

平成 21 年 3 月 31 日現在

研究種目：基盤研究 (B)

研究期間：2006～2009

課題番号：18360049

研究課題名 (和文) ナヴィエ・ストークス方程式の解の多重性と乱流遷移現象との関連に関する研究
研究課題名 (英文) Study on the relation between the multiplicity of the solutions of the Navier-Stokes equations and the phenomena in turbulence transition

研究代表者

永田 雅人 (NAGATA MASATO)

京都大学・大学院工学研究科・教授

研究者番号：80303858

研究分野：工学

科研費の分科・細目：応用物理学 工学基礎・工学基礎

キーワード：流体力学, ナヴィエ・ストークス方程式, 非線形解析, 分岐理論, 乱流遷移

1. 研究計画の概要

粘性流体の運動を支配するナヴィエ・ストークス方程式の解の唯一性は、流れの強さを示すレイノルズ数が極めて小さい領域での 2 次元の場合にのみ証明されているだけで、一般には解の多重性によって特徴づけられている。たとえば、解の分岐として流れの安定性を考える場合、対象となる基本状態 (層流) に擾乱を加え、レイノルズ数を徐々に増加させていくと、ある場合には、無限小の擾乱に対しては擾乱エネルギーが指数関数的に減少し (線形安定性) 基本状態は回復されるが、有限振幅の擾乱に対しては別の解に移行する亜臨界分岐、また別の場合には、擾乱エネルギーが指数関数的に増加し (線形不安定性) 流れが基本状態から別の解に移行する超臨界分岐が起こる。無限小擾乱の時間発展が指数関数的な減少から増加に移る際に通過する成長率が零となる状態を臨界状態、そのときのレイノルズ数を臨界レイノルズ数と呼び、臨界状態では基本解は中立安定である。臨界レイノルズ数付近の領域で、基本解以外に別の解 (2 次流れ) が、亜臨界分岐の場合は臨界レイノルズ数より小さい領域で、また、超臨界分岐では大きい領域に存在し、解の唯一性が保てなくなる。特に、基本流がどんなレイノルズ数に対しても中立安定性を呈さないような流れに対しては、臨界レイノルズ数は無限大であり、臨界レイノルズ数の近傍で擾乱を振幅展開する弱非線形理論は適用することができず、非線形問題としての数値解析に頼らざるを得ない。基本流から分岐した 2 次流れがいつまでも安定で存在することはなく、より高いレイノルズ数でその安定性を失い、3 次流れ、4 次流れへと分岐を繰り返し、つい

には乱流状態に遷移する。分岐する流れが高次になるに従い、その空間的構造は逐次対称性が失われより複雑になるため、より膨大な計算量が必要となる。

本研究の目的は、以上に述べた流れの非線形安定性問題におけるナヴィエ・ストークス方程式の解の多重性と、層流から乱流への遷移現象との関わりを、特に、境界壁面で囲まれたせん断流について理論と実験の両面から解明していくことである。研究対象とした流れは以下のとおりである：

- (1) 平面クエット流
- (2) 回転平面ポアズイユ流
- (3) 矩形ダクト内流れ
- (4) 成層流の回転 2 重円筒間流れ
- (5) 自然対流によって引き起こされるせん断流
- (6) 内部加熱による対流によって引き起こされるせん断流

2. 研究の進捗状況

(1) 平面クエット流は臨界レイノルズ数が無限大となり、永田の解 (1990) として知られる有限振幅の 3 次元定常解が基本解からの分岐点を持たない解として存在する。この 3 次元定常解の 3 次元擾乱に対する安定性解析結果をもとに、3 次元定常解から分岐する 3 次元周期解をポアンカレ断面上での非線形数値解析により求め、回転系への接続を完結した。この研究成果は第 18 回フランス力学学会 (Congres Francais de Mecanique, 2007) でのセッション基調講演で発表された。

(2) 流れ方向に回転軸をもつ回転平面ポアズイユ流の安定性解析を行った結果、流れは回転が遅い場合には、回転がない場合と同様、

2次元横渦擾乱に対して不安定になるが、回転の影響が強くなると回転のない場合より極めて低いレイノルズ数領域で3次元構造の擾乱に対して不安定になることをつき止めた。また、非線形解析で求めた渦構造を持つ3次元の分岐解は主流方向に伝播する伝播波解で、スパン方向に平均流を生成していることがわかった。スパン方向の平均流は、これまで乱流領域での直接数値シミュレーションで確認されているものの、その起源については不明であり、当研究の分岐解析によりはじめて解明された。成果は Journal of Fluid Mechanics (2008) に掲載された。

