

平成 22 年 5 月 1 日現在

研究種目： 基盤研究(C)
 研究期間： 2006 ～ 2009
 課題番号： 18540025
 研究課題名（和文） 閉包操作と代数群の作用
 研究課題名（英文） Closure operations and actions of algebraic groups

研究代表者

橋本 光靖 (Mitsuyasu Hashimoto)
 名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・准教授
 研究者番号：10208465

研究成果の概要（和文）：

可換環に群スキーム G が作用するときに、 G イdealに各種の閉包操作を施して再び G イdealになるか、という問題を考え、いくつかの場合に成果を得た。また、同変局所コホモロジーについて基礎的研究をし、Matlis 双対性、局所双対性の同変版を得た。また、素イdeal、準素イdealの同変版を定義し、準素分解の存在と一意性の同変版を得た。また、Matijevic-Roberts 型定理を各種の正標数の特異点に拡張することに成功した。

研究成果の概要（英文）：

When a group scheme G acts on a commutative rig, we consider the problem, if the result of closure operations on G -ideals again a G -ideal. We get some results in special cases. We also studied basics on equivariant local cohomology, and obtained the equivariant versions of Matlis and the local duality. We also defined the equivariant versions of prime and primary ideals, and obtained the equivariant versions of the existence and the uniqueness of the primary decomposition. We also succeeded in proving the Matijevic-Roberts type theorems on singularities in positive characteristic.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2006 年度	900,000	0	900,000
2007 年度	800,000	240,000	1,040,000
2008 年度	800,000	240,000	1,040,000
2009 年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
総計	3,400,000	750,000	4,150,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：閉包操作・代数群

1. 研究開始当初の背景
 群スキーム G の可換環への作用が与えられ

たときに、 G イdealに根基、整閉包、密着閉包などの閉包操作をほどこして再び G

イデアルになるか、という問題は当時全く考えられていなかった。 G が抽象群の場合には類似の問題はほとんどトリビアルであり、問題にならないからである。しかしながら、重要な特別な場合である、 H が (有限生成) アーベル群のときに、 H 次数付き環の斉次イデアルに各種操作を施して、再び斉次イデアルになるか、という問いは考えられていたようではある。

2. 研究の目的

群スキーム G の可換環への作用が与えられたときに、 G イデアルが、根基、整閉包、密着閉包などの各種操作で再び G イデアルになるか、という問題を解決することが研究の目的であった。

3. 研究の方法

研究組織内での討論のほか、主に代表者が国内外の研究集会に参加して、情報収集をするとともに、研究発表を行って、専門家からのご意見を頂いた。また、随時出版される図書を購入し、本研究のレベル維持に努めた。また、大学院生に資料整理のお手伝いをしてもらい、資料の活用度を上げた。

4. 研究成果

- (1) 閉包操作による G イデアルの振る舞いについて、 G が順滑であれば G イデアルの根基も G イデアルになることを証明した。整閉包についても同様になることも証明した。 G がさらに連結ファイバーを持つ場合には、 G イデアルの随伴素因子はすべて G イデアルになることも証明した。
- (2) G 素イデアル、 G 準素イデアルの概念を得て、素イデアル、準素イデアルについて良く知られたことがらをこの場合に一般化して示した。特に、準素イデアル分解の存在と一意性の類似の証明を行った。
- (3) 同変局所コホモロジーに定義を与え、その基礎理論を整備し、通常局所コホモロジーの Matlis 双対性、局所双対性の同変版を完成した。応用として、線型簡約群の作用による幾何学的商について、Cohen-Macaulay 性が保たれることを証明した。
- (4) 次数付き環の環論的性質に関する Matijevic-Roberts 型の定理について、この定理が成り立つための十分条件をひとつ与えた。これにより、正標数のいくつかの環論的性質、たとえば F 正則性、 F 有理性、 F 純性、Cohen-Macaulay かつ F 単射的などの性質については、Matijevic-Roberts 型定理が成り立つことが示された。

- (5) 正標数の代数的閉体上の簡約群 G が多項式環 S に線型に作用し、 S が G 加群として S . Donkin の意味で良いフィルター付けを持つとする。このとき、不変式環 S^G が強 F 正則であることはかねてから知られていたが、今回新たに、 G の極大ユニポテント部分群 U について、 S^U が F 純であることが示された。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 24 件)

