

平成 22 年 5 月 19 日現在

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2006～2009

課題番号：18340031

研究課題名（和文） 最適化とゲーム理論における連続と離散構造の研究

研究課題名（英文） Studies on continuous and discrete structures in optimization and game theory

研究代表者

川崎 英文 (KAWASAKI HIDEFUMI)

九州大学・大学院数理学研究院・教授

研究者番号：90161306

研究成果の概要（和文）：3相分割問題に対する双対定理を最適解が退化する場合と高次元空間の場合に拡張した。単調写像と縮小写像に対する離散不動点定理を与え、それを n 人非協力ゲームに適用することにより、純戦略ナッシュ均衡の存在定理を証明した。また、2人ゲームの場合は最適応答写像の単調性が必然性をもつことを明らかにした。さらに、ブラウワーの不動点定理に基づく既存の離散不動点定理から写像の定義域の凸性の仮定を外した。

研究成果の概要（英文）：We have extended a duality theorem for the three-phase partition problem to two cases. One is the case that the optimal solution is degenerate, and the other is in higher dimensional space. We have given two types of discrete fixed point theorems. One is for monotone mappings and the other is for contraction mappings. We showed that the monotonicity is necessary in the two-person game. Further, we delete convexity assumption from discrete fixed point theorem based on Brouwer's fixed point theorem.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006年度	1,900,000	0	1,900,000
2007年度	1,700,000	510,000	2,210,000
2008年度	1,700,000	510,000	2,210,000
2009年度	1,400,000	420,000	1,820,000
年度			
総計	6,700,000	1,440,000	8,140,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：最適化、ゲーム理論、離散不動点定理、ナッシュ均衡、双対定理、動的計画法、縮小写像、3相分割問題

1. 研究開始当初の背景

近年、最適化の分野において連続・離散の枠組みを越えた研究がなされている。藤重の

劣モジュラ解析による双対定理の離散化はその先駆的な研究のひとつであり、室田の離散凸解析は古典的な凸解析を離散の世界で

構築することを目標とする。これらの研究により、組み合わせ最適化問題に対する貪欲法の理論的背景が明らかになった。

一方、研究代表者は楕円面上の最短路問題の離散版である折れ線最短路問題に着想を得て、変分法における共役点理論を n 変数関数の極値問題に対して構築することに成功した。また、その研究の過程で、解の改善に関する変数の協力関係が重要であることが明らかになり、共役集合ゲームという協力ゲームのアイデアを得た。さらに、共役ゲームの、金属の結晶化や生物の縄張りなどの拡散現象を定式化した 3 相分割問題への適用を図る際に、分割問題が持つ双対性を発見した。

また、ゲーム理論ではナッシュ均衡の存在定理が極めて重要であるが、それはブラウワーや角谷の不動点定理により証明できる。しかしながら、そこで保障される均衡はサイコロを振って行動を決める混合戦略である。したがって、サイコロを振らない純戦略で均衡が存在するかどうかは理論的に大変興味深く、その解析には離散不動点定理の研究が不可欠であると考えられる。

このような研究背景の下、最適化とゲーム理論の分野で連続と離散構造の研究に取り組むことにした。

2. 研究の目的

本研究の目的は、最適化とゲーム理論において、共役点理論、双対理論、不動点定理、ナッシュ均衡などを対象に、連続構造と離散構造の関係を解明することである。具体的には、以下のテーマに取り組む。

(1) 共役点については、その離散化を通してゲーム論的考察をおこなう。特に、楕円面上の折れ線最短路問題から導かれる共役集合ゲームに対してシャーププレー値を効率よく計算する方法を与えたい。

(2) 双対定理は最適化において理論上も実用上も非常に重要であり様々な形の双対定理が提唱されてきたが、連続系の双対定理はいずれも 2 つの凸集合の分離定理に基づく。一方、代表者が発見した 3 相分割問題に対する双対定理は三角形による 3 つの凸集合の分離という新しいアイデアに基づく。この双対定理の多相分割問題への拡張、高次元空間への拡張を試みる。とりわけ多相分割問題は配置問題としての離散構造と凸計画問題としての連続構造と分割後の経費配分というゲーム論的構造を併せ持つ大変興味深い研究対象である。

(3) 数理経済学で重要な役割を演じる不動点定理（ブラウワーの不動点定理、角谷の不

動点定理）は写像の連続性を必要とする。そのため、連続的な財しか取り扱うことができなかった。本研究では離散的な財を取り扱うための離散的な不動点定理に取り組む。さらに、それを非協力ゲームに適用することにより、純戦略ナッシュ均衡を考察する。

