

研究種目：基盤研究（C）一般

研究期間：2006 年度～2009 年度

課題番号：18540049

研究課題名（和文） グリーン函数による相対跡公式の研究

研究課題名（英文） Relative trace formulas and automorphic Green's functions

研究代表者 都築 正男 (MASAO TSUZUKI)

上智大学 理工学部 准教授

研究者番号 80296946

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学 代数学

キーワード：グリーン函数、相対跡公式、一般超幾何関数、エル関数、指数和

1. 研究計画の概要

高次元対称空間の算術的離散商の部分多様体に対するグリーン函数を出発点として、相対跡公式、即ち、非正則保型関数の「周期」の荷重平均をスペクトルサイド、離散群の両側剰余類に付随して決まる表示式を幾何サイドとする和公式を興味ある具体的ないくつかの場合に構成する。和公式を利用して保型関数の周期のスペクトル平均値を詳細に研究する。

2. 研究の進捗状況

基本的な構成の出発点に設定されている連結リー群 G とその連結対称部分群 H で分けて述べる。(1) まず、 G, H がいずれも階数 1 の直交群で行列サイズの差が 1 の場合には、対応する実双曲空間の算術商上のマース形式の H スペクトル成分の 2 乗に関してラプラス固有値に沿った平均値定理を証明することができた（査読付き雑誌に採録予定）。これは古典的なラプラス固有値の重複度の漸金分布に関するワイル法則の類似と見なされる。さらに、実双曲空間がポアンカレ上半平面の場合に、得られた平均値定理を特殊化し、さらに A.Popa の Waldspurger 型の公式を組み合わせることで、ある合成積 L 関数の $1/2$ での値のスペクトル平均値定理を導くことができた。

(2) G, H ユニタリー群で H がある G の標準表現のなかのある直線の固定部分群の場合、 G/H の離散系列表現に現れる non-tempered ユニタリー表現を生成する保型形式の H 周期積分の 2 乗平均値を保型形式のレベルの関数と見なし、レベルを無限にしたときの漸金挙動の主要項を決定した（査読付き論文として発表済み）。

3. 現在までの達成度

現在のところ、当初の計画に述べた方法に沿って、特別な状況ではあるが、2つの主要な結果が得られ公表できた。しかし、設定や枠組みの一般化の達成度はまだ十分とは言えない。したがって、達成度を自己評価すれば「②おおむね順調に進展している」と言える。

4. 今後の研究の推進方策

推進方策は、すでに計画段階で詳述したものを発展させることに尽きる。

5. 代表的な研究成果

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 6 件）

① T.Oda, M.Tsuzuki, “The secondary spherical functions and automorphic Green currents for certain symmetric pairs”, Pure Appl. Math. Q. Vol.5 (2009), 977—1028 (査読付き),

② M.Tsuzuki, “Certain Rankin-Selberg integrals for unitary groups”, Tohoku Math. J. vol.61(2009), 115—164 (査読付き)

③ M.Tsuzuki, “Limit formulas of period integrals for a certain symmetric pair”, J. Funct. Anal. Vol.255, (2008) 1139—1190, (査読付き)

④ T. Oda, M. Tsuzuki,
“The secondary spherical functions and
Green currents associated with certain
symmetric pairs”
RIMS Kokyuroku Bessatsu B7,
(2008) 121—135 (査読付き)

⑤ M. Tsuzuki, Spectral square means for
period integrals of wave functions, RIMS 研究
集会「保型表現、保型形式と L 関数の周辺」
講究録 1617 (2008), 11—17 (査読なし)、

⑥ M. Tsuzuki,
Green currents for modular cycles in
arithmetic quotients of complex hyper balls,
Pacific J. Math. Vol. 227 No.2, (2006)
311—359, (査読付き)、

[学会発表] (計 6 件)

① 都築正男
“Limit formulas for special cycles on
real hyperbolic spaces”,
RIMS 研究集会
(京都大学 RIMS ; 2009/01/20)

② 都築正男
“Spectral square means for period
integrals of wave functions”, RIMS 研究
集会「保型表現、保型形式と L 関数の周
辺」
(京都大学 RIMS ; 2008/01/21),

③ Masao Tsuzuki,
“Spectral square means of period integ
rals for wave forms on real hyp
erbolic spaces”, (Summer school on spe
ctral theory of automorphic forms)
2008 8/13 at Postech Pohang

④ 都築正男
「 $SL_2(\mathbb{Z})$ 上のマース形式の閉測地線に沿っ
た周期積分に付随するスペクトラル型ゼー
タ関数について」(福岡数論研究集会)
(九州大学 2007/8/29)

⑤ 都築正男
「対称空間に付随した算術商の上の保型グ
リーンカレントと保型熱核」
(2007 年度日本数学会代数学分科会特別講
演) (埼玉大学 2007/03/28)

⑥ Masao Tsuzuki,
“Fourier coefficient of the Poincare dual
form of modular divisor on $U(n, 1)$ ”,
(at the Erwin Schrödinger
International Institute for Mathematical

Physics, February, 2006)

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

[その他]