- ① Mitsuyasu Hashimoto, F -pure homomorphisms, strong F -regularity, and F -injectivity, to appear in Comm. Algebra. 査読あり 掲載決定済
- ② Marilena Crupi, Giancarlo Rinaldo, Naoki Terai and Ken-ichi Yoshida, Effective Cowsik-Nori theorem for edge ideals, to appear in Comm. Algebra. 査読あり 掲載決定済
- ③ Masahiro Ohtani, Kazunori Matsuda and Ken-ichi Yoshida, Diagonal F -thresholds of binomial hypersurfaces, to appear in Comm. Algebra. 査読あり 掲載決定済
- ④ Kyouko Kimura, Naoki Terai and Ken-ichi Yoshida, Arithmetical rank of squarefree monomial ideals of deviation two, to appear in Contemp. Math. 査読あり 掲載決定済
- ⑤ Mitsuhiro Miyazaki, On the discrete counterparts of Cohen-Macaulay algebras with straightening laws, Journal of commutative algebra **2** (2010), 79–89. 査読あり
- ⑥ K. Kurano, E.-i. Sato, A. K. Singh and K.-i. Watanabe, Multigraded rings, diagonal subalgebras, and rational singularities, J. Algebra **322** (2009), 3248–3267. 査読あり
- ⑦ Mircea Mustata and Ken-ichi Yoshida, Test ideals vs. multiplier ideals, Nagoya Math. J. **193** (2009), 1–18. 査読あり
- ⑧ K. Kurano and N. Matsuoka, On finite generation of symbolic Rees rings of space

monomial curves and existence of negative curves, *J. Algebra* **332** (2009), 3268-3290. 査読あり

⑨ Kyouko Kimura, Naoki Terai and Ken-ichi Yoshida, Arithmetical rank of squarefree monomial ideals with small arithmetic degree, *J. Algebraic Combin.* **29** (2009), 389—404. 査読あり

⑩ Naoki Terai and Ken-ichi Yoshida, Locally complete intersection of Stanley—Reisner ideals, *Illinois J. Math.* **53** (2009), 413—429. 査読あり

⑪ Toshio Sumi, Mitsuhiro Miyazaki and Toshio Sakata, Rank of 3-tensors with 2 slices and Kronecker canonical forms, *Linear Algebra and its Application* **431** (2009), 1858--1869. 査読あり

⑫ Mitsuyasu Hashimoto, Equivariant twisted inverses, in "Foundations of Grothendieck Duality for Diagrams of Schemes" (J. Lipman, M. Hashimoto), *Lecture Notes in Math.* **1960**, Springer (2009), pp. 261--478. 査読あり

⑬ Mitsuyasu Hashimoto and Masahiro Ohtani, Local cohomology on diagrams of schemes, *Michigan Math. J.* **57** (2008), 383--425. 査読あり

⑭ Shunsuke Takagi and Ken-ichi Yoshida, Generalized test ideals and symbolic powers, *Michigan Math. J.* **57** (2008), 711--724. 査読あり

⑮ K. Kurano and V. Srinivas, A local ring such that the map between Grothendieck groups with rational coefficients induced by completion is not injective, *Michigan Math. J.* **57** (2008), 485--498. 査読あり

⑯ Mitsuyasu Hashimoto, Acyclicity of complexes of flat modules, *Nagoya Math. J.* **192** (2008), 111--118. 査読あり

⑰ Naoki Terai and Ken-ichi Yoshida, A note on Cohen--Macaulayness of Stanley—Reisner rings with Serre's condition (S₂), *Comm. Algebra* **36** (2008), 464--477. 査読あり

⑱ Mitsuyasu Hashimoto, Base change of invariant subrings, *Nagoya Math. J.* **186** (2007), 165--171. 査読あり

⑲ Shiro Goto and Ken-ichi Yoshida, Buchsbaum homogeneous algebras with minimal multiplicity, *J. Pure Appl. Algebra* **210** (2007), 735--749. 査読あり

⑳ Mitsuhiro Miyazaki, A sufficient condition for a Hibi ring to be level and levelness of Schubert cycles, *Communications in Algebra* **35** (2007), 2894-2900. 査読あり

㉑ Mitsuyasu Hashimoto, Another proof of global F-regularity of Schubert varieties, *Tohoku Math. J.* **58** (2006), 323--328. 査読あり

㉒ Naoki Terai and Ken-ichi Yoshida, Buchsbaum Stanley--Reisner rings with minimal multiplicity, *Proc. Amer. Math. Soc.* **134** (2006), 55--65. 査読あり

㉓ Naoki Terai and Ken-ichi Yoshida, Buchsbaum Stanley--Reisner rings with large multiplicities are Cohen--Macaulay, *J. Algebra* **301** (2006), 493--508. 査読あり

㉔ Naoki Terai and Ken-ichi Yoshida, Buchsbaum Stanley--Reisner rings and Cohen--Macaulay covers, *Comm. Algebra* **34** (2006), 2673--2681. 査読あり

[学会発表] (計 20 件)

① 橋本光靖, Matijevic--Roberts type theorems for F-singularities, The 5th Japan--Vietnam joint seminar on commutative algebra, 2010 年 1 月 8 日, Hanoi (ベトナム).