3. 研究の方法

数理解科学という研究の性質上、研究代表者を中心とするセミナーを軸として本研究を進めるが、他研究機関への研究者の派遣、他研究機関からの研究者の招聘によりこれを補足する。また、日本数学会、日本オペレーションズ・リサーチ学会、京都大学数理解析研究所研究集会等で研究発表をおこなうほか、数理計画やオペレーションズ・リサーチ関連の国際シンポジウムに参加し、研究成果の発表をおこなうと共に、最新の研究情報を把握し研究に反映させる。

4. 研究成果

(1) 研究代表者は次の 4 テーマで成果を得た。特に、離散不動点定理に関する①～③は今後の発展が期待できる。

① 単調写像に対する離散不動点定理を与え、それを n 人非協力ゲームの最適応答写像に適用することにより、純戦略ナッシュ均衡の存在定理を得た。タルスキーの不動点定理と違って、我々の不動点定理は定義域が束である必要はない。また、プレイヤーが 2 人の場合は、複数個の純戦略に適当に番号付けすることにより、最適応答写像が単調性をもつことを明らかにした。

② 飯村・室田・田村、ヤンによる、ブラウワーの不動点定理に基づく離散不動点定理について、台集合の単体分割が本質的であることを示し、写像の定義域の凸性の仮定や有限性の仮定を外すことが可能であることを示した。

③ リチャード・シー・ドンによる離散不動点定理を用いることにより、ブール代数上の縮小写像に対するロバートの離散不動点定理を、整数区間の直積に拡張することに成功した。さらに、それを n 人非協力ゲームに適用することにより、「各プレイヤーの最適応答がそのプレイヤーより若い番号のプレイヤーの戦略のみに依存するときは、純戦略均衡が存在する。」という定理を得た。

④ 3 相分割問題に対する双対定理を、最適解が退化する場合と高次元空間の場合に拡張した。前者では、3 つの凸集合を三角形により分離し、後者では三角柱により分離するというアイデアを用いた。

(2) 岩本は通常の動的計画法では取り扱えなかった全期間依存型制約をもつ確率システム上の決定過程に対して、再帰式を証明し、それに基づく解法を導いた。また、ある種の2次最適化問題に対して、フィボナッチ相補双対定理および黄金相補双対定理を与えた。

(3) 藤田は非決定性動的計画法を拡張し、その適用範囲を広げ、さまざまな応用例を提示した。また、離散型動的最適化の問題に対して全期間依存制約を導入し、再帰的解法を与えた。これらに連動して動的計画問題ソルバーの実装を進めた。

(4) 福本は非圧縮流体中を一定速度で運動する定常渦流は「インパルス一定という拘束条件下での等循環面上のエネルギー極大・極小状である」ことを証明し、これを援用して、軸対称渦輪の進行速度の渦核-リング半径比についての高次補正項を導出した。また、低レイノルズ数領域で粘性流体中の渦輪の解を構成し、その流れ場を用いて最適渦輪の実験データを説明することに成功した。

(5) 百武は繰り返し測定データに対する非線形モデルのパラメータの信頼領域を近似的に与え、近似精度をシミュレーションにより検証した。コントロールとの多重比較について、処置群に相関がある場合の同時検定や同時信頼区間を与えた。また、多変量母集団において平行プロフィールモデルを仮定した場合の多重方向決定問題を考察した。

(6) 白石は分数計画問題を、茨木のパラメトリック法により、等価な凸最適化問題に変形し、イプシロン-KKT条件を導出した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 32 件)

- ① 川崎英文: “縮小写像の離散不動点定理とその応用”, 京大数理研講究録, 不确实・不確定性下での意思決定過程, (2010), 査読なし. (in press).
- ② K. Tatsumi, K. Hayashida, R. Kawachi and T. Tanino: “Multiobjective multiclass support vector machines maximizing geometric margins”, Pacific Journal of Optimization 6, 115-140 (2010), 査読有.
- ③ J. Sato and H. Kawasaki: “Discrete fixed point theorems and their application to Nash equilibrium”, Taiwanese Journal of Mathematics 13. 431-440 (2009). 査読

有.

