0 件)

○

○ 取得状況 (計 0 件)

[その他]