

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2006～2009

課題番号：18340031

研究課題名（和文） 最適化とゲーム理論における連続と離散構造の研究

研究課題名（英文） Studies on continuous and discrete structures in optimization and game theory

研究代表者

川崎 英文 (KAWASAKI HIDEFUMI)

九州大学・大学院数理学研究院・教授

研究者番号：90161306

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般

キーワード：最適化，ゲーム理論，ナッシュ均衡，不動点定理，双対定理，動的計画法

1. 研究計画の概要

本研究では、非線形計画法、凸計画法、変分法などの連続系の最適化法およびゲーム理論で発展してきた理論や定理、例えば、共役点理論、双対定理、不動点定理を離散系で展開することを主な目的とする。また、その結果を基に、ゲーム理論の問題や、連続的要素と離散的要素を併せ持つ最適化問題や動的計画問題に対する解法を研究し、併せて数理統計への応用を図る。

2. 研究の進捗状況

(1) 写像の単調性に基づく離散不動点定理を与えて、それを n 人非協力ゲームの最適応答写像に適用することにより、純戦略ナッシュ均衡の存在定理を与えた。また、プレイヤーが 2 人の場合は、最適応答写像の単調性が必然性をもつことを明らかにした。

(2) ブラウワーの不動点定理に基づく飯村らによる離散不動点定理を詳細に検討し、写像の定義集合の凸性の仮定を外せることを明らかにした。

(3) 金属の結晶化や生物の縄張り問題を定式化した三相分割問題に対して、最適解が退化しない場合に双対定理を与えた。それは三角形による凸集合の分離という新概念を含む。さらに、双対定理を、最適解が退化する場合と高次元空間の場合に拡張した。

(4) 通常の動的計画法では取り扱えなかった、全期間依存型制約をもつ確率システム上の決定過程に対して、再帰性を証明し、それに基づく解法を導いた。

(5) ある種の 2 次最適化問題に対して、フィボナッチ相補双対定理および黄金相補双対定理を与えた。

(6) 協力ゲームを対象に、ゲームのもつ提携形

成の可能性を考察し、ファジイ提携を許容することによるゲームの拡張をおこなった。

(7) ミニマックス型関数を目的関数にもつ非線形計画問題について、 ε -近似最適解に対する KKT 型の最適性条件を与えた。

(8) 平行プロフィールモデルの下でコントロールとの比較において、多重決定問題の近似解法を与えた。

(9) 低レイノルズ数領域で粘性流体中の渦輪の解を構成し、その流れ場を用いて最適渦輪の実験データを説明することに成功した。

3. 現在までの達成度

① 離散不動点定理の研究

理由：離散不動点定理には 3 通りの手法があるが、そのうち二つについて最新の成果を得ている。また、残りの一つについても、新しい着想を得て現在研究を進めている。この意味で、本研究は離散不動点定理の最前線に位置する統合的な成果を挙げている。

② 双対定理の研究

理由：三相分割問題に対して導入した「三角形による凸集合の分離」は新概念であり、それを用いた双対定理は斬新な成果である。さらに双対定理の拡張の研究も順調に進んでいる。

③ 動的計画問題に対する解法の研究

理由：従来の動的計画法では取り扱えなかった過去の履歴に依存する確率システムに対して、その理論基盤を与えることに成功した。さらに、汎用的な数値解法の研究も順調である。

4. 今後の研究の推進方策

(1) 離散不動点定理については、第 3 の手法であるブール行列に基づく手法を中心に研究を推進する。

(2) 双対定理については、最小木問題と絡めることにより、三相分割問題に対する双対定理の離散的性質を考察する。

(3) 共役点理論については、動的計画問題からのアプローチを試みる。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 32 件)

[1] J. Sato and H. Kawasaki, Discrete fixed point theorems and their application to Nash equilibrium, to appear in Taiwanese Journal of Mathematics, 2009, 査読有.

[2] H. Kawasaki, Duality theorem for a three-phase partition problem, Journal of Optimization Theory and Applications, vol. 137, 2008, 1-10, 査読有.

[3] T. Tanino, Coalition formation in convex TU-games based on population monotonicity of random order values, Journal of Nonlinear and Convex Analysis, vol. 9, 2008, 273-281, 査読有.

[4] H. Kawasaki, A duality theorem based on triangles separating three convex sets, Proceedings of the fourth international symposium of nonlinear analysis and convex analysis, 2007, 207-213, 査読有.

[5] S. Iwamoto, Golden optimal policy in calculus of variation and dynamic programming, Advances in Mathematical Economics, vol. 10, 2007, 65-89, 査読有.

[学会発表] (計 55 件)

[1] H. Kawasaki, Duality theorem for the three-phase partition problem via minimax theorem, The 6th International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis, Tokyo Institute of Technology, March 27, 2009.

[2] H. Kawasaki, On discrete version of Brouwer's fixed point theorem, International Symposium on Nonlinear Analysis and Optimization 2009, Pukyong National University, Pusan, Korea, Feb. 9, 2009.

[3] H. Kawasaki, Discrete fixed point theorems and their applications to the game theory, The 28th PNU-POSTECH Algebraic Combinatorics Seminar, Pusan National University, Pusan, Korea, Nov. 15, 2008.

[4] T. Fujita, Deterministic decision process under range constraint through all stages, MDAI2008, Sabadell, Spain, Oct. 30, 2008.

[5] H. Kawasaki, A discrete fixed point theorem and its application to the game

theory, The 3rd PKNU-KU Joint Symposium on Sciences, Pukyong National University, Korea, Nov. 30, 2007.

[図書] (計 1 件)

川崎英文, 講談社, 現代技術への数学入門「最適化法」, 2008, 7-62.

[その他]

<http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~kawasaki/index.htm>