② 宮崎充弘, On the depth of quotient rings of polynomial rings modulo initial ideals, The 5th Japan--Vietnam joint seminar on commutative algebra, 2010 年 1 月 6 日, Hanoi (ベトナム).

③ 藏野和彦, Asymptotic regularity of powers of ideals of points in a weighted projective plane, The 5th Japan--Vietnam joint seminar on commutative algebra, 2010 年 1 月 5 日, Hanoi (ベトナム).

④ 寺井直樹, 吉田健一, Cohen--Macaulayness for symbolic powers of edge ideals, 第 31 回可換環論シンポジウム 2009 年 11 月 25 日, 大阪市.

⑤ 橋本光靖, F-pure homomorphisms, strong F-regularity, and F-injectivity, 第 31 回可換環論シンポジウム 2009 年 11 月 24 日, 大阪市.

⑥ 宮崎充弘, Step-by-step deformation of an ideal to its initial ideal, 第 31 回可換環論シンポジウム 2009 年 11 月 24 日, 大阪市.

⑦ 藏野和彦, Regularity of the symbolic power of space monomial curves, 第 31 回可換環論シンポジウム 2009 年 11 月 24 日, 大阪市.

⑧ 橋本光靖, Equivariant sheaves and their applications to invariant theory, 代数幾何学城崎シンポジウム, 2009 年 10 月 29 日, 兵庫県豊岡市.

⑨ 橋本光靖, U-invariants of a G-action, the 4th Japan-Vietnam joint seminar on commutative algebra by and for young mathematicians, 2009 年 2 月 21 日, 明治大学 (川崎市).

⑩ 宮崎充弘, A criterion for Gorenstein property of doset Hibi ring, 第 30 回可換環論シンポジウム, 2008 年 11 月 21 日, 佐賀県唐津市.

⑪ 橋本光靖, G-prime and G-primary G-ideals on G-schemes, 第 30 回可換環論シンポジウム, 2008 年 11 月 19 日, 佐賀県唐津市.

⑫ 橋本光靖, G-prime and G-primary G-ideals on G-schemes, Commutative algebra and its interactions with algebraic geometry, 2008 年 10 月 3 日, CIRM, Luminy (フランス).

⑬ 橋本光靖, 不変式環の環論的性質, 第 53 回代数学シンポジウム, 2008 年 8 月 5 日, 岩手県盛岡市.

⑭ 橋本光靖, Equivariant local cohomology, International conference on commutative algebra, 2008 年 3 月 20 日, 横浜市.

⑮ 藏野和彦, Symbolic Rees rings of space monomial curves in characteristic p and existence of negative curves in characteristic 0, 第 29 回可換環論シンポジウム, 2007 年 11 月 21 日, 名古屋市.

⑯ 宮崎充弘, Invariants of the unipotent radical of a Borel subgroup, 第 29 回可換環論シンポジウム, 2007 年 11 月 20 日, 名古屋市.

⑰ 寺井直樹, 吉田健一, Stanley—Reisner ideals which are complete intersections locally, 第 29 回可換環論シンポジウム, 2007 年 11 月 19 日, 名古屋市.

⑱ 橋本光靖, G-local G-schemes, Homological and combinatorial aspects in commutative algebra, 2007 年 7 月 6 日, Busteni (ルーマニア).

⑲ 橋本光靖, What makes a flat complex exact, II, 第 28 回可換環論シンポジウム, 2006 年 11 月 15 日, 東京都多摩市.

⑳ 橋本光靖, Base change of invariant subrings, Algèbre commutative et ses interactions avec la géométrie algébrique, 2006 年 5 月 24 日, CIRM, Luminy (フランス).

6. 研究組織

(1) 研究代表者

橋本 光靖 (Mitsuyasu Hashimoto)
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・
准教授
研究者番号: 10208465

(2) 研究分担者

吉田 健一 (Ken-ichi Yoshida)
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・
准教授
研究者番号: 80240802

(3) 研究分担者 (H18-H19)・連携研究者 (H20-H21)

岡田 聡一 (Soichi Okada)
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・
教授
研究者番号: 20224016

(4) 研究分担者 (H18-H19)・連携研究者 (H20-H21)

伊山 修 (Osamu Iyama)
名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・
教授
研究者番号: 70347532

(5) 研究分担者 (H18-H19)・連携研究者 (H20-H21)

林 孝宏 (Takahiro Hayashi)

名古屋大学・大学院多元数理科学研究科・
准教授
研究者番号：60208618

(6) 研究分担者(H18-H19)・連携研究者(H20-
H21)

藏野 和彦 (Kazuhiko Kurano)
明治大学・理工学部・教授
研究者番号：90205188