- ④ H. Kawasaki: “Duality theorem for a three-phase partition problem”, Journal of Optimization Theory and Applications 137, 1-10 (2008), 査読有.
- ⑤ T. Tanino: “Coalition formation in convex TU-games based on population monotonicity of random order values”, Journal of Nonlinear and Convex Analysis 9, 273-281 (2008), 査読有.
- ⑥ T. Fujita: “Deterministic Decision Process under Range Constraint Through all Stages”, Proceedings of Modeling Decisions for Artificial Intelligence 2008, 60-70 (2008), 査読有.
- ⑦ Y. Fukumoto and H. K. Moffatt: “Kinematic variational principle for motion of vortex rings”, Physica D 237, 2210-2217 (2008), 査読有.
- ⑧ H. Hyakutake and T. Fujimaru: “Multiple directional decision with a control in parallel profile model, Far East Journal of Theoretical Statistics 25, 221-228 (2008), 査読有.
- ⑨ H. Kawasaki: “A duality theorem based on triangles separating three convex sets”, Proceedings of the 4th international conference on nonlinear analysis and convex analysis. 207-213 (2007), 査読有.
- ⑩ S. Iwamoto: “Golden optimal policy in calculus of variation and dynamic programming”, Advances in Mathematical Economics 10, 65-89 (2007), 査読有.

[学会発表] (計 59 件)

- ① H. Kawasaki: “Discrete fixed point theorems of contraction mappings”, International Symposium on Nonlinear Analysis and Optimization. (20100206). 釜慶大学, 韓国.
- ② 川崎英文: “縮小写像の離散不動点定理とその応用”, 京大数理研研究集会, 不确实・不確定性下での意思決定過程. (20091111). 京大数理研.
- ③ 川崎英文: “3タイプの離散不動点定理とその応用”, 日本オペレーションズ・リサーチ学会. (20091109). 長崎大学.
- ④ H. Kawasaki: “Some extensions of discrete fixed point theorems and their application to the game theory”, The 7th International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics. (20090921). Rethymno, Crete, Greece.
- ⑤ H. Kawasaki: “Duality theorem for the three-phase partition problem via minimax theorem”, The 6th International

Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis. (20090327). 東工大.

- ⑥ H. Kawasaki: “On discrete version of Brouwer’s fixed point theorem”, International Symposium on Nonlinear Analysis and Optimization 2009. (20090209). 釜慶大学, 韓国.
- ⑦ H. Kawasaki: “Discrete fixed point theorems and their applications to the game theory”. The 28th PNU-POSTECH Algebraic Combinatorics Seminar. (20081115). 釜山大学, 韓国.
- ⑧ T. Fujita: “Deterministic decision process under range constraint through all stages”, MDAI2008. (20081030). Sabadell, Spain.
- ⑨ H. Kawasaki and J. Sato: “Necessary and sufficient conditions for the existence of a pure-strategy Nash equilibrium”, The 4th Sino-Japan Optimization Meeting. (20080827). 成功大学, 台湾.
- ⑩ H. Kawasaki: “A discrete fixed point theorem and its application to the game theory”, The 3rd PKNU-KU Joint Symposium on Sciences. (20071130). 釜慶大学, 韓国.
- ⑪ H. Kawasaki: “Duality theorems based on triangles separating three convex sets”, COE conference on the development of dynamic mathematics with high functionality. (20071004). 福岡リーセントホテル.
- ⑫ 川崎英文、佐藤潤一: “離散不動点定理とゲーム理論へのその応用”、京大数理研究集会、非線形解析学と凸解析学の研究. (20070903). 京大数理研.
- ⑬ H. Kawasaki: “Some extensions of the duality theorem based on triangles separating three convex sets”, The 5th International Conference on Nonlinear Analysis and Convex Analysis. (20070531). 精華大学, 台湾.
- ⑭ H. Kawasaki: “A duality theorem based on triangular cylinders separating three convex sets in \mathbb{R}^n ”, The 5th Ballarat Workshop on global and non-smooth optimization. (20061128). University of Ballarat, Australia.

[図書] (計1件)

- ① 川崎英文、講談社、現代技術への数学入門、最適化法, 2008, 7-62.

[その他]

ホームページ等

<http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~kawasaki/index.htm>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

川崎 英文 (KAWASAKI HIDEFUMI)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号: 90161306

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者

岩本 誠一 (IWAMOTO SEIICHI)
九州大学・大学院経済学研究院・教授
研究者番号: 90037284
福本 康秀 (FUKUMOTO YASUHIDE)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号: 30192727
百武 弘登 (HYAKUTAKE HIROTO)
九州大学・大学院数理学研究院・准教授
研究者番号: 70181120
谷野 哲三 (TANINO TETSUZO)
大阪大学・大学院工学研究科・教授
研究者番号: 5025605
白石 俊輔 (SHIRAISHI SHUNSUKE)
富山大学・経済学部・教授
研究者番号: 60226313
藤田 敏治 (FUJITA TOSHIHARU)
九州工業大学・工学部・准教授
研究者番号: 60295003