

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2006～2009

課題番号：18540096

研究課題名 (和文) 定曲率空間の曲面とその特異点に関する微分幾何的研究

研究課題名 (英文) Differential geometric researches on surfaces in a space of constant curvature and their singularities

研究代表者

國分 雅敏 (KOKUBU MASATOSHI)

東京電機大学・工学部・教授

研究者番号：50287439

研究分野： 数物系科学

科研費の分科・細目： 数学・幾何学

キーワード： 微分幾何, 平均曲率, ガウス曲率, 特異点

1. 研究計画の概要

(1) 3次元双曲型空間内の $H=1$ と K が比例関係にあるような Weingarten 曲面・波面 (ここで H は平均曲率, K はガウス曲率) の微分幾何的な基礎研究、具体的には以下を目的とする研究を計画した。

- ① Weingarten 曲面・波面の表現公式などの基礎理論の確立、およびその応用。
- ② Weingarten 曲面のエンドに関して、その漸近挙動の解明。
- ③ Weingarten 波面に現れる特異点の形状。

(2) (1) で用いた研究手法などを足がかりに、他の定曲率空間内の曲面・波面に研究対象を一般化し、それらの微分幾何的性質を研究することを計画した。

2. 研究の進捗状況

(1) ユークリッド空間の平均曲率一定曲面、3次元双曲型空間の平均曲率一定曲面、ガウス曲率一定曲面およびそれらを一般化した線形 Weingarten 曲面を主に研究した。研究に際しては、Wayne Rossman 氏、入江博氏、小林真平氏に研究分担者 (2006、2007 年度) ・連携研究者 (2008 年度) として参画していただいた。

- ① 3次元双曲型空間の、平均曲率から1を引いたものとガウス曲率が比例するような Weingarten 曲面 (通称 BLW 曲面) は局所的には正則な微分形式と有理型関数で書き表すことができることは既に知られていた。(BLW 曲面は平均曲率一定値1の曲面や平坦曲面の一般化である。) この表現公式を大域的なものに改

良し、更に、それにより BLW 曲面を研究した。具体的には、波面と呼ばれるある種の特異点を許容した曲面を扱い、弱完備性なる大域的性質を定義し、いくつかの興味深い具体例の構成などを行った。これらについて論文にまとめた。また構成した例については、数式処理ソフト Mathematica を用いた可視化なども行った。

- ② 3次元双曲型空間の平坦波面のエンド (端) の形状に関する漸近挙動についての最終的結論を得ることができた。実際、エンドの漸近挙動はその増大度のオーダー (ピッチと呼ばれるもの) が支配的であることを証明することができた。これについては連携研究者 Rossman 氏らと共著で論文を執筆した。また、連携研究者小林真平氏はユークリッド空間の平均曲率一定曲面のエンドの漸近挙動について論文を執筆した。
- ③ 特異点つき BLW 波面がカスプ状曲面もしくは燕の尾と呼ばれる曲面に局所微分同相となるか否かの判定条件は与えたものの、まだ研究の余地があると考えている。

(2) BLW 曲面に関連して、3次元双曲型空間の曲面の平行曲面の初等的性質と、その双対と解釈されるドゥジッター空間の曲面との関連性の性質をまとめた。まだ研究の初歩段階であり残されている課題がある。

3. 現在までの達成度

- ② おおむね順調に進展している。
(理由)

研究計画の概要(1)に記した①と(部分的解答ではあるが)②については、それらに関する論文を執筆し掲載が決定された。(1)の③および(2)については今年度に取り組むべき課題であると考え。また、当初の研究計画にはなかったものの、本研究課題の遂行過程で、Weingarten 波面の余向き付け可能性を示すことができるなど、二次的な成果も得られている。

4. 今後の研究の推進方策

まず、BLW 波面の余向き付け可能性に関する研究成果を論文にまとめ、速やかにしかるべき学術雑誌に投稿したい。研究計画(1)③と(2)で残されている課題についても、現在既に始めている段階にあるので、今後、連携研究者との連携も更に強化するなどし、研究の遂行に一層の力を注ぎたいと考えている。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計8件)

- ① Masatoshi Kokubu, Surfaces and fronts with harmonic-mean curvature one in hyperbolic three-space, Tokyo Journal of Mathematics に掲載決定, 査読有
- ② Masatoshi Kokubu, Wayne Rossmann, Masaaki Umehara, Kotaro Yamada, Asymptotic behavior of flat surfaces in hyperbolic 3-space, Journal of the Mathematical Society of Japan に掲載決定, 査読有
- ③ Shimpei Kobayashi, Asymptotics of ends of constant mean curvature surfaces with bubbletons, Proceedings of the American Mathematical Society, 136, 1433--1443, 2008, 査読有
- ④ 國分雅敏, 3次元双曲型空間の線形 Weingarten 曲面について、京都大学数理解析研究所講究録、1527、49--66、2007、査読無

[学会発表] (計14件)

- ① Masatoshi Kokubu, On flat fronts in hyperbolic 3-space, Workshop 'Progress in Surface Theory', 2007年5月2日, Oberwolfach 数学研究所 (ドイツ)