(3) 矩形ダクト内流れのうち、任意のレイノルズ数に対し線形安定性が保証されている正方形断面をもつ場合は、平面クエット流と同様に層流解から分岐する非線形解は存在しない。しかし、層流解とは繋がらない非線形解が存在することは実験的に知られており、この未だ求められていない非線形解を探し出すことは流体力学上大きな課題となっている。この難問に対し、自己維持メカニズムの手法の適用による非線形解の存在を示唆する論文を Physics of Fluids (2008) に発表した。その後、実際に非線形解を求める数値計算コードを開発し、その存在を明らかにした画期的な研究の成果を Physical Review E (2009) に投稿している。

(4) ① Couette-Taylor-Bénard 問題として知られている異なる温度に設定された成層回転2重円筒間中の流れの非線形解析を行った結果、あるパラメータ領域では2次流れとして分岐した横渦型流れと縦渦型流れが相互作用し、新たな3次流れを生成すること、また別のパラメータ領域では基本流れから螺旋渦型流れとリボン型流れが同時に分岐することをつきとめた。この研究成果は第7回 Euromech Fluid Mechanics Conference (2008) で発表された。

②鉛直同軸回転2重円筒間に塩水による密度成層をつくり、円筒の回転による流れの変化を実験観測した結果、密度成層は流れを安定化させる事を示した。また、外円筒のレイノルズ数が180を越えると基本流はいったん螺旋状の渦を伴う流れになった後、成層していない場合には見られない様々な流れに遷移していくことが観測された。この研究成果は第15回 International Couette-Taylor Workshop (2007) で発表された。

③温度制御用水槽を介し半径比が0.9の2重円筒の内外円筒を異なる温度に設定し、それぞれの円筒を等しい角速度で回転させると、螺旋渦型流れが生じ始め、時間の経過とともにキंकを伴った非定常な流れに推移していく様子が観測された。両円筒の温度差が大きくない場合にかぎり定常な螺旋渦型流れは数値解析結果と良く一致した。

3. 現在までの達成度

②の「概ね順調に進展している」

(理由)項目1.で述べた研究内容の大半についてこれまでに得られた成果を雑誌論文または国際会議で発表していること、また当初の研究目的にかなう新たな課題(流れ方向に回転軸を有する回転平面クエット流の分岐解析: 第7回 ERCOFTAC SIG33 FLUBIO Workshop (2008) および Isaac Newton Institute, Workshop (2008) で発表。壁面の併進振動をともなう回転平面クエット流の解の分岐: 第6回 Euromech Fluid Mechanics Conference (2006) で発表)に取り組み、すでに学会発表をしているため。

4. 今後の研究の推進方策

(1) 国際学会で発表した研究成果を一流論文雑誌へ投稿する。

(2) 項目1.(4),(5)の研究遂行と並行して、境界が振動することで引き起こされる流れを対象にして乱流遷移現象を把握する。

(3) 項目2.(4)③に関連して、最近作成したアスペクト比の大きな温度制御付テーラー・クエット実験装置での観測により、両円筒の温度差が大いときの数値解析結果との比較を行う。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計7件)

① Wedin, H., Biau, D., Bottaro, A. & Nagata, M. 'Coherent flow states in a square duct', Phys. Fluids, Vol.20, 094105-1-12, (2008), 査読有。

② Masuda, S., Fukuda, S. & Nagata, M. 'Instabilities of plane Poiseuille flow with a streamwise system rotation', Journal of Fluid Mechanics, Vol.603, pp.189-206, (2008), 査読有。

〔学会発表〕(計11件)

M. Nagata, 'The Taylor-Bénard problem', Euromech Fluid Mechanics Conference 7, 2008/9/16, Manchester, (連合王国)。

M. Nagata, 'Nonlinear solutions of plane Couette flow with and without a system rotation', 18eme Congres Français de Mecanique, 2007/8/29, Grenoble, (フランス)。

M. Nagata, 'Experimental study on circular Couette flow with density stratification', 15th International Couette-Taylor Workshop, 2007/7/12, Le Havre, (フランス)。