

平成 21 年 4 月 28 日現在

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2006年度～2009年度

課題番号：18500013

研究課題名（和文） 不定元を含む文字列表現を用いた実数などの連続空間の計算構造の研究

研究課題名（英文） Research on computable structures of continuous spaces like the real number through representation in bottomed sequences

研究代表者 立木 秀樹 京都大学・人間・環境学研究所・准教授

研究者番号：10211377

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：実数計算、グレイコード、ドメイン理論、位相空間論、不定元

1. 研究計画の概要

グレイコードという不定元を用いた実数の表現を基本として、実数などの連続な空間の上の計算構造、および、それと関連した、位相構造などの空間の数学的な構造について研究を行う。それは、実数などの連続空間を近似するための数学的構造の研究である、ドメイン理論をはじめ、プログラミング言語理論、位相空間論、計算可能性理論、力学系、フラクタル理論などの多くの分野と関連がある。これら様々な分野との関わりを用いて、連続で無限空間の表現とその表現を用いた計算が、その空間の構造とどう係わるかを調べる。

2. 研究の進捗状況

(1) 距離空間の近似構造として、形式球による連続ドメイン構造が有名である。そして、連続ドメインにおいて不定元による表現に対応する位相を考えると、Lawson 位相にたどりつく。この Lawson 位相が直積位相と一致するかどうかという問題について調べている中で、距離空間に、通常距離位相以外により弱い位相が入ることに気がつき、双曲位相となづけた。そして、距離空間において距離位相と双曲位相が一致するかどうかという問題と、その距離空間から構成される形式球のドメインにおいて Lawson 位相と直積位相が一致するかどうかという問題が同値であることを証明した。

(2) さらに、どの距離空間において距離位相と双曲位相が一致するかという問題を、ノルム付き線形空間という、数学でよく知られた

距離空間についてしらべた。その中で、 L_p 空間において、両者が一致するための必要十分な条件づけが得られた。

(3) 実数上で、グレイコードは、定数時間計算可能な関数が2進コードよりも多い。この性質を一般化し、コード変換が定数時間計算可能性を保存するという性質について調べた。そして、全域的に定義されたコード変換の場合には、拡張されたスライディング・ブロック関数であるということと、同値であることが示された。

(4) 通常、実数上で計算可能な関数としては連続なものが考えられるが、位相を Fine 位相に変えると、不連続な関数にまで計算可能性を拡張することができる。そのような不連続関数は、オートマトンを拡張した単純な計算構造のもとでは、フラクタルになることが分かる。そこで、Fine 計算可能であるが、locally uniformly Fine 計算可能でない関数の代表的なものとして、Vasco 関数と呼ばれるものがある。Vasco 関数のグラフは、無限個の縮小写像から作られるフラクタルをなしている。そのようなフラクタルの構造について調べた。

3. 現在までの達成度

②おおむね順調に進展している。

理由：双曲位相、有限時間計算可能性を保存する変換などの、今までにない、興味深い概念に出会い、それについて、深い研究成果を出すことができた。

4. 今後の研究の推進方策

グレイコードを用いた不定元を含む文字列表現は、力学系の旅程として定義で切る。これを一般化し、その他の位相空間上で、力学系により定義される dyadic subbase を考え、その性質を調べたい。また、フラクタル、双曲位相、有限時間計算可能性、indepent subbase、ボトム入り文字列表現に対応するドメインの構造などの研究も行いたい。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 4 件)

[1] Hideki Tsuiki, Yasunao Hattori.
Lawson topology of the space of formal balls and the hyperbolic topology.
Theoretical Computer Science, vol. 405, pp. 198-205, 2008.

[2] Yasunao Hattori, Hideki Tsuiki,
The hyperbolic topology of $L_p(\mathbb{R}^\omega, \mathbb{R}^\sigma, \mathbb{R}^\mu)$, Topology and its applications, to Appear in .

[3] Hideki Tsuiki, Shuji Yamada.
On Finite-time Computability Preserving Conversions,
Journal of Universal Computer Science, to appear.

[4] Yoshiki Tsujii, Takakazu Mori, Mariko Yasugi, Hideki Tsuiki, Fine-continuous functions and fractals defined by infinite systems of contractions, to appear in proceedings of ILC2007

[学会発表] (計 5 件)

[1] Hideki Tsuiki, Lawson topology of the space of formal balls and the hyperbolic subbase. International Conference on Topology and its application, June 23-26, 2006, Aegion, Greece.